

FRANCISCO JOSÉ DA CUNHA SILVEIRA

**FOTOTRIANGULAÇÃO PELO MÉTODO DOS FEIXES
PERSPECTIVOS COM AUTO-CALIBRAÇÃO**

**Dissertação apresentada como requisito
parcial à obtenção do grau de Mestre em
Engenharia da Computação pelo
Programa de Pós Graduação em
Engenharia da Computação –
Geomática da Universidade do Estado
do Rio de Janeiro .**

**Orientador: Prof. Dr. Jorge Luís Nunes
e Silva Brito, PhD**

RIO DE JANEIRO

2007

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO –
GEOMÁTICA DA UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO**

Rua São Francisco Xavier, 524 - Maracanã

Rio de Janeiro - RJ - CEP 20550-900

Este exemplar é de propriedade do Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Computação – Geomática da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, que pode incluí-lo em sua base de dados, armazenar em computador, microfilmar ou adotar qualquer método de arquivamento.

A apresentação, menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho são permitidas, sem modificação do conteúdo, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a devida referência bibliográfica.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do autor e do orientador.

Silveira, Francisco José da Cunha

Fototriangulação pelo método dos feixes perspectivos com auto-calibração / Francisco José da Cunha Silveira. - Rio de Janeiro: Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Computação – Geomática da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2007.

Dissertação de Mestrado

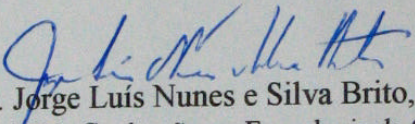
1. Fototriangulação. 2. Fotogrametria digital. 3. Universidade do Estado do Rio de Janeiro - Faculdade de Engenharia. I. Título.

TERMO DE APROVAÇÃO

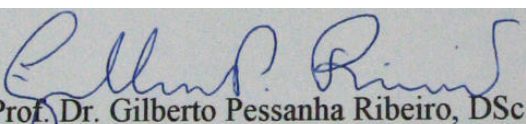
FRANCISCO JOSÉ DA CUNHA SILVEIRA

**FOTOTRIANGULAÇÃO PELO MÉTODO DOS FEIXES PERSPECTIVOS
COM AUTO-CALIBRAÇÃO**

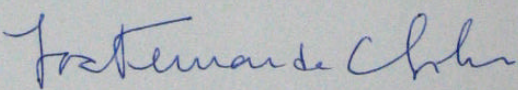
Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia da Computação pelo Programa de Pós Graduação em Engenharia da Computação – Geomática da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.



Orientador: Prof. Dr. Jorge Luís Nunes e Silva Brito, PhD
Programa de Pós Graduação em Engenharia da Computação - Geomática - UERJ



Prof. Dr. Gilberto Pessanha Ribeiro, DSc
Programa de Pós Graduação em Engenharia da Computação - Geomática - UERJ



Prof. Dr. João Fernando Custódio da Silva, DSc
Faculdade de Ciências e Tecnologia - UNESP

Rio de Janeiro, 26 de outubro de 2007.

AGRADECIMENTOS

À minha esposa Patrícia e minha filha Gabriela pelo apoio e incentivo.

À Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aos professores por compartilhar seu conhecimento e experiência.

Ao meu orientador, professor Jorge Nunes, por seu valioso apoio e incentivo.

Aos colegas de mestrado, pela amizade e companheirismo.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	vi
LISTA DE TABELAS	vii
LISTA DE ABREVIATURAS	viii
RESUMO	ix
ABSTRACT	x
1 INTRODUÇÃO	1
2 REVISÃO DA LITERATURA	3
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	4
3.1 AQUISIÇÃO DAS IMAGENS FOTOGRÁFICAS.....	4
3.2 FOTOTRIANGULAÇÃO.....	5
3.3 RELAÇÃO MATEMÁTICA ENTRE AS COORDENADAS DO ESPAÇO IMAGEM E DO ESPAÇO OBJETO.....	6
3.4 PARÂMETROS ADICIONAIS... ..	10
3.5 ABERRAÇÕES DAS LENTES... ..	10
4 O AJUSTAMENTO POR FEIXES PERSPECTIVOS COM AUTO-CALIBRAÇÃO	13
4.1 DEFINIÇÃO... ..	13
4.2 MÉTODO... ..	13
4.3 MODELO MATEMÁTICO.....	14
4.3.1 Dados de Entrada... ..	14
4.3.2 Orientação Interior.....	15
4.3.3 Cálculo de Valores Iniciais Aproximados... ..	16
4.3.4 Refinamento dos Valores Iniciais Aproximados.....	22
4.3.5 Ajustamento com Auto-calibração.....	23
5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	32
5.1 CALIBRAÇÃO DE CÂMARA NÃO-MÉTRICA.....	32
5.2 FOTOTRIANGULAÇÃO DO BLOCO DE IMAGENS SINTÉTICAS.....	33
5.3 FOTOTRIANGULAÇÃO DAS IMAGENS AÉREAS CONVENCIONAIS... ..	35
6 CONCLUSÃO	36
REFERÊNCIAS	37
APÊNDICE 1	
TRANSFORMAÇÃO AFIM GERAL.....	39
APÊNDICE 2	
A2.1 LINEARIZAÇÃO DE FUNÇÕES POR SÉRIES DE TAYLOR.....	41
A2.2 MATRIZ JACOBIANA	42
APÊNDICE 3	
CONFIGURAÇÃO DAS MARCAS FIDUCIAIS	43
APÊNDICE 4	
A4.1 DADOS DE ENTRADA PARA O TESTE DE CALIBRAÇÃO DE CÂMARA NÃO-MÉTRICA.....	44
A4.2 DADOS PARA O TESTE COM O BLOCO DE IMAGENS SINTÉTICAS... ..	45
A4.3 DADOS DAS IMAGENS DA ÁREA DO MARACANÃ.....	47
APÊNDICE 5	
MODELO MATEMÁTICO EM AMBIENTE <i>MATHCAD</i>	49
ANEXOS	
1 RELATÓRIO DE FOTOTRIANGULAÇÃO REALIZADA COM O <i>SOFTWARE</i> ERDAS	
2 CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO	

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 3.1 – BLOCO DE 6 IMAGENS FOTOGRÁFICAS E SEUS FEIXES PERSPECTIVOS.....	6
FIGURA 3.2 – COLINEARIDADE ENTRE OS PONTOS P, P' E O.....	7
FIGURA 4.1 – MARCA FIDUCIAL: PONTO VAZADO.....	14
FIGURA 4.2 – DISPOSIÇÃO DAS MARCAS FIDUCIAIS E DIREÇÃO DE VÔO.....	15
FIGURA 4.3 – SISTEMA MATRICIAL X SISTEMA DAS MARCAS FIDUCIAIS.....	16
FIGURA 4.4 – POSSIBILIDADES DE OCORRÊNCIA DO ÂNGULO α	21
FIGURA 4.5 – FLUXOGRAMA DO MODELO.....	31
FIGURA 5.1 – BLOCO DE IMAGENS SINTÉTICAS... ..	35
FIGURAS 5.2A E B – IMAGENS AÉREAS CONVENCIONAIS	36
FIGURA A1.1 – ESQUEMA DOS PARÂMETROS PARA TRANSFORMAÇÃO AFIM GERAL.....	40
FIGURA A2.1 – LINEARIZAÇÃO POR SÉRIE DE TAYLOR.....	42
FIGURA A3.1 – CONFIGURAÇÃO DAS MARCAS FIDUCIAIS.....	44

LISTA DE TABELAS

TABELA 5.1 – PARÂMETROS DA CÂMARA NÃO-MÉTRICA.....	33
TABELA 5.2 – PARÂMETROS DE ORIENTAÇÃO EXTERIOR DAS IMAGENS DA CÂMARA NÃO-MÉTRICA.....	33
TABELA 5.3 – PARÂMETROS DE ORIENTAÇÃO EXTERIOR DAS IMAGENS SINTÉTICAS... ..	34
TABELA 5.4 – PARÂMETROS DE CÂMARA DO BLOCO DE IMAGENS SINTÉTICAS.. ..	34
TABELA 5.5 – PARÂMETROS DE ORIENTAÇÃO EXTERIOR DAS IMAGENS AÉREAS CONVENCIONAIS.. ..	36
TABELA A4.1 – COORDENADAS DOS PONTOS PARA CALIBRAÇÃO DA CÂMARA NÃO-MÉTRICA.....	45
TABELA A4.2 – PARÂMETROS DE CÂMARA.....	46
TABELA A4.3 – PARÂMETROS DE ORIENTAÇÃO EXTERIOR.....	46
TABELA A4.4 – COORDENADAS DAS MARCAS FIDUCIAIS.....	46
TABELA A4.5 – COORDENADAS DOS PONTOS NAS IMAGENS SINTÉTICAS... ..	47
TABELA A4.6 – COORDENADAS DOS PONTOS NAS IMAGENS AÉREAS CONVENCIONAIS.....	48
TABELA A4.7 – PARÂMETROS DA CÂMARA.....	48

LISTA DE ABREVIATURAS

AFPA	- Ajustamento por Feixes Perspectivos com Auto-calibração
CP	- Centro de Perspectiva
EI	- Espaço Imagem
EO	- Espaço Objeto
LPS	- Leica Photogrammetric Suite
MMQ	- Método dos Mínimos Quadrados
PP	- Ponto Principal
UTM	- Universal Transverso de Mercator

RESUMO

A partir do tema geral fotogrametria, esta pesquisa apresenta como especificidade a implementação, apresentação e testes de um modelo matemático para fototriangulação pelo método dos feixes perspectivos com auto-calibração. O objetivo principal é tornar acessível o conhecimento sobre os princípios matemáticos e detalhes de um dos métodos de ajustamento utilizados, constituindo material de apoio para o aprendizado da fototriangulação pelo método citado. O modelo aqui descrito sugere inovações na obtenção das aproximações iniciais para os valores do ângulo de rotação das imagens. Estas aproximações são necessárias à solução do sistema de equações formado para o ajustamento.

Palavras-chave: fotogrametria; ajustamento por feixes perspectivos; método dos mínimos quadrados.

ABSTRACT

The main subject of this research work is photogrammetry. It presents a self-calibrating bundle block adjustment phototriangulation model, which aims to give access to theoretical aspects of this technique, as well as, the methods used in it, and becoming a support material for the method's learning. The model to be presented, brings some new approaches in getting the initial values for the images flight direction angle, necessary for solving the equation system, formed along the adjustment process.

Key-words: photogrammetry; bundle block adjustment; least square method.

1 INTRODUÇÃO

A fotogrametria, como processo fundamental à geração de produtos cartográficos, é objeto de grande interesse no âmbito acadêmico e comercial. Muitos dos processos hoje utilizados em soluções comerciais foram concebidos há 20 ou 30 anos, porém a capacidade de processamento e armazenamento de dados dos computadores de então impediam que se obtivessem resultados satisfatórios em se tratando de eficiência. Atualmente esta não é uma limitação, na maioria dos casos. Apesar da fotogrametria ter sido desenvolvida a ponto de seus processos poderem ser executados exclusivamente em ambiente digital, o conhecimento destes processos se tornou cada vez mais sigiloso por constituir fator de competitividade comercial entre as empresas produtoras das soluções. Mesmo os autores que discorrem sobre o tema, passam ao largo de alguns detalhes fundamentais para que se reproduzam, na prática, os métodos descritos em suas obras.

Esta pesquisa aborda um dos processos mais importantes da fotogrametria, a fototriangulação. Tem, por objetivo, a implementação, descrição e testes de um modelo matemático que permita a produção da fototriangulação pelo método dos feixes perspectivos com auto-calibração, de forma a obter tanto os parâmetros de orientação exterior das imagens, quanto os parâmetros da câmara – distância focal e coordenadas do ponto principal – e coeficientes de distorção das lentes e apresenta inovação na obtenção dos valores iniciais das direções de vôo das imagens (ângulo κ). A descrição detalhada de todas as etapas do processo, obtenção de valores iniciais aproximados e matrizes envolvidas nos ajustamentos virá permitir a futura implementação do modelo em forma de aplicativo sob a filosofia do *software* livre. Visa, também, constituir material didático de apoio para o ensino e aprendizado do método descrito, uma vez que apresenta seu detalhamento e testes que podem ser utilizados como exemplos.

A presente dissertação de mestrado está organizada, além desta introdução, da seguinte forma: Revisão da Literatura, que visa contextualizar o presente trabalho

frente o que há disponível na literatura sobre o tema; Fundamentação Teórica, onde são abordados os princípios básicos da fototriangulação, a relação matemática entre as imagens e o terreno, a obtenção dos valores iniciais para os parâmetros e uma breve explanação sobre as aberrações das lentes e as equações pertinentes; O Ajustamento Por Feixes Perspectivos Com Auto-calibração, em que é descrito o modelo matemático em detalhes; Apresentação e Análise dos Resultados e Conclusão. Compõem, ainda, este volume, Apêndices com material de suporte para a compreensão do modelo matemático.

2 REVISÃO DA LITERATURA

A fototriangulação pelo método dos feixes perspectivos – *bundle block adjustment* - é assunto que tem merecido destaque em muitos textos sobre fotogrametria, sob diversas abordagens e aprofundamentos teóricos. Apresenta-se a seguir, com o intuito de contextualizar o presente trabalho, uma revisão das fontes de informação sobre o assunto a que teve acesso o autor.

O Manual of Photogrammetry (1980) traz as equações de colinearidade, as equações que descrevem as distorções das lentes e método de ajustamento, não constituindo, porém, uma indicação detalhada de implementação da fototriangulação.

Kraus (1997) aborda a fototriangulação com parâmetros adicionais, porém apresenta modelos específicos para tipos de deformação no bloco a ser ajustado, de forma que se torna necessário o conhecimento destas deformações. Os parâmetros adicionais não contemplam os coeficientes de distorção das lentes de forma distinta, o que impede a calibração da câmara a partir dos modelos apresentados pelo autor.

Em Andrade (1998) encontra-se a descrição das equações de colinearidade e dos coeficientes de distorção das lentes, bem como a indicação dos métodos de ajustamento possíveis de serem utilizados, sem, no entanto, abordar os métodos de obtenção de valores iniciais necessários ao ajustamento.

Schenk (1999) trata da fototriangulação a partir das equações de colinearidade sem parâmetros adicionais.

Mikhail et al. (2001) descreve sucintamente as equações de colinearidade com parâmetros adicionais, mas os coeficientes de distorção também não são tratados de forma distinta.

Os textos citados, não obstante suas diferentes abordagens conceituais e, acima de tudo, pelo fato de se tratarem de trabalhos de instituições e autores de renomado cunho científico, contribuíram fortemente para o desenvolvimento deste trabalho. Outras fontes de importância como referência são Fragassi et al. (1996) e Ferreira (2001) por apontarem os métodos mais adequados de ajustamento a serem aplicados ao problema proposto.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Fotogrametria é a ciência e tecnologia de obtenção de informações confiáveis acerca do ambiente e de objetos físicos através de processos de registro, interpretação e mensuração de imagens. Divide-se em fotogrametria orbital, terrestre e aérea e nas chamadas aplicações especiais. Este texto trata da fotogrametria aérea.

3.1 AQUISIÇÃO DAS IMAGENS FOTOGRÁFICAS

Segundo ANDRADE:

“A tomada de fotografias requer um planejamento bem elaborado a fim de que os objetivos sejam alcançados. De forma sintética, tal planejamento deve estabelecer informações sobre: 1) Câmara; 2) Aeronave e sua autonomia de voo; 3) Altura e altitude de voo, de acordo com a escala; 4) Número de aerofotos em cada faixa; 5) Número de faixas; 6) Quantidade e tipo de filme; 7) Tempo de exposição; 8) Abertura do diafragma; 9) Filtro; 10) Intervalo de tempo entre duas exposições; 11) elementos para a navegação (projeto da cobertura fotográfica).”¹

É também recomendável que se obtenha informações sobre o clima da região objeto de estudo, de forma a planejar o voo para uma época seca, a fim de minimizar a possibilidade de ocorrência de nuvens que possam até inviabilizar a tomada das fotografias.

O espaço imagem é composto por imagens fotográficas, que são tomadas em faixas de forma a terem superposição longitudinal e lateral. A superposição longitudinal é necessária para garantir o exame estereoscópico; a superposição lateral assegura a existência de pontos em comum entre as faixas, possibilitando a ligação entre as mesmas. Recomenda-se a superposição longitudinal de 60% e lateral de 20 a 30%, embora possam ser utilizados outros valores para estes parâmetros, por exemplo, 80% para a superposição longitudinal, caso o objetivo seja a produção de ortofotos e 60% de superposição lateral, para aumentar a rigidez geométrica do bloco.

¹ ANDRADE, J. B. de, 1998, p. 38.

3.2 FOTOTRIANGULAÇÃO

Fototriangulação é a técnica de ajustamento das coordenadas dos centros de perspectiva e ângulos de atitude do sensor no momento da aquisição das imagens fotográficas, para cada imagem fotográfica que compõe o espaço imagem, de forma a permitir a obtenção de coordenadas no espaço objeto (terreno) a partir deste espaço imagem.

O método do ajustamento por feixes perspectivos, conhecido também como múltipla ressecção espacial² ou *bundle block adjustment*³, caracteriza-se pelo fato da unidade elementar para o ajustamento ser a unidade imagem, e todas as imagens fotográficas que compõem o espaço imagem terem suas coordenadas do centro de perspectiva — CP — e ângulos de atitude ajustados de forma conjunta e simultânea. Quando o modelo é estendido de forma a contemplar no mesmo processo o ajustamento dos parâmetros da câmara — distância focal, coordenadas do ponto principal e coeficientes de distorção das lentes — passa a ser denominado ajustamento por feixes perspectivos com auto-calibração.

A fototriangulação pode ser realizada também pelo método dos modelos independentes, onde a unidade elementar do ajustamento é o par estereoscópico. Para maiores informações sobre este método, recomenda-se a leitura de Tavares e Fagundes, [19__]. No ajustamento por feixes perspectivos com auto-calibração — AFPA — pode-se delimitar três fases distintas:

- a orientação interior, que consiste na reconstrução da geometria do feixe perspectivo interno à câmara e estabelecimento de um sistema de coordenadas no espaço imagem;
- a obtenção de valores iniciais aproximados para as incógnitas do sistema;
- a orientação exterior, que é o processo pelo qual são determinadas as rotações do espaço imagem — EI — em relação ao espaço objeto — EO — e as coordenadas do CP

² SEIXAS, J. J. de, 1978, p. 58.

³ KRAUS, K., 1997, p. 276.

da câmara no momento da tomada da imagem, o que permite tornar o espaço imagem homotético direto do espaço objeto, possibilitando o conhecimento das coordenadas de qualquer ponto neste espaço a partir das coordenadas do seu homólogo no espaço imagem.

A figura 3.1 mostra um bloco de imagens e seus respectivos feixes perspectivos.

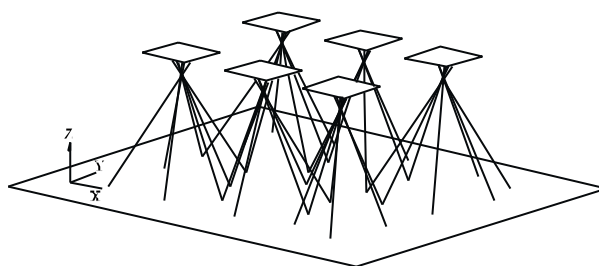


FIGURA 3.1 - BLOCO DE 6 IMAGENS FOTOGRÁFICAS E SEUS FEIXES PERSPECTIVOS

3.3 RELAÇÃO MATEMÁTICA ENTRE AS COORDENADAS DO ESPAÇO IMAGEM E DO ESPAÇO OBJETO

Ao se estabelecer a relação matemática entre as coordenadas de um ponto no espaço objeto e seu homólogo no espaço imagem, dependendo da escala e da altura do vôo, deve ser levada em consideração a refração atmosférica. O efeito causado é o deslocamento aparente dos pontos na imagem, tanto maior quanto maior for sua distância ao centro da mesma. Para o caso de fotografias aéreas de escala maior que 1:10.000, o erro causado por este fator pode ser desprezado⁴.

Assim, pode-se considerar que, no momento da aquisição da imagem

⁴ ALBERTZ, J.; KREILING, W., 1989, p. 202.
KRAUS, K., 1997, p.187.

fotográfica, o ponto $P(X, Y, Z)$ no terreno, o ponto $P'(X', Y', Z')$ no espaço imagem e o centro de perspectiva $O(X_0, Y_0, Z_0)$ estão contidos numa mesma linha (figura 3.2). O sistema de coordenadas de terreno X, Y, Z deve ser paralelo ao sistema do espaço imagem ξ, η, ζ , onde $\zeta = 0$ para todos os pontos do espaço imagem e $\zeta = f$ para o centro de perspectiva, sendo "f" a distância focal da câmara.

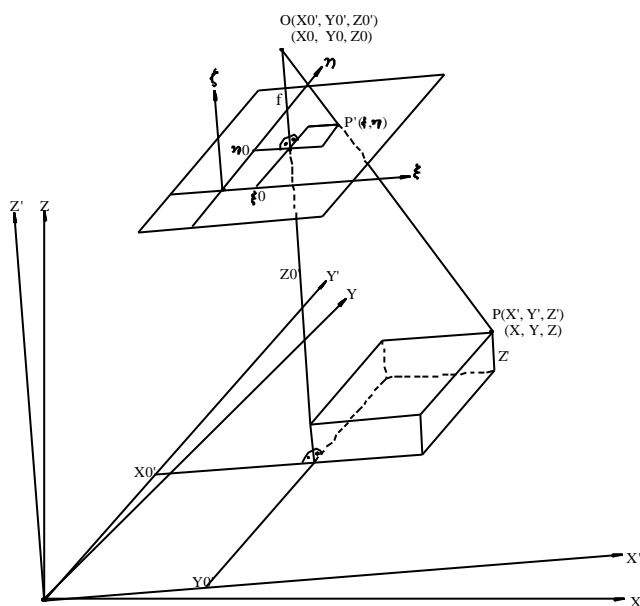


FIGURA 3.2 - COLINEARIDADE ENTRE OS PONTOS P, P' E O

Esta condição de colinearidade pode ser expressa pelas equações (3.1) e

(3.2)⁵:

$$\frac{x - x_0}{-f} = \frac{X' - X'_0}{Z' - Z'_0} \quad (3.1)$$

$$\frac{h - h_0}{-f} = \frac{Y' - Y'_0}{Z' - Z'_0} \quad (3.2)$$

⁵ Solução formulada por J. Zavoti, Geodetic and Geophysical Research Institute, Sopron, Hungria.

Rescrevendo as equações (3.1) e (3.2) de forma a colocar em evidência as coordenadas do espaço imagem ξ e η , obtém-se:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 - f \cdot \frac{X' - X'_0}{Z' - Z'_0} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_0 - f \cdot \frac{Y' - Y'_0}{Z' - Z'_0} \quad (3.4)$$

Ocorre que o sistema de coordenadas X', Y', Z' está rotacionado em relação ao sistema de coordenadas original do terreno X, Y, Z , pelos ângulos de atitude do sensor, de forma que é necessário estabelecer, com base nestes ângulos, as relações entre os dois sistemas. Para isso, lança-se mão de uma matriz de rotação.

Tomando cada eixo do sistema como centro de rotação em cada momento, " ω " será o ângulo de rotação em torno do eixo X' , " ϕ " em torno do eixo Y' e " κ " em torno do eixo Z' . Estabelecendo uma matriz de rotação para cada eixo a um tempo, têm-se:

$$R_{\omega} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega) & \sin(\omega) \\ 0 & -\sin(\omega) & \cos(\omega) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$R_{\phi} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & 0 & -\sin(\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$R_{\kappa} = \begin{bmatrix} \cos(\kappa) & \sin(\kappa) & 0 \\ -\sin(\kappa) & \cos(\kappa) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

A matriz de rotação entre os dois sistemas será então:

$$R = R_{\kappa} \cdot R_{\phi} \cdot R_{\omega} \quad (3.8)$$

que resulta:

$$R = \begin{bmatrix} \cos(\phi) \cos(\kappa) & -\cos(\phi) \sin(\kappa) & \sin(\phi) \\ \cos(\omega) \sin(\kappa) + \sin(\omega) \sin(\phi) \cos(\kappa) & \cos(\omega) \cos(\kappa) - \sin(\omega) \sin(\phi) \sin(\kappa) & -\sin(\omega) \cos(\phi) \\ \sin(\omega) \sin(\kappa) - \cos(\omega) \sin(\phi) \cos(\kappa) & \sin(\omega) \cos(\kappa) + \cos(\omega) \sin(\phi) \sin(\kappa) & \cos(\omega) \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Cada elemento da matriz de rotação será referido por r_{lc} , onde l = linha e c = coluna. Desta forma, $r_{11}=\cos(\varphi)\cos(\kappa)$, $r_{12}=-\cos(\varphi)\sin(\kappa)$, e assim por diante.

Pode-se agora estabelecer a relação entre os dois sistemas de coordenadas:

$$\begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X' - X'_0 \\ Y' - Y'_0 \\ Z' - Z'_0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Considerando que o sistema X', Y', Z' , é paralelo ao sistema de imagem ξ, η, ζ , os elementos da matriz de rotação são os cossenos dos ângulos de rotação entre o sistema de imagem e o sistema de terreno X, Y, Z no momento da aquisição da imagem.

Rearranjando (3.10)⁶ e substituindo em (3.3) e (3.4), chega-se à:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 - f \cdot \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_0 - f \cdot \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} \quad (3.12)$$

Estas são as equações de colinearidade, que expressam a relação das coordenadas dos pontos no espaço objeto com a de seus homólogos no espaço imagem. Pode-se tratar este conjunto de linhas assim definido como um feixe, que remete à expressão "ajustamento por feixes perspectivos".

⁶ R_ω , R_φ e R_κ são matrizes ortogonais e formam uma base ortonormal para \mathbb{R}^3 . Isto significa que qualquer vetor em \mathbb{R}^3 pode ser expresso como uma combinação linear de R_ω , R_φ e R_κ . A norma dos vetores que as compõem é igual a 1, portanto, $R_E^T = R_E^{-1}$.

3.4 PARÂMETROS ADICIONAIS

As equações de colinearidade como estabelecidas em (3.11) e (3.12) desconsideram a existência de distorções nas lentes que compõem o sistema de câmara⁷, a refração atmosférica, as deformações no filme⁸ (para o caso de imagens originalmente analógicas) .

A introdução de parâmetros adicionais às equações de colinearidade permite modelar a relação entre EI e EO de forma mais próxima à realidade física da tomada das imagens, pois considera em suas equações as possíveis distorções decorrentes das características intrínsecas do sistema de aquisição das imagens. Há modelos que tratam os parâmetros de forma indistinta em relação às distorções, como o modelo de BROWN, citado por MIKHAIL et al. (2001)⁹ e o de GREVE C. et al.(1992)¹⁰. Outros tratam cada termo adicional de forma distinta, de forma a quantificar o erro em relação à distância principal adotada, a posição do ponto principal e aos coeficientes de distorção radial simétrica e descentrada das lentes. Este é o modelo a que se refere esta pesquisa.

3.5 ABERRAÇÕES DAS LENTES

SEIDEL, citado por ANDRADE (1998, p.91), define cinco aberrações causadas pelo processo de fabricação das lentes:

- Aberração Esférica;
- Coma;
- Curvatura de Campo;
- Astigmatismo; e
- Distorção.

⁷ Manual of Photogrammetry, 1980, p.117

⁸ ANDRADE, J. B. de, 1998, p. 120.

⁹ MIKHAIL E. M. et al., 2001, p.125

¹⁰ GREVE C., 1996

Segundo ANDRADE, há também a aberração cromática, que não depende da construção das lentes e a distorção descentrada, que tem origem na montagem das objetivas. As aberrações de Seidel podem ser minimizadas no processo de fabricação das lentes ou sistema de lentes, mas não todas simultaneamente. As quatro primeiras dizem respeito à qualidade da imagem, enquanto que a quinta aberração causa deslocamentos da imagem¹¹.

A distorção radial simétrica afeta a posição de um ponto imagem numa linha reta a partir do ponto principal, no sentido radial e pode ser quantificada para um ponto no EI conforme o modelo de BROWN (1971)¹²:

$$dr = K1 \cdot r^3 + K2 \cdot r^5 + K3 \cdot r^7 + \dots \quad (3.13)$$

onde:

dr é a distorção radial descentrada para o ponto;

$K1, K2, K3, \dots$ são coeficientes da distorção radial descentrada; e

r é a distância radial do ponto principal (x_0, y_0) ao ponto considerado (x, y) , que pode ser expressa por:

$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \quad (3.14)$$

A equação para a distorção radial simétrica expressa em (3.13) pode ser decomposta segundo as direções dos eixos do sistema do EI, considerando os três primeiros termos:

$$dr_x = (x - x_0) \cdot (K1 \cdot r^2 + K2 \cdot r^4 + K3 \cdot r^6) \quad (3.15)$$

$$dr_y = (y - y_0) \cdot (K1 \cdot r^2 + K2 \cdot r^4 + K3 \cdot r^6) \quad (3.16)$$

A distorção descentrada é causada pelo não alinhamento das lentes do sistema da câmara. O modelo mais aceito para a distorção descentrada é encontrado

¹¹ ANDRADE, J. B. de, 1998, p. 91.

¹² BROWN D. C., 1971.

em BROWN, citado por FRAGASSI (1966)¹³. Suas equações modificadas para expressar esta distorção em cada eixo consideram apenas os dois primeiros termos:

$$\Delta x = P1 \cdot (r^2 + 2(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)^2) + 2 \cdot P2 \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{h}_0) \quad (3.17)$$

$$\Delta y = P2 \cdot (r^2 + 2(\mathbf{h} - \mathbf{h}_0)^2) + 2 \cdot P1 \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \cdot (\mathbf{h} - \mathbf{h}_0) \quad (3.18)$$

onde:

Δx e Δy são as distorções descentradas causadas no eixo x e y respectivamente;

P1 e P2 são os coeficientes de distorção descentrada.

A partir das equações (3.11), (3.15) e (3.17) e, da mesma forma (3.12), (3.16) e (3.18), chega-se às equações de colinearidade com parâmetros adicionais:

$$F\mathbf{x} = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + f \cdot \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} + d\mathbf{r}_x + \Delta x \quad (3.19)$$

$$F\mathbf{h} = (\mathbf{h} - \mathbf{h}_0) + f \cdot \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} + d\mathbf{r}_y + \Delta y \quad (3.20)$$

¹³ FRAGASSI, A. P. M.; SILVA, A. S.; CASTRO, D. M. de, 1996

4 O AJUSTAMENTO POR FEIXES PERSPECTIVOS COM AUTO-CALIBRAÇÃO

4.1 DEFINIÇÃO

O ajustamento por feixes perspectivos é a técnica de reconstrução ótima da geometria dos feixes de raios luminosos formadores do espaço imagem no momento da aquisição das imagens fotográficas. O processo se vale do Método dos Mínimos Quadrados — MMQ — para minimizar a função que quantifica o desvio-padrão do ajustamento, de forma que cada raio ajustado, originando-se em uma posição qualquer do espaço objeto (terreno), passe o mais próximo possível do seu homólogo no espaço imagem e do centro de perspectiva da imagem. O resultado deste ajustamento serão os parâmetros de orientação exterior, coordenadas de terreno dos pontos fotogramétricos, distância focal e coordenadas do ponto principal ajustados e coeficientes de distorção das lentes.

4.2 MÉTODO

O método consiste em calcular de forma iterativa e simultânea os parâmetros da orientação exterior das imagens (coordenadas do centro de perspectiva X_0 , Y_0 , Z_0 e ângulos de atitude ω , ϕ , κ), as coordenadas de terreno dos pontos fotogramétricos e os parâmetros da câmara através da solução de um sistema indeterminado formado por um conjunto de equações que relacionam pontos no EI e EO — (3.19) e (3.20). Este processo passa pelas etapas orientação interior, cálculo de valores iniciais aproximados para as incógnitas do sistema e orientação exterior, componentes do modelo matemático detalhado a seguir.

4.3 MODELO MATEMÁTICO

4.3.1 Dados de Entrada

Os dados de entrada para o modelo serão divididos em três categorias – dados do EO (terreno), dados do EI e da câmara.

Do EO tem-se as coordenadas no sistema de terreno (m) dos pontos de controle, executados segundo procedimentos compatíveis com a precisão do produto a ser gerado¹⁴.

Os dados do EI são provenientes de imagens digitais, supostamente obtidas pela digitalização de diafilmes convencionais. As coordenadas matriciais (coluna, linha) podem ser facilmente obtidas utilizando-se um *software* gráfico tal como “GIMP” ou “PaintBrush”. O modelo aqui descrito adota os valores inteiros para estas coordenadas, mas não impede a utilização das mesmas com precisão *subpixel*.

São provenientes do espaço imagem os seguintes dados:

- Quantidade de imagens fotográficas que compõem o espaço imagem;
- Coordenadas matriciais das marcas fiduciais. A medida das coordenadas das marcas fiduciais deve ser feita no ponto vazado de cada marca (figura 4.1).

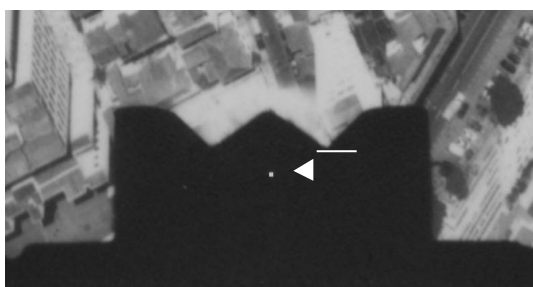


FIGURA 4.1 - MARCA FIDUCIAL: PONTO VAZADO

- Coordenadas matriciais dos pontos de controle (coluna, linha);
- Coordenadas matriciais dos pontos fotogramétricos;

¹⁴ U.S. ARMY CORPS OF ENGINEERS, 31 July 2002.

- Número da marca fiducial que aponta para a direção do voo. Este dado pode ser obtido a partir da disposição das marcas fiduciais contida no certificado de calibração e da observação da sequência da aquisição das imagens. No exemplo da figura 4.2, a marca fiducial em questão é a 1.

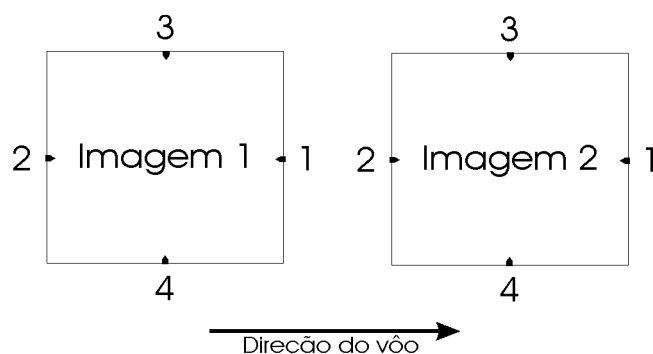


FIGURA 4.2 - DISPOSIÇÃO DAS MARCAS FIDUCIAIS E DIREÇÃO DO VÔO

Da câmara é necessário informar, ao menos, a distância focal nominal. A partir deste valor será calculada a distância focal, as coordenadas do ponto principal e os coeficientes de distorção das lentes. Se estes valores estiverem disponíveis serão ajustados no processo, levando a valores condizentes com a realidade caracterizada pelo sistema estabelecido.

4.3.2 Orientação interior

A orientação interior, como citado anteriormente, reconstitui a geometria dos feixes perspectivos internos à câmara e deve ser executada para cada imagem fotográfica. Para efetuar a orientação interior é utilizada a transformação afim a seis parâmetros ou transformação afim geral (cf. Apêndice 1), que produz os seguintes resultados:

- Transformação das coordenadas dos pontos de controle e fotogramétricos e das marcas fiduciais no sistema matricial da imagem digitalizada para coordenadas em mm no sistema do espaço imagem (sistema das marcas fiduciais). Isto é necessário porque estas coordenadas serão relacionadas com coordenadas de terreno (espaço objeto), métricas, de forma que é preciso que todas estejam no mesmo sistema de

medida;

- Correção da não-ortogonalidade dos eixos do sistema matricial. O equipamento em que é feita a digitalização (*scanner*) pode produzir, por motivos diversos, imagens digitais com esta característica;
- Correção de diferença de escala para cada eixo, de causas semelhantes ao item anterior;
- Translação da origem do sistema e inversão do sentido do eixo das ordenadas (figura 4.3).

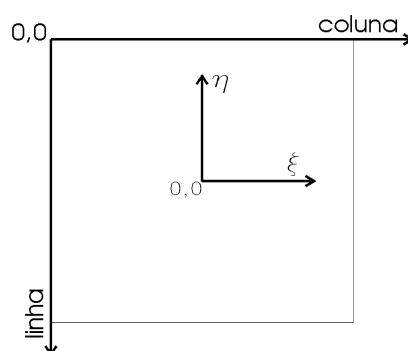


FIGURA 4.3 - SISTEMA MATRICIAL X SISTEMA DAS MARCAS FIDUCIAIS

De posse das coordenadas das quatro marcas fiduciais¹⁵ nos dois sistemas (matricial e das marcas fiduciais), são calculados os parâmetros de transformação de um sistema para outro. Como o sistema tem mais equações do que incógnitas, recorre-se ao MMQ (cf. GEMAEL, C., 1994).

4.3.3 Cálculo de Valores Iniciais Aproximados

As equações de colinearidade formadoras do sistema a ser solucionado, apesar de representarem matematicamente retas, não são lineares por considerarem os ângulos de atitude. Ao proceder ao ajustamento através do MMQ, é necessária a linearização destas equações e, para isso, foi adotada a expansão em série pelo método de Taylor (cf. Apêndice 2). A solução passa a depender, então, de valores iniciais

¹⁵ Há câmaras com oito marcas fiduciais (cf. Apêndice 3).

aproximados para o cálculo dos valores ajustados finais.

Como primeiro passo, com os dados de entrada disponíveis, faz-se uma transformação afim geral entre as coordenadas de imagem e planimétricas de terreno, a qual resultará nos parâmetros de transformação entre os sistemas de cada imagem e o sistema de terreno e nas coordenadas X e Y de terreno para os pontos fotogramétricos. O modelo adotado para o ajustamento é o Paramétrico e os pontos de controle entrarão como injunções (cf. SILVEIRA e BRITO, 2005)¹⁶.

As equações para os pontos de controle serão:

$$a_0 + a_1 \cdot \mathbf{x} + a_2 \cdot \mathbf{h} = X \quad (4.1)$$

$$b_0 + b_1 \cdot \mathbf{x} + b_2 \cdot \mathbf{h} = Y \quad (4.2)$$

Para os pontos fotogramétricos, as equações serão:

$$a_0 + a_1 \cdot \mathbf{x} + a_2 \cdot \mathbf{h} - 1 \cdot X = 0 \quad (4.3)$$

$$b_0 + b_1 \cdot \mathbf{x} + b_2 \cdot \mathbf{h} - 1 \cdot Y = 0 \quad (4.4)$$

Para simplificação da descrição da montagem das matrizes para o ajustamento, serão adotadas as seguintes matrizes:

$$A_{i,j} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{h}_{ij} & \mathbf{x}_{ij} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \mathbf{h}_{ij} & \mathbf{x}_{ij} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$PTA_i = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

¹⁶ SILVEIRA, F. J. C. ; BRITO, J. L. N. S., 2005.

$$XY_j = \begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

onde:

i é o identificador da imagem;

j é o identificador do ponto;

η e ξ são as coordenadas em mm do ponto no espaço imagem;

X e Y são as coordenadas planimétricas do ponto no sistema de terreno;

a0, a1, a2, b0, b1, b2 são os parâmetros de transformação para as coordenadas da imagem i.

Constitui-se, então, um sistema do tipo :

$$A \cdot X = L \quad (4.10)$$

Um exemplo de formação das matrizes para o ajustamento, considerando o ponto 1 como de controle¹⁷:

$$M = \begin{bmatrix} A_{1,1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ A_{1,2} & 0 & & 0 & B & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{1,j} & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & B \\ 0 & A_{2,1} & & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & A_{2,2} & & 0 & B & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & A_{2,j} & \cdots & 0 & 0 & \cdots & B \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & & A_{i,1} & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & & A_{i,2} & B & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_{i,j} & 0 & \cdots & B \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} PTA_1 \\ PTA_2 \\ \vdots \\ PTA_i \\ XY_2 \\ \vdots \\ XY_j \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} XY_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ XY_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ XY_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

A aproximação inicial para a coordenada Z dos pontos fotogramétricos será a média das coordenadas Z dos pontos de controle.

¹⁷ Um exemplo detalhado encontra-se em SILVEIRA e BRITO, 2005.

Pelo princípio da colinearidade, o CP e o ponto principal, PP estão alinhados, permitindo que se obtenha X0 e Y0 de cada imagem (as coordenadas do CP no terreno), usando os parâmetros de transformação (PTA_i) obtidos em (4.10).

A aproximação inicial para o valor da coordenada Z0, que é numericamente igual à distância do CP ao terreno medida sobre a normal à superfície de referência, será estimada através da relação:

$$E = \frac{f}{Z} \quad (4.12)$$

onde:

E: escala;

Z: altura do CP em relação ao terreno;

f: distância focal;

Z e f devem estar na mesma unidade de medida.

A escala a ser adotada para o cálculo de Z0 será a escala média da imagem fotográfica, e se dará a partir das coordenadas dos pontos de controle e fotogramétricos no terreno e de seus homólogos no espaço imagem. Cada par de pontos, formado pelo primeiro ponto contido na imagem e outro, define um vetor cuja norma nos espaços objeto e imagem serão obtidos pelas equações (4.13) e (4.14), a saber:

$$S_{pm} = \sqrt{(X_p - X_m)^2 + (Y_p - Y_m)^2 + (Z_p - Z_m)^2} \quad (4.13)$$

$$s_{pm} = \sqrt{(\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_m)^2 + (\mathbf{h}_p - \mathbf{h}_m)^2} \quad (4.14)$$

onde:

(X, Y, Z): coordenadas do ponto no terreno (m);

(ξ, η): coordenadas no espaço imagem (mm) ;

p: identificador do primeiro ponto contido na imagem;

m: identificador do ponto, maior que p;

n: número de pontos contidos na imagem.

Usam-se as coordenadas tridimensionais dos pontos de controle para que seja levado em consideração o deslocamento devido ao relevo.

A escala média da imagem fotográfica será então, para o caso de $p = 1$:

$$EM = \frac{\left(\frac{S_{p2}}{s_{p2}} + \frac{S_{p3}}{s_{p3}} + \dots + \frac{S_{pm}}{s_{pm}} \right)}{n} \quad (4.15)$$

Combinando (4.12) e (4.15) chega-se à:

$$Z0 = f \cdot EM \quad (4.14)$$

Por se tratarem de imagens fotográficas aproximadamente verticais, considera-se que o valor verdadeiro dos ângulos ω e φ seja próximo de 0° , adotando-se este valor para a aproximação inicial. Há que se ressaltar, contudo, que este procedimento não se aplica a imagens oblíquas.

Para estabelecer o valor aproximado do ângulo κ , que expressa a direção do vôo, é necessário estimar a posição da imagem fotográfica em relação ao terreno. Primeiramente, transformam-se para o sistema de terreno as coordenadas da marca fiducial que aponta para a direção do vôo, usando os mesmos parâmetros calculados em (4.10). Com as coordenadas $(X1, Y1)$ assim obtidas e as coordenadas já calculadas do CP no terreno, $(X0, Y0)$, pode-se estimar o ângulo κ . Verifica-se inicialmente se κ é 0, 90, 180 ou 270 graus. Assim, têm-se:

$$\Delta X = X1 - X0 \quad (4.15)$$

$$\Delta Y = Y1 - Y0 \quad (4.16)$$

$$\text{Se } (\Delta Y = 0 \text{ e } X1 > X0), \kappa = 0$$

$$\text{Se } (\Delta Y = 0 \text{ e } X1 < X0), \kappa = 180$$

$$\text{Se } (\Delta X = 0 \text{ e } Y1 > Y0), \kappa = 90$$

$$\text{Se } (\Delta X = 0 \text{ e } Y1 < Y0), \kappa = 270 \quad (4.17)$$

Se nenhuma das condições em (4.17) for satisfeita, calcula-se o ângulo que a

reta descrita por (X_0, Y_0) e (X_1, Y_1) faz com o eixo das abcissas do sistema de terreno:

$$a = \arctan\left(\left|\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right|\right) \quad (4.18)$$

Em seguida, faz-se o estudo do quadrante e determinação de κ :

Se $(\Delta Y > 0 \text{ e } \Delta X > 0)$, $\kappa = \alpha$

Se $(\Delta Y > 0 \text{ e } \Delta X < 0)$, $\kappa = 180 - \alpha$

Se $(\Delta Y < 0 \text{ e } \Delta X < 0)$, $\kappa = 180 + \alpha$

Se $(\Delta Y < 0 \text{ e } \Delta X > 0)$, $\kappa = 360 - \alpha$ (4.19)

A figura 4.4 ilustra as possibilidades de ocorrência do ângulo α segundo a direção do vôo, o sistema de terreno e o círculo trigonométrico.

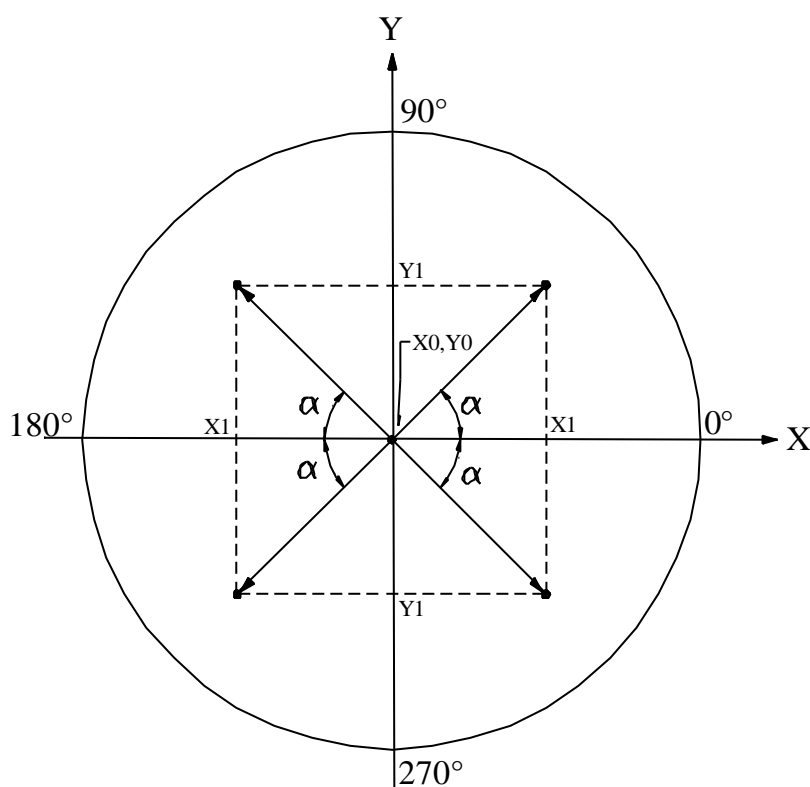


FIGURA 4.4 - POSSIBILIDADES DE OCORRÊNCIA DO ÂNGULO α

4.3.4 Refinamento dos Valores Iniciais Aproximados

O Ajustamento por Feixes Perspectivos com Auto-Calibração – AFPA – demanda valores iniciais bastante próximos dos que serão os finais, uma vez que o ajustamento envolve derivadas parciais de termos que representam valores de ordem 10^6 ou maiores (as coordenadas de terreno) e 10^{-12} ou menores (os coeficientes de distorção das lentes). Se houver diferenças significativas o ajustamento não convergirá e ocorrerá singularidade nas matrizes do sistema.

Um refinamento dos valores iniciais é feito com um novo ajustamento pelo Modelo Paramétrico, utilizando os valores já calculados como iniciais. Nesta etapa serão ajustados os valores dos parâmetros de Orientação Exterior e as coordenadas tridimensionais dos pontos fotogramétricos.

Adotando as equações de colinearidade descritas em (3.11) e (3.12), estabelece-se as derivadas parciais a seguir:

$$\begin{aligned}
 a_{02} &= \frac{\partial f\mathbf{x}}{\partial X_0} & a_{05} &= \frac{\partial f\mathbf{x}}{\partial \mathbf{w}} & b_{02} &= \frac{\partial f\mathbf{h}}{\partial X_0} & b_{05} &= \frac{\partial f\mathbf{h}}{\partial \mathbf{w}} \\
 a_{03} &= \frac{\partial f\mathbf{x}}{\partial Y_0} & a_{06} &= \frac{\partial f\mathbf{x}}{\partial \mathbf{j}} & b_{03} &= \frac{\partial f\mathbf{h}}{\partial Y_0} & b_{06} &= \frac{\partial f\mathbf{h}}{\partial \mathbf{j}} \\
 a_{04} &= \frac{\partial f\mathbf{x}}{\partial Z_0} & a_{07} &= \frac{\partial f\mathbf{x}}{\partial \mathbf{k}} & b_{04} &= \frac{\partial f\mathbf{h}}{\partial Z_0} & b_{07} &= \frac{\partial f\mathbf{h}}{\partial \mathbf{k}}
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

$$\begin{aligned}
 a_{08} &= \frac{\partial f\mathbf{x}}{\partial X} & b_{08} &= \frac{\partial f\mathbf{h}}{\partial X} \\
 a_{09} &= \frac{\partial f\mathbf{x}}{\partial Y} & b_{09} &= \frac{\partial f\mathbf{h}}{\partial Y} \\
 a_{10} &= \frac{\partial f\mathbf{x}}{\partial Z} & b_{10} &= \frac{\partial f\mathbf{h}}{\partial Z}
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

Cada ponto de controle ou fotogramétrico corresponderá a uma Matriz Jacobiana composta pelas derivadas parciais definidas em (4.20):

$$A = \begin{bmatrix} a_{02} & a_{03} & a_{04} & a_{05} & a_{06} & a_{07} \\ b_{02} & b_{03} & b_{04} & b_{05} & b_{06} & b_{07} \end{bmatrix} \tag{4.22}$$

Os pontos fotogramétricos, e somente estes, constituirão Matrizes Jacobianas compostas pelas derivadas parciais (4.21), como segue:

$$B = \begin{bmatrix} a_{08} & a_{09} & a_{10} \\ b_{08} & b_{09} & b_{10} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

O sistema formado semelhante ao da (4.10) e (4.11), resultará nas correções para os parâmetros (q.v. GEMAEL, C., 1994). Os valores iniciais são, então, corrigidos e utilizados como novas aproximações em outra iteração, até que a convergência seja alcançada de acordo com o critério de parada (diferença entre os valores dos parâmetros ajustados em duas iterações sucessivas, menor que um valor aceito como adequado). Uma descrição detalhada deste ajustamento, bem como da configuração das matrizes para tal, pode ser encontrada em SILVEIRA e BRITO, 2005¹⁸.

Esta etapa do modelo gera para a etapa seguinte, o ajustamento com auto-calibração, três vetores distintos: X_o – com os parâmetros de orientação exterior para cada imagem e parâmetros iniciais para a câmara, L_o com as coordenadas no EO (terreno) dos pontos de controle e fotogramétricos e de seus respectivos homólogos no EI e V – vetor de resíduos das coordenadas ajustadas.

4.3.5 Ajustamento com auto-calibração

O método de auto-calibração tem como característica ajustar, num mesmo processo, os parâmetros (de Orientação Exterior – $X_0, Y_0, Z_0, \phi, \omega, \kappa$ e Adicionais – $f, K_1, K_2, K_3, P_1, P_2, \gamma_0, \gamma_0$) e as observações (coordenadas dos pontos no Espaço Objeto). Para que se tenha um exemplo didático do modelo de ajustamento Combinado ou Geral, este é o modelo adotado para a próxima etapa do modelo:

$$F(X_a, L_a) = 0 \quad (4.24)$$

que resulta em¹⁹ :

¹⁸ SILVEIRA, F. J. C.; BRITO, J. L. N. S., 2005.

¹⁹ GEMAEL, C., 1994, p.166.

$$AX + BV + W = 0 \quad (4.25)$$

As equações de colinearidade são as descritas em (3.19) e (3.20) e o processo de ajustamento é iterativo²⁰, de modo que os valores iniciais são corrigidos a cada iteração, até que a diferença entre dois valores ajustados em iterações sucessivas seja menor do que o critério de parada.

Faz-se necessária a discussão sobre a compatibilidade do sistema formado nesta etapa. Assim como nos sistemas formados nos dois ajustamentos anteriores, é necessário que o número de equações deste sistema seja superior ao de parâmetros ajustados para que este se configure compatível²¹. Como os ajustamentos anteriores contemplam número menor de parâmetros a ajustar, a compatibilidade do modelo como um todo pode ser verificada se:

$$nEq > nPar \quad (4.26)$$

considerando:

$$nEq = \left[\sum_{i=1}^{nImgs} nPC_i + nPF_i \right] \times 2 \quad (4.27)$$

$$nPar = nImgs \times 6 + nPF_t \times 3 + 8 \quad (4.28)$$

onde:

nEq: número de equações do sistema;

nPar: número de parâmetros a ajustar;

nPC_i: número de pontos de controle contidos na imagem i;

nPF_i: número de pontos fotogramétricos contidos na imagem i;

nPF_t: número total de pontos fotogramétricos; e

nImgs: número de imagens do bloco a ajustar.

²⁰ SILVEIRA, F. J. C.; BRITO, J. L. N. S., 2005.

²¹ STEINBRUCK, A.; WINTERLE, P., 1987, p.506.

Da mesma forma que no refinamento dos valores iniciais, as equações de colinearidade são expandidas em série pelo método de Taylor, resultando nas (4.20) e (4.21) e ainda:

$$\begin{array}{llll}
a_{11} = \frac{\partial f \mathbf{x}}{\partial f} & a_{16} = \frac{\partial f \mathbf{x}}{\partial K3} & b_{11} = \frac{\partial f \mathbf{h}}{\partial f} & b_{16} = \frac{\partial f \mathbf{h}}{\partial K3} \\
a_{12} = \frac{\partial f \mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}0} & a_{17} = \frac{\partial f \mathbf{x}}{\partial P1} & b_{12} = \frac{\partial f \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}0} & b_{17} = \frac{\partial f \mathbf{h}}{\partial P1} \\
a_{13} = \frac{\partial f \mathbf{x}}{\partial \mathbf{h}0} & a_{18} = \frac{\partial f \mathbf{x}}{\partial P2} & b_{13} = \frac{\partial f \mathbf{h}}{\partial \mathbf{h}0} & b_{18} = \frac{\partial f \mathbf{h}}{\partial P2} \\
a_{14} = \frac{\partial f \mathbf{x}}{\partial K1} & a_{19} = \frac{\partial f \mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}} & b_{14} = \frac{\partial f \mathbf{h}}{\partial K1} & b_{19} = \frac{\partial f \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \\
a_{15} = \frac{\partial f \mathbf{x}}{\partial K2} & a_{20} = \frac{\partial f \mathbf{x}}{\partial \mathbf{h}} & b_{15} = \frac{\partial f \mathbf{h}}{\partial K2} & b_{20} = \frac{\partial f \mathbf{h}}{\partial \mathbf{h}}
\end{array} \tag{4.29}$$

Para cada ponto componente do bloco a ser ajustado, têm-se as submatrizes seguintes, componentes das matrizes para o ajustamento:

Matriz Jacobiana dos Parâmetros de Orientação Exterior:

$$JO = \begin{bmatrix} a_{02} & a_{03} & a_{04} & a_{05} & a_{06} & a_{07} \\ b_{02} & b_{03} & b_{04} & b_{05} & b_{06} & b_{07} \end{bmatrix} \tag{4.30}$$

Matriz Jacobiana dos Parâmetros Adicionais:

$$JP = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} & a_{18} \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} & b_{16} & b_{17} & b_{18} \end{bmatrix} \tag{4.31}$$

Matriz Jacobiana das Coordenadas do Espaço Imagem:

$$JI = \begin{bmatrix} a_{19} & a_{20} \\ b_{19} & b_{20} \end{bmatrix} \tag{4.32}$$

Matriz Jacobiana das Coordenadas do Espaço Objeto:

$$JF = \begin{bmatrix} a_{08} & a_{09} & a_{10} \\ b_{08} & b_{09} & b_{10} \end{bmatrix} \tag{4.33}$$

A configuração das matrizes para o ajustamento será, então:

$$A = \begin{bmatrix} JO_{1,1} & & & & JP_{1,1} \\ & JO_{2,1} & & & JP_{2,1} \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & JO_{i,1} & JP_{i,1} \\ JO_{1,2} & & & & JP_{1,2} \\ & JO_{2,2} & & & JP_{2,2} \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & JO_{i,2} & JP_{i,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ JO_{1,j} & & & & JP_{1,j} \\ & JO_{2,j} & & & JP_{2,j} \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & JO_{i,j} & JP_{i,j} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$$B = \begin{bmatrix} JI_{1,1} & & & JF_{1,1} \\ & JI_{2,1} & & JF_{2,1} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & JI_{i,1} & JF_{i,1} \\ & & & & JI_{1,2} & JF_{1,2} \\ & & & & JI_{2,2} & JF_{2,2} \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & JI_{i,2} & JF_{i,2} \\ & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & JI_{1,j} & JF_{1,j} \\ & & & & & & & JI_{2,j} & JF_{2,j} \\ & & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & JI_{i,j} & JF_{i,j} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$W = \begin{bmatrix} F\mathbf{x}_{1,1} \\ F\mathbf{h}_{1,1} \\ F\mathbf{x}_{2,1} \\ F\mathbf{h}_{2,1} \\ \vdots \\ F\mathbf{x}_{i,1} \\ F\mathbf{h}_{i,1} \\ F\mathbf{x}_{1,2} \\ F\mathbf{h}_{1,2} \\ F\mathbf{x}_{2,2} \\ F\mathbf{h}_{2,2} \\ \vdots \\ F\mathbf{x}_{i,2} \\ F\mathbf{h}_{i,2} \\ \vdots \\ F\mathbf{x}_{1,j} \\ F\mathbf{h}_{1,j} \\ F\mathbf{x}_{2,j} \\ F\mathbf{h}_{2,j} \\ \vdots \\ F\mathbf{x}_{i,j} \\ F\mathbf{h}_{i,j} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

onde:

i: imagem i;

j: ponto j;

$F\mathbf{x}_{i,j}$: Equação (3.19) aplicada aos parâmetros da imagem i e ponto j contido na imagem i; e

$F\mathbf{h}_{i,j}$: Equação (3.20) aplicada aos parâmetros da imagem i e ponto j contido na imagem i.

A matriz dos pesos ‘P’, para a primeira iteração, é calculada a partir da matriz ‘V’, proveniente do ajustamento realizado para o refinamento dos valores iniciais. A partir da segunda iteração, a matriz ‘P’ é calculada a partir da matriz ‘V’

dos resíduos calculada na iteração anterior. Isto permite uma convergência com menos iterações do modelo. Desta forma:

$$P = \begin{bmatrix} p_{1,1} & & & \\ & p_{2,2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & p_{u,u} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

Cada elemento da diagonal será:

$$p_{u,u} = s_2 \cdot (\sqrt{v_u})^{-1} \quad (4.38)$$

considerando:

$$s_2 = \frac{V^T V}{nEq - (nImgs \cdot 6 + nPF \cdot 3 + nPar)} \quad (4.39)$$

e:

$$u = nImgs \cdot 2 + nPF \cdot 3 \quad (4.40)$$

onde:

$p_{u,u}$: elemento da linha u, coluna u da matriz de peso;

v_u : elemento da linha u do vetor dos resíduos;

s_2 : variância dos resíduos, em função do número de parâmetros ajustados;

V : vetor dos resíduos;

nEq : número de equações do sistema, como em (4.27);

$nImgs$: número de imagens componentes do bloco a ajustar;

nPF : número de pontos fotogramétricos no bloco;

$nPar$: número de parâmetros a ajustar; e

u : índice dos elementos citados acima.

Todos os elementos não evidenciados das matrizes supra descritas são nulos.

A seguir, a descrição da composição dos vetores dos valores iniciais para este ajustamento:

$$Xo = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{j}_1 \\ \mathbf{k}_1 \\ X0_1 \\ Y0_1 \\ Z0_1 \\ \\ \mathbf{w}_i \\ \mathbf{j}_i \\ \mathbf{k}_i \\ X0_i \\ X0_i \\ X0_i \\ f \\ \mathbf{x}0 \\ \mathbf{h}0 \\ K1 \\ K2 \\ K3 \\ P1 \\ P2 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

$$Lo = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1,1} \\ \mathbf{h}_{1,1} \\ \mathbf{x}_{2,1} \\ \mathbf{h}_{2,1} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{i,1} \\ \mathbf{h}_{i,1} \\ X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{1,j} \\ \mathbf{h}_{1,j} \\ \mathbf{x}_{2,j} \\ \mathbf{h}_{2,j} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{i,j} \\ \mathbf{h}_{i,j} \\ X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Cada iteração do ajustamento resultará em vetores Xa - parâmetros de orientação exterior e da câmara ajustados, La - coordenadas dos pontos no EI e EO ajustadas e V - resíduos. Para uma nova iteração faz-se:

$$Xo = Xa \quad (4.43)$$

e:

$$Lo = La \quad (4.44)$$

O processo faz um ajustamento gradativo, em três estágios distintos. No primeiro estágio, contempla somente a distância focal ‘f’ como parâmetro adicional e mantém os demais inalterados. No segundo estágio, são ajustadas também as coordenadas (X₀, Y₀) do ponto principal e, finalmente, no terceiro estágio, todos os parâmetros adicionais são considerados. Esta forma de proceder ao ajustamento mostrou-se mais robusta, de forma a evitar a singularidade nas matrizes do modelo, da mesma forma que a etapa do refinamento dos valores iniciais descrita no item 4.3.4.

As equações para o ajustamento nos moldes descritos em (4.25) são apresentadas a seguir, na seqüência em que ocorrem no modelo:

$$M = B \cdot P^{-1} \cdot B^T \quad (4.45)$$

$$x = (A^T \cdot M^{-1} \cdot A)^{-1} \cdot (A^T \cdot M^{-1} \cdot W) \quad (4.46)$$

$$Xa = Xo + x \quad (4.47)$$

$$V = -P^{-1} \cdot B^T \cdot M^{-1} \cdot (A \cdot x + W) \quad (4.48)$$

$$La = Lo + V \quad (4.49)$$

As iterações de cada etapa têm, como critério de parada, o valor 0,001, tanto para os valores lineares quanto para os valores angulares (em radianos), o que, ao convergir o modelo, representa um resíduo da ordem de 1mm para as coordenadas no sistema EO, 1µm para as coordenadas no sistema EI e, aproximadamente, 17x10⁻⁶ graus para os ângulos de atitude. Estes valores indicam, todavia, a precisão interna do modelo, não a precisão externa dos valores ajustados, que é decorrente da qualidade e quantidade de pontos de controle disponíveis para o ajustamento.

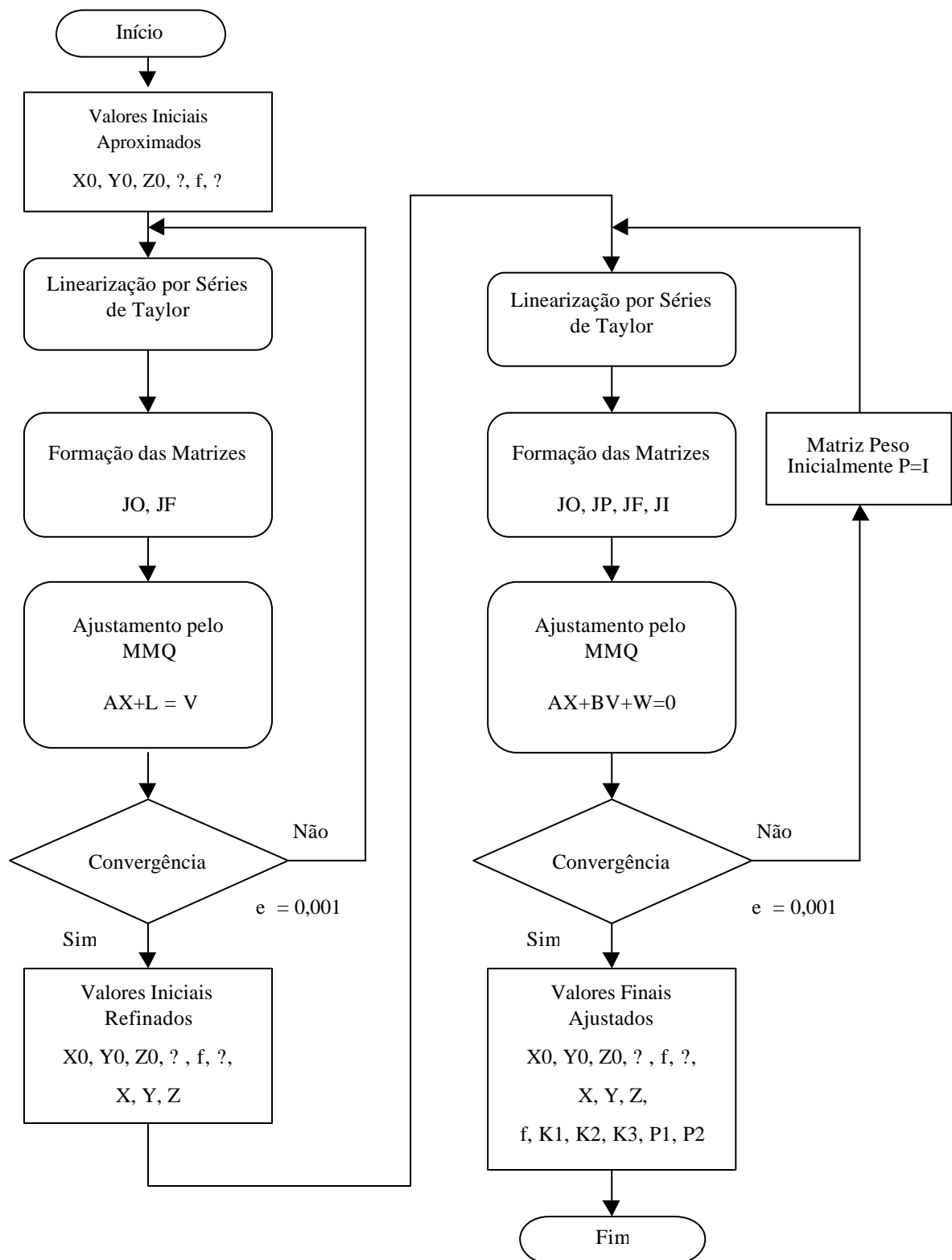


FIGURA 4.5 – FLUXOGRAMA DO MODELO DE AJUSTAMENTO PELO MÉTODO DOS FEIXES PERSPECTIVOS COM AUTO-CALIBRAÇÃO

5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

O modelo desenvolvido durante esta pesquisa possui características de versatilidade que permitem sua aplicação tanto na solução dos parâmetros de orientação exterior para um bloco de imagens provenientes de câmara fotogramétrica, quanto a calibração de câmaras não-métricas. Para demonstrar estas capacidades foram executados três testes distintos: (a) lançando mão dos dados utilizados por Ferreira (2001) executou-se a calibração de uma câmara digital não-métrica e comparou-se o resultado com os valores obtidos por este em seu teste; (b) para demonstrar a capacidade do modelo ajustar um bloco composto por n imagens foi utilizado um bloco de três imagens sintéticas (geradas matematicamente) com características semelhantes às de imagens aerofotogramétricas analógicas digitalizadas com resolução de 1000 *pixels* por cm; e, (c) finalmente, foi executado um teste com um par de imagens aerofotogramétricas digitalizadas em 1200dpi²² e os resultados comparados com o obtido com os mesmos valores de entrada processados pelo *software* LPS – Leica Photogrammetric Suite – considerado referência no processamento de imagens fotogramétricas. Faz-se necessário registrar que as coordenadas X, Y e Z utilizadas neste teste são provenientes de dois sistemas distintos, as coordenadas E e N do sistema UTM para as coordenadas X e Y e a cota no sistema de altitudes para a coordenada Z. Os dados utilizados nos testes estão contidos no Apêndice 4.

5.1 CALIBRAÇÃO DE CÂMARA NÃO MÉTRICA

A câmara calibrada neste teste foi uma Kodak DSC650. As imagens são de um monumento e os dados para sua calibração foram obtidos com a medição de pontos

²² dpi: dot per inch – pontos por polegada.

por estação total executando-se o método de interseção a vante²³. Todos os pontos do teste estão contidos nas três imagens simultaneamente e são pontos de controle. A distância focal adotada para início do processo foi a nominal, 8mm; as coordenadas do CP e os coeficientes de distorção radial simétrica e distorção descentradas tiveram como valor inicial, zero. Como marcas fiduciais foram adotados os *pixels* dos cantos das imagens. Os resultados e sua comparação são apresentados a seguir.

Parâmetros da câmara								
Modelo	f(mm)	τ_0 (mm)	η_0 (mm)	K1	K2	K3	P1	P2
Ferreira (2001)	8,2316	0,0311	-0,0234	3,11E-03	-6,58E-05	-3,60E-06	-4,20E-04	-3,50E-04
AFPA	8,2295	0,0588	-0,0220	3,69E-03	-5,63E-05	-3,69E-06	-5,63E-04	-3,55E-04
Diferença	0,0021	0,0277	0,0014	5,82E-04	9,52E-06	9,25E-08	1,43E-04	4,60E-06

TABELA 5.1 – PARÂMETROS DA CÂMARA NÃO-MÉTRICA

Parâmetros de Orientação Exterior							
Imagem	Modelo	X0	Y0	Z0	ω (graus)	ϕ (graus)	κ (graus)
	Ferreira (2001)	10000,0065	1011,3244	4999,8739	-0,9551	-0,5529	-7,6226
Esquerda	AFPA	10000,0065	1011,3240	4999,8726	-0,9449	-0,5543	-7,8233
	Diferença	0,0001	0,0004	0,0013	0,0102	0,0014	0,2007
	Ferreira (2001)	10002,8400	1011,3489	4999,8818	-1,0846	-0,2856	8,7994
Central	AFPA	10002,8396	1011,3489	4999,8809	-1,0764	-0,2890	8,5986
	Diferença	0,0004	0,0000	0,0009	0,0082	0,0034	0,2008
	Ferreira(2001)	10001,4170	1011,5094	4998,9835	-0,4458	-0,2544	-0,4246
Direita	AFPA	10001,4157	1011,5089	4998,9822	-0,4343	-0,2555	-0,6314
	Diferença	0,0013	0,0005	0,0013	0,0115	0,0011	0,2068

TABELA 5.2 – PARÂMETROS DE ORIENTAÇÃO EXTERIOR DAS IMAGENS DA CÂMARA NÃO-MÉTRICA

A calibração câmaras não-métricas se mostrou possível, uma vez que o teste realizado atingiu valores semelhantes, a partir dos mesmos dados, aos obtidos por Ferreira (2001) em sua pesquisa.

5.2 FOTOTRIANGULAÇÃO DO BLOCO DE IMAGENS SINTÉTICAS

O bloco de imagens a seguir foi concebido matematicamente, tendo, por isso, recebido a denominação de Bloco de Imagens Sintéticas. É composto por três imagens

²³ FERREIRA, J. M. C., 2001.

de tamanho 23 x 23 cm e seus dados matriciais foram calculados com base em uma digitalização de 1000 *pixels* por cm. O sistema de coordenadas do Espaço Objeto foi arbitrado. A configuração do bloco e a distribuição dos pontos está na figura 4.1.

No teste realizado os pontos de 1 a 9 foram utilizados como pontos de controle e os restantes, de 10 a 29, como pontos fotogramétricos. Os dados de câmara adotados foram a distância focal nominal (153mm) e zero para os demais parâmetros.

Parâmetros de Orientação Exterior						
	X0(m)	Y0(m)	Z0(m)	O(graus)	f (graus)	?(graus)
Imagem 1	1763,55	7128,46	3203,00	3,0000	2,0000	1,0000
AFPA	1763,88	7128,93	3200,91	2,9842	2,0053	1,0003
Diferença	0,33	0,47	2,09	1,58E-02	5,30E-03	2,72E04
Imagem 2	2549,02	8430,31	3199,00	1,0000	3,0000	2,0000
AFPA	2549,11	8430,63	3197,79	0,9864	3,0013	2,0011
Diferença	0,09	0,32	2,21	1,36E-02	1,30E-03	1,10E-03
Imagem 3	3492,72	8340,78	3200,00	2,0000	1,0000	3,0000
AFPA	3492,78	8341,21	3197,79	1,9853	0,9990	3,0001
Diferença	0,06	0,43	2,21	1,47E-02	1,00E-03	9,00E-05

TABELA 5.3 – PARÂMETROS DE ORIENTAÇÃO EXTERIOR DAS IMAGENS SINTÉTICAS

Parâmetros da câmara								
	F(mm)	?0(mm)	?0(mm)	K1	K2	K3	P1	P2
Câmara	153,128	-6,30E-05	-3,70E-05	-1,813E-09	-5,877E-14	-5,909E-18	-6,278E-07	7,172E-07
AFPA	153,416	4,89E-06	-2,63E-05	-7,290E-03	2,240E00	-1,380E02	4,840E-04	2,180E-04
Diferença	0,288	6,79E-05	1,34E-05	7,290E-03	2,240E00	1,380E02	4,846E-04	2,173E-04

TABELA 5.4 – PARÂMETROS DE CÂMARA DO BLOCO DE IMAGENS SINTÉTICAS

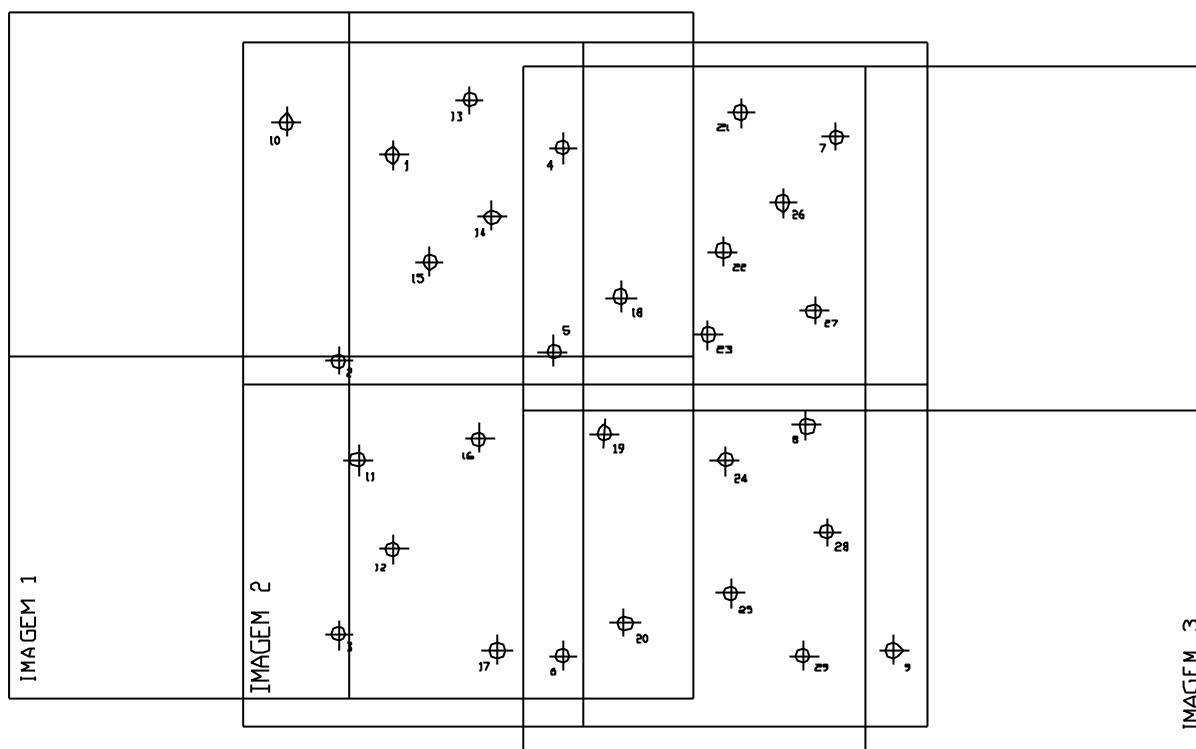


FIGURA 5.1 – BLOCO DE IMAGENS SINTÉTICAS

Este teste demonstra a capacidade do modelo de realizar a fototriangulação de um bloco composto por três ou mais imagens aéreas. A obtenção dos parâmetros de câmara se mostrou, neste caso, ineficiente, uma vez que o processo não contou com a densidade de pontos de controle suficiente. A diferenças dos valores dos parâmetros Z_0 são devidas ao fato deste parâmetro ser diretamente dependente da distância focal. Apesar disso, os parâmetros de orientação exterior que foram obtidos podem ser considerados satisfatórios.

5.3 FOTOTRIANGULAÇÃO DAS IMAGENS AÉREAS CONVENCIONAIS

Este teste foi realizado com um par de imagens aéreas convencionais da área do Maracanã em escala 1:8000 e o apoio terrestre encontra-se descrito em Lima et al.²⁴. Neste teste os parâmetros da câmara utilizados como dado de entrada foram os do certificado de calibração (cf. Anexo 2). Os resultados atingidos pelo modelo AFPA

²⁴ LIMA et al. [200_].

foram comparados com os produzidos pelo *software* LPS – Leica Photogrammetric Suite. Os dados de entrada para ambos os processos foi estritamente os mesmos.

Parâmetros de Orientação Exterior							
Imagem	Modelo	X0(m)	Y0(m)	Z0(m)	?(graus)	f (graus)	?(graus)
1	LPS	680592,63	7465074,07	1328,29	1,9012	-0,7874	-0,7815
	AFPA	680592,72	7465073,82	1328,30	1,9852	-0,7843	-0,7814
	Diferença	0,09	0,25	0,01	0,0840	0,0031	0,0001
2	LPS	681293,34	7465070,29	1333,81	0,7168	-1,0393	-1,8530
	AFPA	681293,52	7465070,29	1333,94	0,7013	-1,0338	-1,8462
	Diferença	0,18	0,00	0,14	0,0155	0,0055	0,0068

TABELA 5.5 – PARÂMETROS DE ORIENTAÇÃO EXTERIOR DAS IMAGENS AÉREAS CONVENCIONAIS

Não houve alteração dos parâmetros da câmara.

Considerando a escala das imagens, as diferenças dos parâmetros de orientação exterior a que o modelo AFPA chegou são compatíveis com a precisão requerida para a restituição na escala de 1:2000. Os resultados acima descritos demonstram a eficiência do modelo quando comparado ao LPS.



FIGURAS 5.2A E B –IMAGENS AÉREAS CONVENCIONAIS UTILIZADAS NO TESTE

6 CONCLUSÃO

O modelo de Ajustamento dos Feixes Perspectivos com Auto-calibração - AFPA mostrou-se capaz de produzir a calibração de câmaras não métricas e realizar, a partir de imagens digitais ou digitalizadas, o processo de fototriangulação e obtenção dos parâmetros da câmara simultaneamente. Neste último produziu, no teste a que foi submetido, resultados semelhantes aos do *software* LPS e precisão compatível com a escala de restituição 1:2000, possível para as imagens empregadas, tomadas em escala 1:8000.

Os testes realizados demonstram claramente que a generalização do modelo implementado é possível, pois este foi aplicado para blocos de imagens aéreas e de imagens terrestres.

O presente trabalho contribui com o aprendizado do método de fototriangulação por feixes perspectivos, uma vez que explana detalhadamente todos os passos envolvidos nesta técnica. Possibilita, também, a implementação do modelo proposto em linguagem computacional de alto nível e disponibilizado sob a filosofia do software livre.

A partir dos testes realizados conclui-se que o modelo matemático para fototriangulação pelo método dos feixes perspectivos com auto-calibração desenvolvido nesta pesquisa atinge plenamente os objetivos propostos.

Para implementações em pesquisas futuras sobre este modelo, sugere-se a inclusão de parâmetros adicionais que contemplem as distorções causadas pela refração atmosférica para imagens em escala inferior a 1:10000, e a capacidade de ser aplicado a blocos compostos por imagens provenientes de câmaras diferentes.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, D. F. P. N. **Fotogrametria Básica**. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 1988.

ANDRADE, D. **Polinômio de Taylor - convergência**. Disponível em: <<http://www.dma.uem.br/kit/polinomiotaylor.html>> Acesso em: 26 maio 2004.

ANDRADE, J. B. de. **Fotogrametria**. Curitiba: SBEE, 1998.

BRITO, J. L. N. S.; COELHO, L. **Fotogrametria digital**. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2002.

BRITO, J. L. N. S. **Tópicos especiais em sistemas de computação (fotogrametria digital): notas de aula**. Rio de Janeiro: Uerj, 2003.

BROWN, D. C., **Close-range camera calibration**. ASPRS, 1971.

BURNSIDE, C. D. **Mapping from aerial photographs**. 2 ed. New York: Halsted Press, 1985.

DACORSO NETTO, C. **Elementos de análise vetorial**. 2 ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1976.

ENGINEERING FUNDAMENTALS. **Taylor Expansion**. Disponível em: <http://www.efunda.com/math/taylor_series/taylor_series.cfm> Acesso em: 26 maio 2004.

FERREIRA, J. M. C. **Obtenção de ortomosaico a partir de câmara fotográfica não-métrica**. Dissertação de mestrado. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2001.

FRAGASSI, A. P. M.; SILVA, A. S.; CASTRO, D. M. de. **Calibração de câmaras fotográficas não métricas**. VII CONEA, Salvador, 1996.

GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**. Curitiba: Ed. UFPR, 1994.

GREVE, C. **Digital photogrammetry: an addendum to the manual of photogrammetry**. Maryland: American Society for Photogrammetry and Remote Sensing, 1996.

INSTITUTO DE PLANEJAMENTO DA CIDADE DO RIO DE JANEIRO (Iplan Rio). **Cartografia sistemática da cidade do Rio de Janeiro: fotos aéreas**. Escala 1:8.000. Rio de Janeiro, Fx 117, n. 16, 17 e 18, 1997.

KRAUS, K. **Photogrammetry**. 4. ed. Vienna: Dümmlerbuch, 2000. v. 1: Fundamental and standard processes.

KRAUS, K. **Photogrammetry**. 4. ed. Vienna: Dümmlerbuch, 1997. v. 2: Advanced methods and applications.

KREILING, W.; ALBERTZ, J. **Photogrammetrisches Taschenbuch**. 4. ed. Berlin: Wichmann, 1989.

LIMA, E. L. **Coordenadas no plano**. Rio de Janeiro: SBM, 1992.

LIMA, S. A. **Estratégias para retificação de imagens digitais - Projeto de Graduação.** Rio de Janeiro: Departamento de Engenharia Cartográfica - Uerj, 2003.

LIMA, S. A. et al. **Apoio de campo para aerotriangulação - trabalho prático.** Rio de Janeiro: Aerotriangulação, Departamento de Engenharia Cartográfica - Uerj, [200_].

MANUAL OF PHOTOGRAMMETRY. **American Society of Photogrammetry.** 4. ed., 1980.

NAGAI, Y. A conjectura do Jacobiano em duas variáveis. **Informes de Matemática.** Rio de Janeiro: IMPA, Série E-071, set./1993.

PLANETMATH.ORG. **Jacobian Matrix.** Disponível em:
<<http://www.planetmath.org/encyclopedia/JacobianMatrix.html>> Acesso em: 26 maio 2004.

RAIVEL, J. P. C.; SOUZA FILHO, L. A. **Trabalho n° 4: orientação exterior.** Rio de Janeiro: Fotogrametria digital, PGEC - Uerj, 2003.

RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais.** 2 ed. São Paulo: Makron Books, 1996.

SEIXAS, J. J. de. **Geometria das fotografias: fórmulas fundamentais.** Recife: UFPE, 1978.

SILVEIRA, F. J. C.; BRITO, J. L. N. S. **Fototriangulação pelo método dos feixes perspectivos.** XXII Congresso Brasileiro de Cartografia, Macaé, 2005.

SOUZA FILHO, L. A. **Mapeamento fotogramétrico digital- Projeto final de curso.** Rio de Janeiro: Departamento de Engenharia Cartográfica - Uerj, 2004.

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. **Algebra Linear.** 2 ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1987.

TAVARES, P. M.; PLACIDINO, M. F. **Fotogrametria.** [S. l.: s. n.], [19__].

TRIGGS, B. et al. **Bundle Adjustment - A Modern Synthesis.** Montbonnot: INRIA Rhône-Alpes, 2000. Disponível em: <www.inrialpes.fr/lear/people/triggs/pub/Triggs-va99.pdf> Acesso em: 30 mar. 2004.

U. S. ARMY CORPS OF ENGINEERS. **1110-1-1000: Engineering and Design - Photogrammetric Mapping.** Washington: 31 july 2002.

APÊNDICE 1

TRANSFORMAÇÃO AFIM GERAL

A transformação afim geral no caso plano pode ser aplicada a sistemas de duas dimensões, não necessariamente ortogonais, considerando-se seis parâmetros. Permite que sejam obtidas as coordenadas de um ponto em um sistema A, a partir de suas coordenadas em um sistema B e os parâmetros de transformação entre os sistemas.

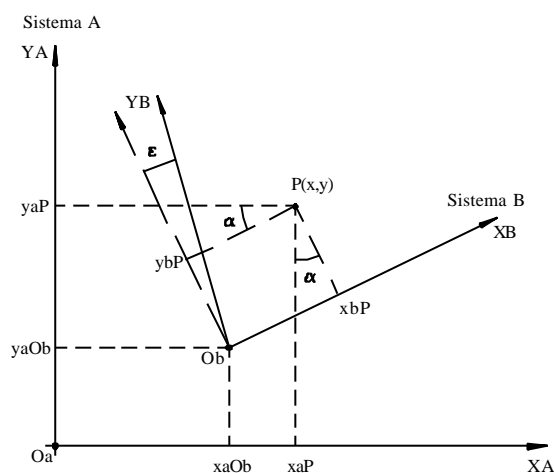


FIGURA A1.1 - ESQUEMA DOS PARÂMETROS PARA TRANSFORMAÇÃO AFIM GERAL

A figura A1.1 mostra o esquema dos parâmetros usados na transformação afim geral, a saber:

x_{aOb} , y_{aOb} : Coordenadas da origem do sistema B no sistema A;

α : ângulo de rotação entre os sistemas A e B;

ϵ : ângulo representativo da falta de ortogonalidade entre os eixos do sistema B;

C_x : fator de escala para o eixo X;

C_y : fator de escala para o eixo Y, e ainda:

x_bP , y_bP : coordenadas do ponto $P(x,y)$ no sistema B;

x_aP , y_aP : coordenadas do ponto $P(x,y)$ no sistema A.

As coordenadas dos dois sistemas podem ser relacionadas da seguinte forma:

$$xaP = xaOb + Cx \cdot xbP \cdot \cos(\alpha) + Cy \cdot ybP \cdot [\sin(\alpha) + \sin(\epsilon) \cdot \cos(\alpha)] \quad (A1.1)$$

$$yaP = yaOb - Cx \cdot xbP \cdot \sin(\alpha) + Cy \cdot ybP \cdot [\cos(\alpha) - \sin(\epsilon) \cdot \cos(\alpha)] \quad (A1.2)$$

Rescrevendo as equações (A1.1) e (A1.2) em forma de funções dos parâmetros:

$$X(\Delta x, \Delta y, Cx, Cy, \alpha, \epsilon) = \Delta x + Cx \cdot x \cdot \cos(\alpha) + Cy \cdot y \cdot [\sin(\alpha) + \sin(\epsilon) \cdot \cos(\alpha)] \quad (A1.3)$$

$$Y(\Delta x, \Delta y, Cx, Cy, \alpha, \epsilon) = \Delta y + Cx \cdot x \cdot \sin(\alpha) + Cy \cdot y \cdot [\cos(\alpha) - \sin(\epsilon) \cdot \cos(\alpha)] \quad (A1.4)$$

onde :

X, Y: coordenadas no sistema a obter;

x,y: coordenadas no sistema conhecido;

Cx, Cy: fatores de escala para cada eixo;

Xo, Yo: translações para cada eixo;

α : ângulo de rotação entre sistemas;

ϵ : ângulo para correção da não-ortogonalidade entre eixos do sistema original.

Simplificando as equações (A1.3) e (A1.4) para a forma linear:

$$X(a0, a1, a2) = a0 \cdot 1 + a1 \cdot x + a2 \cdot y \quad (A1.5)$$

$$Y(b0, b1, b2) = b0 \cdot 1 + b1 \cdot x + b2 \cdot y \quad (A1.6)$$

onde:

a0: translação em x;

b0: translação em y;

a1, b1: fator de escala do eixo x e rotação em x;

a2, b2: fator de escala do eixo y e rotação em y.

Tem-se então um sistema com duas equações e seis incógnitas. Com as coordenadas de três pontos não-colineares nos dois sistemas, o sistema de equações se torna compatível e determinado. Com coordenadas de mais de três pontos, tem-se um sistema compatível e indeterminado, que pode ser resolvido pelo Método dos Mínimos Quadrados - MMQ (cf. GEMAEL, C., 1994).

APÊNDICE 2

A2.1 LINEARIZAÇÃO DE FUNÇÕES POR SÉRIES DE TAYLOR

Se uma função $f : I \rightarrow \mathfrak{R}$ é $n+1$ vezes derivável no ponto $a \in I$, definida por $r : J \rightarrow \mathfrak{R}$, onde J é o intervalo $J = \{h \in \mathfrak{R}; a+h \in I\}$ pode-se expandi-la na forma:

$$f(a+h) = f(a) + \frac{f'(a) \cdot (h)}{1!} + \frac{f''(a) \cdot (h)^2}{2!} + \dots + \frac{f^{(n)}(a) \cdot (h)^n}{n!} + R_n \quad (\text{A2.1})$$

onde R_n é o resto, definido por:

$$R_n = \int_a^{a+h} f^{(n+1)}(u) \cdot \frac{(a+h-u)^n}{n!} \cdot du = \frac{f^{(n+1)}(d) \cdot (h)^{n+1}}{(n+1)!}, a < d < a+h \quad (\text{A2.2})$$

Se $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = 0$, então a série, expandida em a , é chamada Série de Taylor.

Seja $Y = f(x)$ uma função não linear. Expandindo-se a função em x_0 e truncando-se a série no termo de 1ª ordem:

$$Y \cong Y_0 + J\Delta x \quad (\text{A2.3})$$

Graficamente:

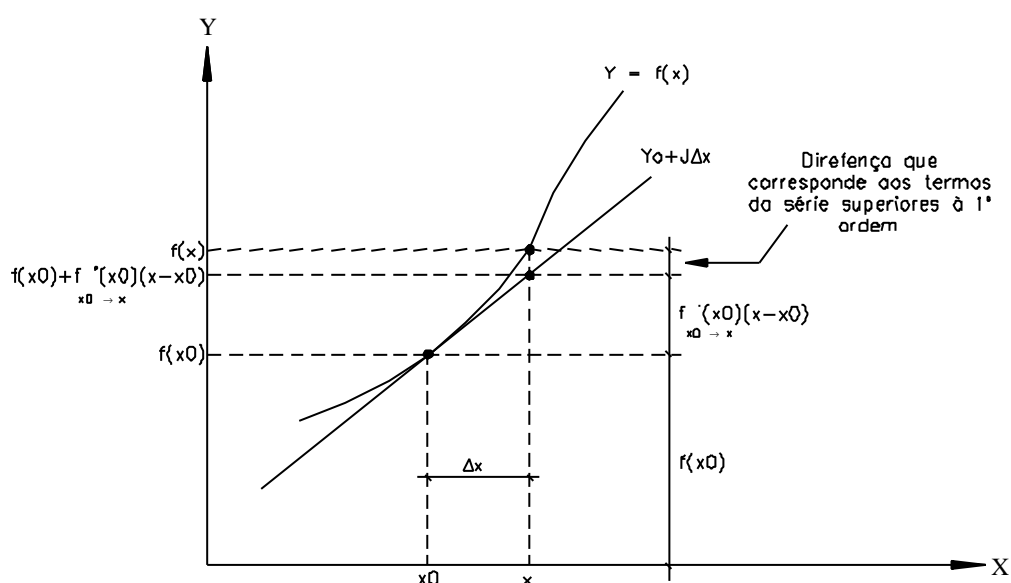


FIGURA A2.1 – LINEARIZAÇÃO POR SÉRIE DE TAYLOR

A2.2 MATRIZ JACOBIANA

Seja $\vec{f} : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$, função em um espaço euclidiano m-dimensional para outro n-dimensional. A Matriz Jacobiana $\left[J \vec{f}(X) \right]$ é composta pelas m derivadas parciais das n funções $f_1(x_1, \dots, x_m), \dots, f_n(x_1, \dots, x_m)$, e terá a dimensão n por m.

Deste modo:

$$\left[J \vec{f}(X) \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(X)}{\partial X_1} & \dots & \frac{\partial f_1(X)}{\partial X_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(X)}{\partial X_1} & \dots & \frac{\partial f_n(X)}{\partial X_m} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.4})$$

e:

$$\left[J \vec{f}(X) \right] = \begin{bmatrix} \vec{\nabla} f_1 \\ \vdots \\ \vec{\nabla} f_n \end{bmatrix} \quad (\text{A2.5})$$

Assim, a Matriz Jacobiana é a matriz dos gradientes de \vec{f} . É conhecida também como matriz direcional.

APÊNDICE 3

CONFIGURAÇÃO DAS MARCAS FIDUCIAIS

As fotografias aéreas podem ter diferentes configurações de marcas fiduciais, ocorrendo variação em sua disposição e quantidade. A figura A3.1 ilustra estas diferenças.

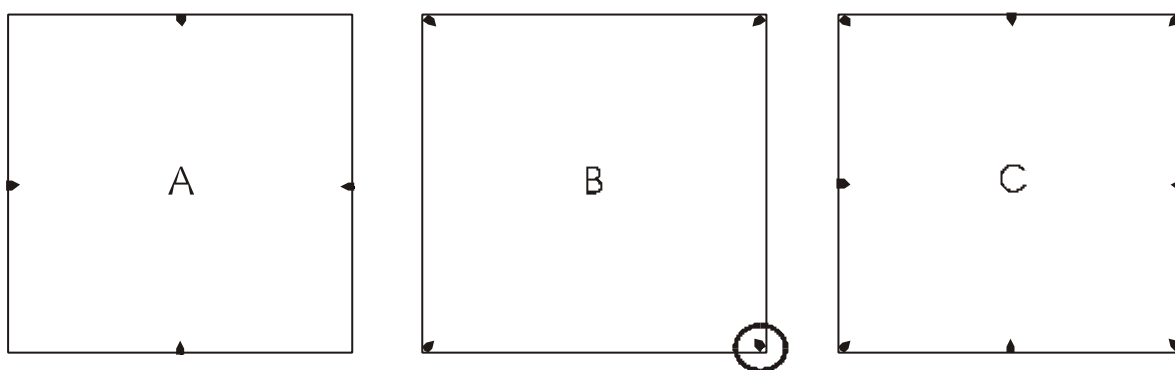


FIGURA A3.1- CONFIGURAÇÃO DAS MARCAS FIDUCIAIS

A orientação interior proposta no modelo matemático prevê a configuração "A" das marcas fiduciais. No caso da configuração "B", deve ser usada a marca assinalada na figura para indicar a direção do voo (considerando o exemplo da figura 4.2), e o ângulo θ , calculado como estimativa inicial, deve ter seu valor acrescido de 45° . Para o caso da configuração "C", as marcas diagonais podem ser descartadas sem prejuízo significativo para o cálculo, ou podem ser usados todos os oito pares de coordenadas.

APÊNDICE 4

A4.1 DADOS DE ENTRADA PARA O TESTE DE CALIBRAÇÃO DE CÂMARA NÃO-MÉTRICA

TABELA A4.1 - COORDENADAS DOS PONTOS PARA CALIBRAÇÃO DA CÂMARA NÃO-MÉTRICA									
Ponto	Espaço Objeto			Espaço Imagem					
	X	Y	Z	Imagem Esquerda		Imagem Central		Imagem Direita	
1	9998,037	1010,739	4991,286	-2,9706	-0,4826	-3,5575	-0,7833	-2,9561	-0,4292
2	9998,110	1011,010	4991,211	-2,8882	-0,2110	-3,4459	-0,4923	-2,8639	-0,1867
3	9998,212	1011,214	4991,104	-2,7718	-0,0121	-3,3004	-0,2692	-2,7427	-0,0073
4	9998,297	1011,379	4988,995	-2,3741	0,1382	-2,5535	-0,0752	-1,9715	0,1382
5	9998,399	1011,686	4988,903	-2,2868	0,3662	-2,4517	0,1673	-1,8600	0,3516
6	9998,459	1012,703	4988,839	-2,2383	1,1325	-2,3886	0,9870	-1,8260	1,0646
7	9998,549	1013,135	4988,600	-2,1461	1,4380	-2,2722	1,3071	-1,7096	1,3556
8	9998,551	1013,731	4988,596	-2,1461	1,8648	-2,2674	1,7630	-1,7096	1,7533
9	10000,533	1013,727	4988,580	-0,6960	1,8454	-0,7348	1,7678	-0,3759	1,8163
10	10000,532	1013,131	4988,582	-0,6911	1,4235	-0,7348	1,3168	-0,3759	1,3992
11	10000,609	1011,819	4988,832	-0,6232	0,4826	-0,6863	0,2934	-0,3468	0,4777
12	10000,773	1011,245	4991,121	-0,3468	0,0267	-0,6960	-0,2546	-0,6038	0,0073
13	10001,972	1011,244	4991,113	0,7445	0,0267	0,5456	-0,2546	0,4923	0,0121
14	10002,082	1011,738	4988,868	0,4729	0,3953	0,5117	0,2013	0,7348	0,3953
15	10002,204	1013,133	4988,594	0,5117	1,4138	0,5893	1,3265	0,8221	1,4429
16	10002,254	1013,738	4988,543	0,5311	1,8309	0,6184	1,7872	0,8560	1,8697
17	10004,135	1013,741	4988,524	1,8066	1,7969	2,0734	1,7824	2,2431	1,9182
18	10004,200	1013,032	4988,746	1,9085	1,3313	2,1752	1,2586	2,3207	1,4138
19	10004,272	1012,703	4988,819	1,9812	1,1034	2,2480	1,0015	2,3838	1,1810
20	10004,336	1011,686	4988,874	2,0443	0,3856	2,3159	0,1916	2,4420	0,4050
21	10004,432	1011,379	4988,968	2,1267	0,1673	2,4129	-0,0558	2,5293	0,1722
22	10004,533	1011,217	4991,075	2,9173	0,0412	3,1501	-0,2352	2,9270	0,0267
23	10004,624	1011,013	4991,167	3,0337	-0,1382	3,2810	-0,4535	3,0385	-0,1673
24	10004,684	1010,730	4991,252	3,1161	-0,3904	3,3780	-0,7542	3,1161	-0,4486
25	10000,939	1012,502	4990,190	-0,2837	1,1131	-0,4777	0,9724	-0,3031	1,0937
26	10001,147	1013,518	4990,176	-0,1188	1,9570	-0,2886	1,9085	-0,1382	1,9376
27	10000,775	1014,217	4989,489	-0,4680	2,3741	-0,5844	2,3547	-0,3225	2,3401
28	10001,937	1014,221	4989,467	0,4341	2,3547	0,4244	2,3595	0,5602	2,3741

A4.2 DADOS PARA O TESTE COM O BLOCO DE IMAGENS SINTÉTICAS

TABELA A4.2 – PARÂMETROS DA CÂMARA	
F	153,128mm
γ_0	-6,3E-05mm
γ_0	-3,7E-05mm
K1	-1,813E-09
K2	-5,877E-14
K3	-5,909E-18
P1	-6,278E-07
P2	7,172E-07

TABELA A4.3 – PARÂMETROS DE ORIENTAÇÃO EXTERIOR						
Imagem	X0	Y0	Z0	O	f	?
1	1763,55	7128,46	3203,00	3,000	2,000	1,000
2	2549,02	8430,31	3199,00	1,000	3,000	2,000
3	3492,72	8340,78	3200,00	2,000	1,000	3,000

TABELA A4.4 – COORDENADAS DAS MARCAS FIDUCIAIS								
Marca Fiducial	Câmara		Imagem 1		Imagem 2		Imagem 3	
	?(mm)	?(mm)	Coluna	Linha	Coluna	Linha	Coluna	Linha
1	114,955	-0,034	23004	11490	23010	11515	23009	11503
2	-115,015	0,005	10	11521	6	11510	11	11503
3	0,021	115,112	11498	8	11513	21	11521	11
4	0,103	-115,002	11508	23011	11503	23032	11522	23001

TABELA A4.5 - COORDENADAS DOS PONTOS NAS IMAGENS SINTÉTICAS									
Ponto	Espaço Objeto			Imagem 1		Imagem 2		Imagem 3	
	X (m)	Y (m)	Z (m)	Coluna	Linha	Coluna	Linha	Coluna	Linha
1	1908,00	9198,21	10,00	12867,51	2661,09	9382,58	8057,43		
2	1724,55	8507,74	11,00	11954,70	5811,54	8388,83	11306,28		
3	1724,55	7591,18	12,00	11877,54	10101,47	8211,75	15686,21		
4	2476,69	9222,65	10,00	15543,88	2538,86	12089,80	8003,77	7159,31	7620,31
5	2444,90	8541,10	13,00	15377,66	5662,64	11818,59	11264,02	6798,40	10831,87
6	2476,69	7519,46	16,00	15506,14	10489,47	11792,42	16219,55	6630,50	15765,67
7	3393,93	9259,31	18,00			16572,16	7918,63	11513,47	7645,23
8	3296,09	8290,09	15,00			15935,45	12632,87	10794,04	12247,30
9	3589,61	7538,51	14,00			17284,60	16402,06	12018,93	15978,60
10	1547,21	9310,52	10,00	11196,97	2163,37	7714,92	7490,11		
11	1788,35	8175,51	9,00	12229,29	7357,14	8628,14	12899,82		
12	1908,00	7874,58	13,00	12776,92	8768,15	9132,66	14367,12		
13	2164,24	9382,45	11,00	14078,69	1820,46	10626,83	7209,81		
14	2239,41	8991,82	15,00	14417,72	3580,34	10912,86	9072,63		
15	2030,30	8840,02	22,00	13424,35	4259,28	9885,23	9764,58		
16	2195,40	8247,31	12,00	14172,44	7028,95	10570,43	12633,11		
17	2256,55	7538,51	13,00	14434,68	10385,47	10734,62	16068,88		
18	2672,37	8723,92	14,00	16471,97	4814,19	12948,29	10418,86	7932,89	10016,83
19	2615,30	8265,66	11,00	16187,67	6955,97	12593,53	12622,65	7529,26	12191,12
20	2685,46	7629,64	10,00	16518,31	9977,43	12825,27	15725,38	7676,27	15279,85
21	3075,95	9341,07	16,00			15016,21	7491,53	10022,18	7190,67
22	3014,80	8876,68	17,00			14643,42	9728,54	9604,15	9370,73
23	2966,12	8596,19	19,00			14360,89	11081,49	9292,36	10694,66
24	3020,92	8173,99	9,00			14554,43	13144,79	9444,35	12734,94
25	3039,26	7727,93	13,00			14575,24	15332,02	9404,79	14900,79
26	3216,71	9036,89	10,00			15653,68	8984,86	10613,01	8665,42
27	3321,96	8676,32	12,00			16119,54	10750,46	11020,40	10402,31
28	3363,36	7935,68	16,00			16216,13	14387,58	11024,61	13979,86
29	3286,88	7519,46	18,00			15772,98	16425,33	10542,58	15992,69

A4.3 DADOS DAS IMAGENS DA ÁREA DO MARACANÃ

TABELA 4.6 – COORDENADAS DOS PONTOS NAS IMAGENS AÉREAS CONVENCIONAIS								
Imagem 016								
Ponto	E (m)	N (m)	H (m)	Col.	Lin.	MF	Col.	Lin.
11701	680539,053	7465798,024	18,475	5224	1808	1	11077	5498
11703	681377,247	7465732,756	10,725	9780	2124	2	316	5560
11709	681065,362	7464329,844	11,738	8345	9915	3	5662	147
11711	680542,281	7464679,747	12,385	5358	8001	4	5729	10912
Uerj	680932,742	7465297,383	67,903	7523	4451			
Imagem 017								
Ponto	E (m)	N (m)	H (m)	Col.	Lin.	MF	Col.	Lin.
11701	680539,053	7465798,024	18,475	1189	1705	1	11042	5518
11703	681377,247	7465732,756	10,725	5877	1974	2	282	5526
11709	681065,362	7464329,844	11,738	4262	9893	3	5655	140
11711	680542,281	7464679,747	12,385	1384	7952	4	5666	10904
Uerj	680932,742	7465297,383	67,903	3385	4372			

TABELA A4.7 – PARÂMETROS DA CÂMARA	
F	153,128mm
γ_0	-6,3E-05mm
γ_0	-3,7E-05mm
K1	-1,813E-09
K2	-5,877E-14
K3	-5,909E-18
P1	-6,278E-07
P2	7,172E-07

APÊNDICE 6

MODELO MATEMÁTICO PARA FOTOTRIANGULAÇÃO PELO MÉTODO DOS FEIXES PERSPECTIVOS COM AUTO-CALIBRAÇÃO

PARTE I - CONSIDERAÇÕES INICIAIS E ENTRADA DE DADOS

i - Informações sobre as imagens usadas neste teste

Imagens Sintéticas produzidas matematicamente com resolução de 1000 pixels/cm

ii - Coeficientes para transformação de unidades angulares

$$\text{rad} := \frac{\pi}{180}$$

$$\text{graus} := \frac{180}{\pi}$$

iii - As matrizes têm os índices de suas linhas e colunas iniciados em zero

1 - Entrada de dados

1.1 - Dados iniciais da câmara

1.1.1 - Distância Focal (mm)

$$f := 153$$

1.1.2 - Coordenadas do Ponto Principal (mm)

$$\xi_0 := 0 \quad \eta_0 := 0$$

1.1.3 - Coeficientes de distorção radial simétrica

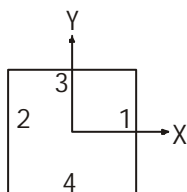
$$K1 := 0 \quad K2 := 0 \quad K3 := 0$$

1.1.4 - Coeficientes de distorção descentrada

$$P1 := 0 \quad P2 := 0$$

1.1.5 - Dados das marcas fiduciais

1.1.5.1 - Esquema do sistema de marcas fiduciais



1.1.5.1.1 - Marca fiducial que define a posição da câmara em relação ao sentido do vôo

$$\text{mfS} := 1$$

1.1.5.2 - Coordenadas das marcas fiduciais (mm)

$$\text{mf} :=$$

 C:\.VMF.dat

$$\text{mf} := \text{stack}[(0 \ 0), \text{mf}]$$


$$\text{mf} := \text{augment}((0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T, \text{mf})$$


$$\text{mf}\xi := \text{submatrix}(\text{mf}, 0, 4, 1, 1)$$

$$\text{mf}\eta := \text{submatrix}(\text{mf}, 0, 4, 2, 2)$$

$$\text{mf} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 114.955 & -0.034 \\ 0 & -115.025 & 0.005 \\ 0 & 0.021 & 115.012 \\ 0 & 0.103 & -115.002 \end{pmatrix}$$

11.5.3 - Coordenadas matriciais das marcas fiduciais (coluna, linha)

mfL := 
C:\.\MFL.dat

mfC := 
C:\.\MFC.dat

mfL := mfL^T

mfC := mfC^T

$$\text{mfL} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 11490 & 11521 & 8 & 23011 \\ 0 & 11515 & 11510 & 21 & 23032 \\ 0 & 11503 & 11503 & 11 & 23001 \end{pmatrix}$$

$$\text{mfC} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 23004 & 10 & 11498 & 11508 \\ 0 & 23010 & 6 & 11513 & 11503 \\ 0 & 23009 & 11 & 11521 & 11522 \end{pmatrix}$$

1.2 - Coordenadas dos pontos no EI e EO

PTS := 
C:\.\PTSout3.dat

1.2.1 - Número de imagens componentes do bloco

$$\text{nImgs} := \frac{(\text{cols}(\text{PTS}) - 4)}{2} \quad \text{nImgs} = 3$$

1.3.1 - Matrizes das coordenadas dos pontos no Espaço Objeto (terreno)

$$X := N(X) \quad Y := N(Y) \quad Z := N(Z)$$

[illegible]

1.3.2 - Matrices dos pontos no Espaço Imagem

$$C(PTS) := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{rows}(PTS) - 1 \\ \quad \text{for } j \in 1.. n\text{Imgs} \\ \quad \quad C_{i+1,j} \leftarrow PTS_{i,(j-1) \cdot 2 + 1} \end{cases}$$

$$C := C(PTS)^T$$

$$L(PTS) := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{rows}(PTS) - 1 \\ \quad \text{for } j \in 1.. n\text{Imgs} \\ \quad \quad L_{i+1,j} \leftarrow PTS_{i,(j-1) \cdot 2 + 2} \end{cases}$$

$$L := L(PTS)^T$$

$$L^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2661.093 & 8057.43 & -1 \\ 0 & 5811.539 & 11306.279 & -1 \\ 0 & 10101.47 & 15686.214 & -1 \\ 0 & 2538.856 & 8003.773 & 7620.31 \\ 0 & 5662.636 & 11264.016 & 10831.873 \\ 0 & 10489.471 & 16219.546 & 15765.668 \\ 0 & -1 & 7918.628 & 7645.231 \\ 0 & -1 & 12632.873 & 12247.3 \\ 0 & -1 & 16402.056 & 15978.595 \\ 0 & 2163.373 & 7490.11 & -1 \\ 0 & 7357.137 & 12899.816 & -1 \\ 0 & 8768.154 & 14367.12 & -1 \\ 0 & 1820.463 & 7209.809 & -1 \\ 0 & 3580.339 & 9072.63 & -1 \\ 0 & 4259.276 & 9764.583 & -1 \\ 0 & 7028.953 & 12633.109 & -1 \\ 0 & 10385.466 & 16068.875 & -1 \\ 0 & 4814.185 & 10418.864 & 10016.826 \\ 0 & 6955.966 & 12622.65 & 12191.119 \\ 0 & 9977.434 & 15725.379 & 15279.85 \\ 0 & -1 & 7491.529 & 7190.672 \\ 0 & -1 & 9728.535 & 9370.731 \\ 0 & -1 & 11081.491 & 10694.656 \\ 0 & -1 & 13144.791 & 12734.938 \\ 0 & -1 & 15332.024 & 14900.788 \\ 0 & -1 & 8984.859 & 8665.421 \\ 0 & -1 & 10750.459 & 10402.305 \\ 0 & -1 & 14387.576 & 13979.864 \\ 0 & -1 & 16425.333 & 15992.69 \end{pmatrix}$$

$$C^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12867.514 & 9382.58 & -1 \\ 0 & 11954.7 & 8388.833 & -1 \\ 0 & 11877.54 & 8211.754 & -1 \\ 0 & 15543.88 & 12089.801 & 7159.309 \\ 0 & 15377.662 & 11818.591 & 6798.402 \\ 0 & 15506.141 & 11792.424 & 6630.495 \\ 0 & -1 & 16572.164 & 11513.472 \\ 0 & -1 & 15935.45 & 10794.044 \\ 0 & -1 & 17284.595 & 12018.926 \\ 0 & 11196.972 & 7714.92 & -1 \\ 0 & 12229.288 & 8628.141 & -1 \\ 0 & 12776.915 & 9132.663 & -1 \\ 0 & 14078.693 & 10626.834 & -1 \\ 0 & 14417.722 & 10912.861 & -1 \\ 0 & 13424.345 & 9885.229 & -1 \\ 0 & 14172.442 & 10570.425 & -1 \\ 0 & 14434.684 & 10734.618 & -1 \\ 0 & 16471.97 & 12948.294 & 7932.888 \\ 0 & 16187.674 & 12593.533 & 7529.258 \\ 0 & 16518.314 & 12825.269 & 7676.27 \\ 0 & -1 & 15016.21 & 10022.179 \\ 0 & -1 & 14643.416 & 9604.151 \\ 0 & -1 & 14360.889 & 9292.362 \\ 0 & -1 & 14554.426 & 9444.351 \\ 0 & -1 & 14575.244 & 9404.788 \\ 0 & -1 & 15653.683 & 10613.011 \\ 0 & -1 & 16119.538 & 11020.397 \\ 0 & -1 & 16216.132 & 11024.607 \\ 0 & -1 & 15772.983 & 10542.576 \end{pmatrix}$$

1.4 - Informações complementares

1.4.1 - Matriz de configuração do bloco: o índice da linha indica a imagem e o índice da coluna indica o ponto
1 = ponto de controle, -1 = ponto fotogramétrico e 0 = ponto não contido na imagem

```

BLC(PTS) :=
  for i ∈ 0..rows(PTS) - 1
    for j ∈ 1..nImgs
      if PTSi,nImgs·2+1 > 0
        BLCi+1,j ← 1 if PTSi,(j-1)·2+1 ≥ 0
        BLCi+1,j ← 0 if PTSi,(j-1)·2+1 < 0
      if PTSi,nImgs·2+1 < 0
        BLCi+1,j ← -1 if PTSi,(j-1)·2+1 ≥ 0
        BLCi+1,j ← 0 if PTSi,(j-1)·2+1 < 0
    BLC

```

$BLC := BLC(PTS)^T$

```

G(M) :=
  for i ∈ 1..3
    for j ∈ 10..cols(M) - 1
      Mi,j ← -1 if Mi,j = 1
    M

```

$BLC := G(BLC)$

$$BLC = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Salva em arquivo:



C:\.\BLC3.dat

BLC

1.4.2 - Número de pontos para o ajustamento. Esta função varre a matriz BLC e conta os pontos de controle e fotogramétricos.

```

nP := | n ← 0
      | nP ← (0)
      | nPontos ← (0)
      | for i ∈ 1..rows(BLC) - 1
      |   for j ∈ 1..cols(BLC) - 1
      |     nPontosj ← BLCi,j if BLCi,j ≠ 0
      |   for j ∈ 1..rows(nPontos) - 1
      |     n ← n + 1 if nPontosj ≠ 0
      |   nP ← stack(nP,n)
      |   n ← 0
      |   for j ∈ 1..rows(nPontos) - 1
      |     n ← n + 1 if nPontosj = -1
      |   nP ← stack(nP,n)

```

1.4.2.1 - Número total de pontos

$nPontos := nP_1$

$nPontos = 29$

1.4.3 - Número de pontos fotogramétricos

$nPF := nP_2$

$nPF = 20$

1.4.4 - Função para retorno do número total de equações do sistema

```

nEq := | n ← 0
      | for i ∈ 1..nImgs
      |   for j ∈ 1..nPontos
      |     n ← n + 2 if BLCi,j ≠ 0
      |   n

```

$nEq = 128$

1.4.5 - Função para cálculo do número de incógnitas do sistema

$nInc := nImgs \cdot 6 + nPF \cdot 3$

$nInc = 78$

2 - Orientação Interior

2.1 - Montagem das matrizes

2.1.1 - Matriz das coordenadas em mm das marcas fiduciais - Lb

```

Lb1 := | Lb ← 0
        | for i ∈ 1..4
        |   | Lb ← stack(Lb, mfξi)
        |   | Lb ← stack(Lb, mfηi)
        | Lb ← submatrix(Lb, 1, 8, 0, 0)

```

2.1.2 - Matriz das coordenadas matriciais das marcas fiduciais - A

```

A1(foto) := | A ← (0 0 0 0 0 0)
              | i ← foto
              | for j ∈ 1..4
              |   | A ← stack[A, (1 mfCi,j mfLi,j 0 0 0)]
              |   | A ← stack[A, (0 0 0 1 mfCi,j mfLi,j)]
              | A ← submatrix(A, 1, 8, 0, 5)

```

2.1.3 - Matriz dos Pesos - P

P₁ := identity(8)

2.2 - Função para obtenção dos parâmetros de transformação de coordenadas matriciais para coordenadas em mm no espaço imagem

```

Xa1(foto) := | A ← A1(foto)
              | Xa ← (AT P1 A)-1 (AT P1 Lb1)

```

2.2.1 - Parâmetros de transformação afim para cada imagem:

$$\begin{aligned}
 Xa1(1) &= \begin{pmatrix} -115.047488361918 \\ 0.010001736457085 \\ -0.000000781192861 \\ 115.236780440221 \\ -0.000015177824352 \\ -0.009999296942954 \end{pmatrix} & Xa1(2) &= \begin{pmatrix} -115.127621266288 \\ 0.00999739004021 \\ 0.000007913250015 \\ 115.136599626505 \\ 0.000000477272716 \\ -0.009995819443632 \end{pmatrix} & Xa1(3) &= \begin{pmatrix} -115.180018381952 \\ 0.009999999216856 \\ 0.000003131592024 \\ 115.116793390276 \\ -0.000001693645617 \\ -0.010004958041702 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

2.3 - Transformação das coordenadas observadas do espaço imagem do sistema matricial para o sistema das marcas fiduciais

2.3.1 - Função para transformação das coordenadas com os parâmetros de orientação interior obtidos em 2.2

```

 $\xi\eta :=$ 
   $a \leftarrow (0)$ 
   $X \leftarrow 0$ 
  for  $i \in 1..n\text{Imgs}$ 
     $X \leftarrow Xa1(i)$ 
    for  $j \in 1..n\text{Pontos}$ 
      if  $BLC_{i,j} \neq 0$ 
         $B \leftarrow (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$ 
         $B \leftarrow \text{stack}[B, (1 \ C_{i,j} \ L_{i,j} \ 0 \ 0 \ 0)]$ 
         $B \leftarrow \text{stack}[B, (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ C_{i,j} \ L_{i,j})]$ 
         $B \leftarrow \text{submatrix}(B, 1, 2, 0, 5)$ 
         $m \leftarrow B \cdot X$ 
         $a_{i,j} \leftarrow m$ 
   $a$ 

```

2.3.1.1 - Função para retorno da matriz das coordenadas ξ

```

 $c\xi :=$ 
   $\xi \leftarrow (0)$ 
  for  $i \in 1..n\text{Imgs}$ 
    for  $j \in 1..n\text{Pontos}$ 
      if  $BLC_{i,j} \neq 0$ 
         $Aux \leftarrow \xi\eta_{i,j}$ 
         $\xi_{i,j} \leftarrow Aux_0$ 
   $\xi$ 

```

2.3.1.2 - Função para retorno da matriz das coordenadas η

```

 $c\eta :=$ 
   $\eta \leftarrow (0)$ 
  for  $i \in 1..n\text{Imgs}$ 
    for  $j \in 1..n\text{Pontos}$ 
      if  $BLC_{i,j} \neq 0$ 
         $Aux \leftarrow \xi\eta_{i,j}$ 
         $\eta_{i,j} \leftarrow Aux_1$ 
   $\eta$ 

```

$$c_{\xi}^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 13.648 & -21.263 & 0 \\ 0 & 4.516 & -31.172 & 0 \\ 0 & 3.741 & -32.907 & 0 \\ 0 & 40.416 & 5.802 & -43.563 \\ 0 & 38.751 & 3.117 & -47.162 \\ 0 & 40.033 & 2.894 & -48.826 \\ 0 & 0 & 50.613 & -0.021 \\ 0 & 0 & 44.285 & -7.201 \\ 0 & 0 & 57.803 & 5.059 \\ 0 & -3.06 & -37.939 & 0 \\ 0 & 7.261 & -28.767 & 0 \\ 0 & 12.737 & -23.711 & 0 \\ 0 & 25.762 & -8.83 & 0 \\ 0 & 29.152 & -5.956 & 0 \\ 0 & 19.216 & -16.224 & 0 \\ 0 & 26.696 & -9.351 & 0 \\ 0 & 29.316 & -7.682 & 0 \\ 0 & 49.697 & 14.404 & -35.82 \\ 0 & 46.852 & 10.875 & -39.849 \\ 0 & 50.157 & 13.216 & -38.369 \\ 0 & 0 & 35.055 & -14.936 \\ 0 & 0 & 31.345 & -19.109 \\ 0 & 0 & 28.531 & -22.223 \\ 0 & 0 & 30.483 & -20.697 \\ 0 & 0 & 30.708 & -21.085 \\ 0 & 0 & 41.439 & -9.023 \\ 0 & 0 & 46.111 & -4.943 \\ 0 & 0 & 47.105 & -4.89 \\ 0 & 0 & 42.691 & -9.704 \end{pmatrix}$$

$$c_{\eta}^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 88.432 & 34.6 & 0 \\ 0 & 56.944 & 2.125 & 0 \\ 0 & 14.049 & -41.656 & 0 \\ 0 & 89.614 & 35.138 & 38.864 \\ 0 & 58.381 & 2.549 & 6.733 \\ 0 & 10.114 & -46.985 & -42.629 \\ 0 & 0 & 35.991 & 38.607 \\ 0 & 0 & -11.132 & -7.435 \\ 0 & 0 & -48.807 & -44.769 \\ 0 & 93.435 & 40.27 & 0 \\ 0 & 41.485 & -13.804 & 0 \\ 0 & 27.367 & -28.47 & 0 \\ 0 & 96.82 & 43.074 & 0 \\ 0 & 79.217 & 24.453 & 0 \\ 0 & 72.443 & 17.536 & 0 \\ 0 & 44.737 & -11.137 & 0 \\ 0 & 11.17 & -45.48 & 0 \\ 0 & 66.848 & 10.998 & 14.885 \\ 0 & 45.436 & -11.031 & -6.868 \\ 0 & 15.219 & -42.045 & -37.77 \\ 0 & 0 & 40.26 & 43.157 \\ 0 & 0 & 17.899 & 21.347 \\ 0 & 0 & 4.375 & 8.101 \\ 0 & 0 & -16.249 & -12.312 \\ 0 & 0 & -38.113 & -33.981 \\ 0 & 0 & 25.333 & 28.402 \\ 0 & 0 & 7.685 & 11.024 \\ 0 & 0 & -28.671 & -24.77 \\ 0 & 0 & -49.041 & -44.907 \end{pmatrix}$$

3 - Cálculo das aproximações iniciais para as coordenadas dos pontos fotogramétricos e do Centro Perspectivo - CP

3.1 - Cálculo das coordenadas planas por ajustamento planimétrico

3.1.1 - Matriz auxiliar para a montagem da matriz B

```
B0(nImgs,nPF) := | B ← (0)
                  | for i ∈ 1.. nImgs
                  |   B ← augment[B,(0 0 0 0 0 0)]
                  | for j ∈ 1.. nPF
                  |   B ← augment[B,(0 0)]
                  | B ← submatrix[B,0,0,1,(nImgs·6 + nPF·2)]
                  | B ← stack(B,B)
```

3.1.2 - Montagem da matriz B para o ajustamento planimétrico

```

B := | B ← B0(nImgs, nPF)
      | for i ∈ 1.. nImgs
      |   for j ∈ 1.. nPontos
      |     b ← B0(nImgs, nPF)
      |     if BLCi,j ≠ 0
      |       | k ← (i - 1)·6
      |       | x ← cηi,j
      |       | y ← cξi,j
      |       | b0,k ← 1
      |       | b0,k+1 ← x
      |       | b0,k+2 ← y
      |       | b0,k+3 ← 0
      |       | b0,k+4 ← 0
      |       | b0,k+5 ← 0
      |       | b1,k ← 0
      |       | b1,k+1 ← 0
      |       | b1,k+2 ← 0
      |       | b1,k+3 ← 1
      |       | b1,k+4 ← x
      |       | b1,k+5 ← y
      |       | if BLCi,j = -1
      |       |   | d ← nPontos - nPF + 1
      |       |   | p ← nImgs·6 + (j - d)2
      |       |   | b0,p ← -1
      |       |   | b0,p+1 ← 0
      |       |   | b1,p ← 0
      |       |   | b1,p+1 ← -1
      |       | B ← stack(B, b)
      |     B ← submatrix(B, 2, rows(B) - 1, 0, cols(B) - 1)

```

3.1.3 - Montagem da matriz das observações - L

```

L1 := | L ← 0
      | for i ∈ 1..nImgs
      |   for j ∈ 1..nPontos
      |     if BLCi,j = 1
      |       | L ← stack(L, Xi,j)
      |       | L ← stack(L, Yi,j)
      |     if BLCi,j = -1
      |       | L ← stack(L, 0)
      |       | L ← stack(L, 0)
      |   L ← submatrix(L, 1, rows(L) - 1, 0, 0)
      | L

```

3.2 - Montagem das matrizes para o ajustamento

```

M11 := | M1 ← submatrix(B, 0, rows(B) - 1, 0, nImgs·6 - 1)
      | M11 ← M1T M1
      | M11

```

```

M22 := | M2 ← submatrix(B, 0, rows(B) - 1, nImgs·6, cols(B) - 1)
      | M22 ← M2T M2
      | M22

```

```

M12 := | M1 ← submatrix(B, 0, rows(B) - 1, 0, nImgs·6 - 1)
      | M2 ← submatrix(B, 0, rows(B) - 1, nImgs·6, cols(B) - 1)
      | M12 ← M1T M2
      | M12

```

```

m1 := | M1 ← submatrix(B, 0, rows(B) - 1, 0, nImgs·6 - 1)
      | m1 ← M1T L1
      | m1

```

```

m2 := | M2 ← submatrix(B, 0, rows(B) - 1, nImgs·6, cols(B) - 1)
      | m2 ← M2T L1
      | m2

```

3.3 - Cálculo dos parâmetros de transformação entre o espaço imagem e o espaço objeto para todas as imagens do bloco

$$PAf := (M11 - M12 \cdot M22^{-1} \cdot M12^T)^{-1} \cdot (m1 - M12 \cdot M22^{-1} \cdot m2)$$

3.3.1 - Função para retorno dos parâmetros de transformação para cada imagem

```
PTA(img) :=
| aux ← (0)
| i ← img
| for p ∈ 0..5
|   aux_p ← PAf(i-1)·6+p
| aux
```

3.3.1.2 - Parâmetros de transformação do EI para EO de cada imagem:

$$PTA(1) = \begin{pmatrix} 1644.35933349522 \\ -0.166324051919011 \\ 20.8177510441104 \\ 7291.48772472991 \\ 21.4136745769888 \\ 0.186795649167541 \end{pmatrix} \quad PTA(2) = \begin{pmatrix} 2376.38544642467 \\ -0.686626330584919 \\ 20.6062835877264 \\ 8488.71692265474 \\ 20.6534046870279 \\ 0.787369781817873 \end{pmatrix} \quad PTA(3) = \begin{pmatrix} 3435.48528527747 \\ -1.21903595749937 \\ 20.8415029365795 \\ 8458.68304875046 \\ 20.8248835555608 \\ 1.11645720263176 \end{pmatrix}$$

3.4 - Cálculo das aproximações para as coordenadas planimétricas dos pontos fotogramétricos

$$XYpf := M22^{-1} \cdot m2 - M22^{-1} \cdot M12^T \cdot PAf$$

3.4.1 - Passagem dos valores calculados para a matriz X das coordenadas de terreno

```
PX(X, XYpf) :=
| X ← X
| d ← nPontos - nPF
| for i ∈ 1..nImgs
|   for j ∈ 1..nPF
|     if BLCi,j+d = -1
|       | Xi,j+d ← XYpf(j-1)·2
|       | X
| X
```

$$X := PX(X, XYpf)$$

3.4.2 - Passagem dos valores calculados para a matriz Y das coordenadas de terreno

$$PY(Y, XY_{pf}) := \left| \begin{array}{l} Y \leftarrow Y \\ d \leftarrow n_{Pontos} - n_{PF} \\ \text{for } i \in 1..n_{Imgs} \\ \quad \text{for } j \in 1..n_{PF} \\ \quad \quad \text{if } BLC_{i,j+d} = -1 \\ \quad \quad \quad \left| \begin{array}{l} Y_{i,j+d} \leftarrow XY_{pf}_{(j-1) \cdot 2 + 1} \\ Y \end{array} \right. \end{array} \right| Y$$

$Y := PY(Y, XY_{pf})$

3.4.3 - Cálculo da aproximação para as coordenadas Z dos pontos fotogramétricos

$$Z_{pf} := \left| \begin{array}{l} n \leftarrow 0 \\ Z_t \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..n_{Imgs} \\ \quad \text{for } j \in 1..n_{Pontos} \\ \quad \quad \text{if } BLC_{i,j} = 1 \\ \quad \quad \quad \left| \begin{array}{l} Z_t \leftarrow Z_t + Z_{i,j} \\ n \leftarrow n + 1 \end{array} \right. \end{array} \right| Z_m \leftarrow \frac{Z_t}{n}$$

3.4.2 - Passagem dos valores calculados para a matriz Z dos pontos de terreno

$$PZ(Z, Z_{pf}) := \left| \begin{array}{l} Z \leftarrow Z \\ d \leftarrow n_{Pontos} - n_{PF} \\ \text{for } i \in 1..n_{Imgs} \\ \quad \text{for } j \in 1..n_{PF} \\ \quad \quad \text{if } BLC_{i,j+d} = -1 \\ \quad \quad \quad \left| \begin{array}{l} Z_{i,j+d} \leftarrow Z_{pf} \\ Z \end{array} \right. \end{array} \right| Z$$

$Z := PZ(Z, Z_{pf})$

3.5 - Cálculo das aproximações para os parâmetros X0 e Y0 da orientação exterior das imagens

```

O := | x ← ξ0
      | y ← η0
      | O ← (0 0 0 0 0 0)
      | for i ∈ 1..nImgs
      |   | pta ← PTA(i)
      |   | a0 ← pta0
      |   | a1 ← pta1
      |   | a2 ← pta2
      |   | b0 ← pta3
      |   | b1 ← pta4
      |   | b2 ← pta5
      |   | Oi,3 ← a0 + a1·x + a2·y
      |   | Oi,4 ← b0 + b1·x + b2·y
      | O

```

3.6 - Obtenção da aproximação para a coordenada Z0

3.6.1 - Função auxiliar para retorno do índice do primeiro ponto de controle contido na imagem

```

pc(img) := | pc ← 0
            | i ← img
            | j ← 1
            | while pc = 0
            |   | pc ← j if BLCi,j ≠ 0
            |   | j ← j + 1 if BLCi,j = 0
            | pc

```

3.6.2 - Função para cálculo do denominador da escala média da imagem

```

EM(img, pc) :=
  v ← (0)
  V ← (0)
  d ← 0
  i ← img
  n ← 0
  p ← pc
  for j ∈ 1..nPontos
    if BLCi,j ≠ 0
      s ← √((cξi,p - cξi,j)2 + (cηi,p - cηi,j)2)
      S ← √((Xi,p - Xi,j)2 + (Yi,p - Yi,j)2 + (Zi,p - Zi,j)2)
      v ← stack(v, s)
      V ← stack(V, S)
      n ← n + 1
  for m ∈ 0..n
    d ← d +  $\frac{V_m}{v_m}$ 
  EM ←  $\frac{d}{n - 1}$ 

```

3.7 - Cálculo da aproximação para a coordenada Z0

```

OZ0(O) :=
  O ← O
  for i ∈ 1..nImgs
    Oi,5 ← f · EM(i, pc(i))
  O

```

O := OZ0(O)

3.8 - Obtenção dos valores iniciais para os ângulos de atitude da câmera (φ00, ω00, κ00)

3.8.1 - Ângulos φ00 e ω00 (inclinações da câmera)

φ00(foto) := 0

ω00(foto) := 0

3.8.2 - Obtenção do ângulo κ00 (sentido do vôo)

3.8.2.1 - Matriz das coordenadas da marca fiducial representativa da direção de vôo no espaço imagem - B

$$B_3 := \begin{pmatrix} 1 & mf\eta_{mfS} & mf\xi_{mfS} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & mf\eta_{mfS} & mf\xi_{mfS} \end{pmatrix}$$

3.8.2.2 - Função para cálculo das coordenadas planas da marca fiducial no sistema do espaço objeto - utilizando os mesmos parâmetros de transformação calculados em 3.3.1

$$\text{MF}(\text{img}) := \begin{cases} B \leftarrow B_3 \\ X_a \leftarrow \text{PTA}(\text{img}) \\ \text{MF} \leftarrow B \cdot X_a \end{cases}$$

3.8.2.3 - Declaração das coordenadas da marca fiducial no sistema do espaço objeto

$$\begin{aligned} \text{MFX}(\text{img}) &:= \text{MF}(\text{img})_{0,0} \\ \text{MFY}(\text{img}) &:= \text{MF}(\text{img})_{1,0} \end{aligned}$$

3.8.2.4 - Função para cálculo e estudo do quadrante do ângulo κ

$$\text{K}(\text{img}) := \begin{cases} \Delta X \leftarrow \text{MFX}(\text{img}) - O_{\text{img},3} \\ \Delta Y \leftarrow \text{MFY}(\text{img}) - O_{\text{img},4} \\ K \leftarrow 0 \text{ if } (\Delta Y = 0 \wedge \text{MFX}(\text{img}) > O_{\text{img},3}) \\ K \leftarrow 180 \text{ if } (\Delta Y = 0 \wedge \text{MFX}(\text{img}) < O_{\text{img},3}) \\ K \leftarrow 90 \text{ if } (\Delta X = 0 \wedge \text{MFY}(\text{img}) > O_{\text{img},4}) \\ K \leftarrow 270 \text{ if } (\Delta X = 0 \wedge \text{MFY}(\text{img}) < O_{\text{img},4}) \\ \text{if } (\Delta X \neq 0 \wedge \Delta Y \neq 0) \\ \quad \alpha \leftarrow \text{atan}\left(\left|\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right|\right) \text{ graus} \\ \quad K \leftarrow \alpha \text{ if } (\Delta Y > 0 \wedge \Delta X > 0) \\ \quad K \leftarrow 180 - \alpha \text{ if } (\Delta Y > 0 \wedge \Delta X < 0) \\ \quad K \leftarrow 180 + \alpha \text{ if } (\Delta Y < 0 \wedge \Delta X < 0) \\ \quad K \leftarrow -\alpha \text{ if } (\Delta Y < 0 \wedge \Delta X > 0) \\ K \end{cases}$$

3.8.2.5 - Declaração do ângulo κ_{00}

$$\kappa_{00}(\text{img}) := \text{K}(\text{img})$$

3.9 - Função incluir as aproximações de ω , ϕ , κ na matriz O

$$\begin{aligned} \text{Oa}(\text{O}) &:= \begin{cases} O \leftarrow O \\ \text{for } i \in 1..n\text{Imgs} \\ \quad \begin{cases} O_{i,0} \leftarrow \omega_{00}(i) \\ O_{i,1} \leftarrow \phi_{00}(i) \\ O_{i,2} \leftarrow \kappa_{00}(i) \end{cases} \\ O \end{cases} \\ O &:= \text{Oa}(O) \end{aligned}$$

3.10 - Matriz das aproximações iniciais para os parâmetros de orientação exterior, onde a linha corresponde à imagem. A sequência é $\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0$

$$O = \begin{pmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.497 & 1644.359 & 7291.488 & 3281.831 \\ 0.000 & 0.000 & 2.171 & 2376.385 & 8488.717 & 3183.944 \\ 0.000 & 0.000 & 3.049 & 3435.485 & 8458.683 & 3211.657 \end{pmatrix}$$

3.10.1 - Conversão dos ângulos ω, ϕ, κ para radianos

$$k := 1..3$$

$$O_{k,2} := O_{k,2} \cdot \text{rad}$$

3.11 - Matrizes das coordenadas de terreno dos pontos de controle e aproximações das coordenadas dos pontos fotogramétricos

$$X^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1908 & 1908 & 1908 \\ 0 & 1724.55 & 1724.55 & 1724.55 \\ 0 & 1724.55 & 1724.55 & 1724.55 \\ 0 & 2476.69 & 2476.69 & 2476.69 \\ 0 & 2444.9 & 2444.9 & 2444.9 \\ 0 & 2476.69 & 2476.69 & 2476.69 \\ 0 & 3393.93 & 3393.93 & 3393.93 \\ 0 & 3296.09 & 3296.09 & 3296.09 \\ 0 & 3589.61 & 3589.61 & 3589.61 \\ 0 & 1566.032 & 1566.032 & -1 \\ 0 & 1790.852 & 1790.852 & -1 \\ 0 & 1906.149 & 1906.149 & -1 \\ 0 & 2164.715 & 2164.715 & -1 \\ 0 & 2237.466 & 2237.466 & -1 \\ 0 & 2031.187 & 2031.187 & -1 \\ 0 & 2192.007 & 2192.007 & -1 \\ 0 & 2251.055 & 2251.055 & -1 \\ 0 & 2668.09 & 2668.09 & 2668.09 \\ 0 & 2611.18 & 2611.18 & 2611.18 \\ 0 & 2681.805 & 2681.805 & 2681.805 \\ 0 & -1 & 3071.339 & 3071.339 \\ 0 & -1 & 3010.602 & 3010.602 \\ 0 & -1 & 2961.88 & 2961.88 \\ 0 & -1 & 3017.411 & 3017.411 \\ 0 & -1 & 3036.395 & 3036.395 \\ 0 & -1 & 3212.859 & 3212.859 \\ 0 & -1 & 3320.149 & 3320.149 \\ 0 & -1 & 3365.249 & 3365.249 \\ 0 & -1 & 3288.87 & 3288.87 \end{pmatrix} \quad Y^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9198.21 & 9198.21 & 9198.21 \\ 0 & 8507.74 & 8507.74 & 8507.74 \\ 0 & 7591.18 & 7591.18 & 7591.18 \\ 0 & 9222.65 & 9222.65 & 9222.65 \\ 0 & 8541.1 & 8541.1 & 8541.1 \\ 0 & 7519.46 & 7519.46 & 7519.46 \\ 0 & 9259.31 & 9259.31 & 9259.31 \\ 0 & 8290.09 & 8290.09 & 8290.09 \\ 0 & 7538.51 & 7538.51 & 7538.51 \\ 0 & 9291.131 & 9291.131 & -1 \\ 0 & 8181.084 & 8181.084 & -1 \\ 0 & 7880.973 & 7880.973 & -1 \\ 0 & 9370.475 & 9370.475 & -1 \\ 0 & 8991.168 & 8991.168 & -1 \\ 0 & 8842.24 & 8842.24 & -1 \\ 0 & 8252.902 & 8252.902 & -1 \\ 0 & 7539.758 & 7539.758 & -1 \\ 0 & 8729.372 & 8729.372 & 8729.372 \\ 0 & 8271.274 & 8271.274 & 8271.274 \\ 0 & 7628.923 & 7628.923 & 7628.923 \\ 0 & -1 & 9344.288 & 9344.288 \\ 0 & -1 & 8882.481 & 8882.481 \\ 0 & -1 & 8602.061 & 8602.061 \\ 0 & -1 & 8178.149 & 8178.149 \\ 0 & -1 & 7726.617 & 7726.617 \\ 0 & -1 & 9042.315 & 9042.315 \\ 0 & -1 & 8683.232 & 8683.232 \\ 0 & -1 & 7935.521 & 7935.521 \\ 0 & -1 & 7511.068 & 7511.068 \end{pmatrix} \quad Z^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 10 & 10 \\ 0 & 11 & 11 & 11 \\ 0 & 12 & 12 & 12 \\ 0 & 10 & 10 & 10 \\ 0 & 13 & 13 & 13 \\ 0 & 16 & 16 & 16 \\ 0 & 18 & 18 & 18 \\ 0 & 15 & 15 & 15 \\ 0 & 14 & 14 & 14 \\ 0 & 13.19 & 13.19 & -1 \\ 0 & 13.19 & 13.19 & -1 \\ 0 & 13.19 & 13.19 & -1 \\ 0 & 13.19 & 13.19 & -1 \\ 0 & 13.19 & 13.19 & -1 \\ 0 & 13.19 & 13.19 & -1 \\ 0 & 13.19 & 13.19 & -1 \\ 0 & 13.19 & 13.19 & 13.19 \\ 0 & 13.19 & 13.19 & 13.19 \\ 0 & 13.19 & 13.19 & 13.19 \\ 0 & -1 & 13.19 & 13.19 \\ 0 & -1 & 13.19 & 13.19 \\ 0 & -1 & 13.19 & 13.19 \\ 0 & -1 & 13.19 & 13.19 \\ 0 & -1 & 13.19 & 13.19 \\ 0 & -1 & 13.19 & 13.19 \\ 0 & -1 & 13.19 & 13.19 \\ 0 & -1 & 13.19 & 13.19 \\ 0 & -1 & 13.19 & 13.19 \end{pmatrix}$$

II - REFINAMENTO DAS APROXIMAÇÕES INICIAIS

4 - Matriz de rotação - R

4.1 - Matrizes de rotação para cada eixo - tomando um eixo por vez como charneira

4.1.1 - Matriz de rotação para o eixo X

$$R_X(\omega) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega) & \sin(\omega) \\ 0 & -\sin(\omega) & \cos(\omega) \end{pmatrix}$$

5.1.2 - Matriz de rotação para o eixo Y

$$R_Y(\phi) := \begin{pmatrix} \cos(\phi) & 0 & -\sin(\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) \end{pmatrix}$$

4.1.3 - Matriz de rotação para o eixo Z

$$R_Z(\kappa) := \begin{pmatrix} \cos(\kappa) & \sin(\kappa) & 0 \\ -\sin(\kappa) & \cos(\kappa) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4.2 - Obtenção da matriz de rotação

$$R(\omega, \phi, \kappa) := R_Z(\kappa) \cdot R_Y(\phi) \cdot R_X(\omega)$$

$$R(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)^T$$

4.2.1 - Declaração e verificação dos elementos de rotação

$R_{11}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{0,0}$	$R_{11}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow \cos(\kappa) \cdot \cos(\phi)$
$R_{12}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{0,1}$	$R_{12}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow -\sin(\kappa) \cdot \cos(\phi)$
$R_{13}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{0,2}$	$R_{13}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow \sin(\phi)$
$R_{21}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{1,0}$	$R_{21}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow \sin(\kappa) \cdot \cos(\omega) + \cos(\kappa) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\omega)$
$R_{22}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{1,1}$	$R_{22}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow \cos(\kappa) \cdot \cos(\omega) - \sin(\kappa) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\omega)$
$R_{23}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{1,2}$	$R_{23}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow -\cos(\phi) \cdot \sin(\omega)$
$R_{31}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{2,0}$	$R_{31}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow \sin(\kappa) \cdot \sin(\omega) - \cos(\kappa) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\omega)$
$R_{32}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{2,1}$	$R_{32}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow \cos(\kappa) \cdot \sin(\omega) + \sin(\kappa) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\omega)$
$R_{33}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{2,2}$	$R_{33}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow \cos(\phi) \cdot \cos(\omega)$

5 - Equações de colinearidade

5.1 - Numeradores

$$Zx(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z) := R11(\omega, \phi, \kappa)(X - X0) + R21(\omega, \phi, \kappa)(Y - Y0) + R31(\omega, \phi, \kappa) \cdot (Z - Z0)$$

$$Zy(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z) := R12(\omega, \phi, \kappa)(X - X0) + R22(\omega, \phi, \kappa)(Y - Y0) + R32(\omega, \phi, \kappa) \cdot (Z - Z0)$$

5.2 - Denominador

$$D(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z) := R13(\omega, \phi, \kappa)(X - X0) + R23(\omega, \phi, \kappa)(Y - Y0) + R33(\omega, \phi, \kappa) \cdot (Z - Z0)$$

5.3 - raio

$$r(x, y) := \sqrt{(x - \xi_0)^2 + (y - \eta_0)^2}$$

5.3 - Equação dos parâmetros de distorção radial e descentrada (para ξ)

$$\delta Kx(x, y) := (K1 \cdot r(x, y)^2 + K2 \cdot r(x, y)^4 + K3 \cdot r(x, y)^6) \cdot (x - \xi_0)$$

$$\delta Px(x, y) := P1 \cdot [r(x, y)^2 + 2(x - \xi_0)^2] + 2P2 \cdot (x - \xi_0)(y - \eta_0)$$

5.4 - Equação dos parâmetros de distorção radial e descentrada (para η)

$$\delta Ky(x, y) := (K1 \cdot r(x, y)^2 + K2 \cdot r(x, y)^4 + K3 \cdot r(x, y)^6) \cdot (y - \eta_0)$$

$$\delta Py(x, y) := 2P1 \cdot (x - \xi_0)(y - \eta_0) + P2 \cdot [r(x, y)^2 + 2(y - \eta_0)^2]$$

5.5 - Equação para a coordenada ξ

$$\xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \xi_0 - f \cdot \left(\frac{Zx(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z)}{D(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z)} \right) - (\delta Kx(x, y) + \delta Px(x, y))$$

5.6 - Equação para a coordenada η

$$\eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \eta_0 - f \cdot \left(\frac{Zy(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z)}{D(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z)} \right) - (\delta Ky(x, y) + \delta Py(x, y))$$

6 - Linearização das equações de colinearidade

6.1 - Derivadas parciais

6.1.1 - Derivadas parciais da equação para a coordenada ξ

$$a02(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dX0}(\xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$a03(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dY0}(\xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$a04(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dZ0}(\xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$a05(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{d\omega}(\xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$a06(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{d\phi}(\xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$a07(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{d\kappa}(\xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$a08(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dX}(\xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$a09(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dY}(\xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$a10(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dZ}(\xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$a11(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{df}(\xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$a12(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dK0}(\xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$a13(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dK1}(\xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$a14(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dK2}(\xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$a15(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dP1}(\xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$a16(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dP2}(\xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

6.1.2 - Derivadas parciais da equação para a coordenada η

$$b02(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dX0}(\eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$b03(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dY0}(\eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$b04(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dZ0}(\eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$b05(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{d\omega}(\eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$b06(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{d\phi}(\eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$b07(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{d\kappa}(\eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$b08(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dX}(\eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$b09(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dY}(\eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$b10(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dZ}(\eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$b11(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{df}(\eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$b12(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dK0}(\eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$b13(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dK1}(\eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$b14(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dK2}(\eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$b15(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dP1}(\eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

$$b16(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \frac{d}{dP2}(\eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y))$$

6.2 - Montagem das Matrizes Jacobianas

6.2.1 - Matriz Jacobiana para os parâmetros da Orientação Exterior - JO

$$JO(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) := \begin{array}{l} J_{0,0} \leftarrow a02(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{1,0} \leftarrow b02(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{0,1} \leftarrow a03(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{1,1} \leftarrow b03(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{0,2} \leftarrow a04(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{1,2} \leftarrow b04(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{0,3} \leftarrow a05(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{1,3} \leftarrow b05(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{0,4} \leftarrow a06(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{1,4} \leftarrow b06(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{0,5} \leftarrow a07(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{1,5} \leftarrow b07(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J \end{array}$$

6.2.2 - Matriz Jacobiana para as coordenadas dos pontos fotogramétricos - JF

$$JF(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) := \begin{array}{l} J_{0,0} \leftarrow a08(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{1,0} \leftarrow b08(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{0,1} \leftarrow a09(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{1,1} \leftarrow b09(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{0,2} \leftarrow a10(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{1,2} \leftarrow b10(\omega, \phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z, x, y) \\ J \end{array}$$

6.2.3 - Matriz Jacobiana para os coeficientes de distorção - JD

$$JD(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) := \begin{array}{l} J_{0,0} \leftarrow a11(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{1,0} \leftarrow b11(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{0,1} \leftarrow a12(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{1,1} \leftarrow b12(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{0,2} \leftarrow a13(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{1,2} \leftarrow b13(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{0,3} \leftarrow a14(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{1,3} \leftarrow b14(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{0,4} \leftarrow a15(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{1,4} \leftarrow b15(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{0,5} \leftarrow a16(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) \\ J_{1,5} \leftarrow b16(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z, x, y) \\ J \end{array}$$

7 - Ajustamento por Feixes Perspectivos (refinamento das aproximações iniciais)

7.1 - Função auxiliar para montagem da Matriz A - cria uma matriz de duas linhas de zeros.

$$A0(nImgs, nPF) := \begin{array}{l} A \leftarrow (0) \\ \text{for } i \in 1..nImgs \\ \quad A \leftarrow \text{augment}[A, (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)] \\ \text{for } j \in 1..nPF \quad \text{if } nPF > 0 \\ \quad A \leftarrow \text{augment}[A, (0 \ 0 \ 0)] \\ A0 \leftarrow \text{stack}(A, A) \end{array}$$

7.2 - Montagem da matriz A

```

A(O, X, Y, Z) := | A ← 0
                  | for i ∈ 1..nImgs
                  |   A ← augment[A, (0 0 0 0 0 0)]
                  |   for j ∈ 1..nPF                      if nPF > 0
                  |   A ← augment[A, (0 0 0)]
                  |   for i ∈ 1..nImgs
                  |   | for j ∈ 1..nPontos
                  |   |   if BLCi,j ≠ 0
                  |   |   | Aaux ← A0(nImgs, nPF)
                  |   |   | J ← JO(Oi,0, Oi,1, Oi,2, Oi,3, Oi,4, Oi,5, Xi,j, Yi,j, Zi,j, cξi,j, cηi,j)
                  |   |   | for k ∈ 1..6
                  |   |   | | q ← k + (i - 1)·6
                  |   |   | | Aaux0,q ← J0,k-1
                  |   |   | | Aaux1,q ← J1,k-1
                  |   |   | if BLCi,j = -1
                  |   |   | | J ← JF(Oi,0, Oi,1, Oi,2, Oi,3, Oi,4, Oi,5, Xi,j, Yi,j, Zi,j, cξi,j, cηi,j)
                  |   |   | | for k ∈ 1..3
                  |   |   | | | q ← k + (6·nImgs) + [j - 1 - (nPontos - nPF)]·3
                  |   |   | | | u ← k - 1
                  |   |   | | | Aaux0,q ← J0,u
                  |   |   | | | Aaux1,q ← J1,u
                  |   |   | A ← stack(A, Aaux)
                  |   |   | A
                  |   | A
                  | A
                  | A ← submatrix(A, 1, rows(A) - 1, 1, cols(A) - 1)

```

7.3 - Montagem da matriz das coordenadas em mm observadas para os pontos no espaço imagem - Lb

```

Lb := | Lb ← (0)
      | for i ∈ 1..nImgs
      |   for j ∈ 1..nPontos
      |   | if BLCi,j ≠ 0
      |   | | Lb ← stack(Lb, cξi,j)
      |   | | Lb ← stack(Lb, cηi,j)
      |   | Lb
      | Lb ← submatrix(Lb, 1, rows(Lb) - 1, 0, 0)

```

7.4 - Montagem da matriz das coordenadas em mm calculadas para os pontos no espaço imagem - L0

$$L0(O, X, Y, Z) := \left| \begin{array}{l} L0 \leftarrow (0) \\ \text{for } i \in 1..n\text{Imgs} \\ \quad \text{for } j \in 1..n\text{Pontos} \\ \quad \quad \text{if } BLC_{i,j} \neq 0 \\ \quad \quad \quad \left| \begin{array}{l} x \leftarrow \xi(O_{i,0}, O_{i,1}, O_{i,2}, O_{i,3}, O_{i,4}, O_{i,5}, X_{i,j}, Y_{i,j}, Z_{i,j}, c\xi_{i,j}, c\eta_{i,j}) \\ y \leftarrow \eta(O_{i,0}, O_{i,1}, O_{i,2}, O_{i,3}, O_{i,4}, O_{i,5}, X_{i,j}, Y_{i,j}, Z_{i,j}, c\xi_{i,j}, c\eta_{i,j}) \\ L0 \leftarrow \text{stack}(L0, x) \\ L0 \leftarrow \text{stack}(L0, y) \\ L0 \end{array} \right. \\ L0 \leftarrow \text{submatrix}(L0, 1, \text{rows}(L0) - 1, 0, 0) \end{array} \right.$$

7.5 -Montagem das matrizes para o ajustamento pelo método do particionamento de matrizes

$$N11(O, X, Y, Z, P) := \left| \begin{array}{l} A \leftarrow A(O, X, Y, Z) \\ N1 \leftarrow \text{submatrix}(A, 0, \text{rows}(A) - 1, 0, n\text{Imgs} \cdot 6 - 1) \\ N1^T P N1 \end{array} \right.$$

$$N22(O, X, Y, Z) := \left| \begin{array}{l} A \leftarrow A(O, X, Y, Z) \\ N2 \leftarrow \text{submatrix}(A, 0, \text{rows}(A) - 1, n\text{Imgs} \cdot 6, \text{cols}(A) - 1) \\ N2^T N2 \end{array} \right.$$

$$N12(O, X, Y, Z, P) := \left| \begin{array}{l} A \leftarrow A(O, X, Y, Z) \\ N1 \leftarrow \text{submatrix}(A, 0, \text{rows}(A) - 1, 0, n\text{Imgs} \cdot 6 - 1) \\ N2 \leftarrow \text{submatrix}(A, 0, \text{rows}(A) - 1, n\text{Imgs} \cdot 6, \text{cols}(A) - 1) \\ N1^T P N2 \end{array} \right.$$

$$n1(O, X, Y, Z, P) := \left| \begin{array}{l} A \leftarrow A(O, X, Y, Z) \\ N1 \leftarrow \text{submatrix}(A, 0, \text{rows}(A) - 1, 0, n\text{Imgs} \cdot 6 - 1) \\ l \leftarrow Lb - L0(O, X, Y, Z) \\ N1^T P l \end{array} \right.$$

$$n2(O, X, Y, Z) := \left| \begin{array}{l} A \leftarrow A(O, X, Y, Z) \\ N2 \leftarrow \text{submatrix}(A, 0, \text{rows}(A) - 1, n\text{Imgs} \cdot 6, \text{cols}(A) - 1) \\ l \leftarrow Lb - L0(O, X, Y, Z) \\ N2^T l \end{array} \right.$$

7.6 - Funções auxiliares para o ajustamento

7.6.1 - Teste de convergência

7.6.1.1 - Valores máximos admitidos para a diferença entre resultados das iterações (angular - graus e linear - metros)

$$\varepsilon_a := 0.001 \quad \varepsilon_a := \varepsilon_a \cdot \text{rad} \quad \varepsilon_l := 0.001$$

7.6.1.2 - Função para teste da convergência

```
Teste(x) :=  $\left\{ \begin{array}{l} T \leftarrow 1 \\ X \leftarrow x \\ i \leftarrow \text{nImgs} \\ j \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1.. \text{nImgs} \\ \quad \text{for } j \in 1.. 3 \\ \quad \quad l \leftarrow i \cdot 6 - j - 3 \\ \quad \quad a \leftarrow i \cdot 6 - j \\ \quad \quad \text{if } \left[ \left( \varepsilon_a < |X_a| \right) \vee \left( \varepsilon_l < |X_l| \right) \right] \\ \quad \quad \quad T \leftarrow -1 \\ \quad \quad \quad \text{break} \end{array} \right.$  \\ T
```

7.7 - Função para ajustamento

```

Xa := T ← 0
      IT ← 0
      O ← O
      X ← X
      Y ← Y
      Z ← Z
      P ← identity(nEq)
      while T ≠ 1
      | N11 ← N11(O, X, Y, Z, P)
      | n1 ← n1(O, X, Y, Z, P)
      | if nPF > 0
      | | N12 ← N12(O, X, Y, Z, P)
      | | N22 ← N22(O, X, Y, Z)
      | | n2 ← n2(O, X, Y, Z)
      | |  $x1 \leftarrow (N11 - N12 \cdot N22^{-1} \cdot N12^T)^{-1} \cdot (n1 - N12 \cdot N22^{-1} \cdot n2)$ 
      | |  $x2 \leftarrow N22^{-1} \cdot n2 - N22^{-1} \cdot N12^T \cdot x1$ 
      | | x ← stack(x1, x2)
      | x ←  $N11^{-1} \cdot n1$  if nPF = 0
      | for i ∈ 1..nImgs
      | |  $O_{i,3} \leftarrow O_{i,3} + x_{i,6-6}$ 
      | |  $O_{i,4} \leftarrow O_{i,4} + x_{i,6-5}$ 
      | |  $O_{i,5} \leftarrow O_{i,5} + x_{i,6-4}$ 
      | |  $O_{i,0} \leftarrow O_{i,0} + x_{i,6-3}$ 
      | |  $O_{i,1} \leftarrow O_{i,1} + x_{i,6-2}$ 
      | |  $O_{i,2} \leftarrow O_{i,2} + x_{i,6-1}$ 
      | for i ∈ 1..nImgs
      | | for k ∈ 1..nPF
      | | | d ← nPontos - nPF
      | | | if  $BLC_{i,k+d} = -1$ 
      | | | |  $u \leftarrow (nImgs \cdot 6 - 1) + (k - 1) \cdot 3$ 
      | | | |  $X_{i,k+d} \leftarrow X_{i,k+d} + x_{u+1}$ 
      | | | |  $Y_{i,k+d} \leftarrow Y_{i,k+d} + x_{u+2}$ 
      | | | |  $Z_{i,k+d} \leftarrow Z_{i,k+d} + x_{u+3}$ 
      | T ← Teste(x)
      | IT ← IT + 1
      | x
      aux ← (x)
      aux0, nImgs-1 ← (IT)

```

```
Va := submatrix[ Xa, (nImgs*6 + 8), rows( Xa) - 1, 0, 0]
```

8.1 - Parâmetros de OE ajustados

$$X_0 =$$
[illegible]

Xo

8.2 - Coordenadas dos pontos do EI e EO

```

Lo := | k ← 6
      | p ← nImgs·2
      | n ← p + 3
      | x ← submatrix(cξ, 1, rows(cξ) - 1, 1, cols(cξ) - 1)T
      | y ← submatrix(cη, 1, rows(cη) - 1, 1, cols(cη rows(Lo) = 261
      | for j ∈ 0..nPontos - 1
      |   | for i ∈ 0..nImgs - 1
      |   |   | Loj·n+i·2 ←  $\frac{x_{j,i}}{1000}$ 
      |   |   | Loj·n+i·2+1 ←  $\frac{y_{j,i}}{1000}$ 
      |   | Loj·n+p ← Xak+j, 1
      |   | Loj·n+p+1 ← Xak+j+nPontos, 1
      |   | Loj·n+p+2 ← Xak+j+nPontos·2, 1
      | Lo

```

Lo =	0.01
	0.09
	-0.02
	0.03
	0
	0
	1908
	9198.21
	10
	0
	0.06
	-0.03
	0
	0
	0
	1724.55
	8507.74
	11
	0
	0.01
	-0.03
	-0.04
	0
	0
	1724.55
	7591.18
	12
	0.04
	0.09
	0.01
	0.04
	-0.04
	0.04
	2476.69
	9222.65
	10

Salva para arquivo:



C:\.\Lo3SemPAR.dat

Lo

8.3 - Vetor dos resíduos do ajustamento

```

V := | v ← (0)
      | n ← 6 + nPontos·3
      | for i ∈ 0..nPontos - 1
      |   | for j ∈ 0..5
      |   |   | v ← stack(v, 10-5)
      |   |   | if i < nPontos - nPF
      |   |   |   | for k ∈ 1..3
      |   |   |   |   | v ← stack(v, 10-6)
      |   |   |   |   | v
      |   |   |   | if i ≥ nPontos - nPF
      |   |   |   |   | for k ∈ 0..2
      |   |   |   |   |   | m ← n + [i - (nPontos - nPF)]·3 + k + nImgs·6
      |   |   |   |   |   | v ← stack(v, Xam,0)
      |   |   |   |   | v
      |   | v ← submatrix(v, 1, rows(v) - 1, 0, 0)

```

Salva para arquivo:



C:\..\V3SemPAR.dat





V

$$V =$$

0.00001
0.00001
0.00001
0.00001
0.00001
0.00001
0.000001
0.000000
0.000001
0.00001
0.00001
0.00001
0.00001
0.00001
0.00001
0.000001
0.000001
0.000001
0.00001
0.00001
0.00001
0.00001
0.00001
0.00001
0.000001
0.000001
0.000001
0.00001
0.00001
0.00001
0.00001
0.00001
0.00001
0.000001
0.000001
0.000001
0.00001
0.00001
0.00001
0.00001

III - FOTRIANGULAÇÃO COM AUTO-CALIBRAÇÃO

9 - Recuperação dos dados salvos na fase II do modelo (valores iniciais refinados)

Xo :=		Lo :=		V :=		BLC :=				
	C:\.Xo3SemPAR.dat		C:\.Lo3SemPAR.dat		C:\.IV3SemPAR.dat		C:\.BLC3.dat			
Xo =	0.052086	Lo =	0.013648	V =	0.00001	BLC ^T =	0	0	0	0
	0.03468		0.088432		0.00001		0	1	1	0
	0.017434		-0.021263		0.00001		0	1	1	0
	1762.446739		0.0346		0.00001		0	1	1	0
	7129.890159		0		0.00001		0	1	1	1
	3192.273405		0		0.00001		0	1	1	1
	0.017242		1908		0.000001		0	1	1	1
	0.052054		9198.21		0.000001		0	0	1	1
	0.034931		10		0.000001		0	0	1	1
	2547.514671		0.004516		0.00001		0	0	1	1
	8431.195025		0.056944		0.00001		0	-1	-1	0
	3188.148147		-0.031172		0.00001		0	-1	-1	0
	0.034665		0.002125		0.00001		0	-1	-1	0
	0.017192		0		0.00001		0	-1	-1	0
	0.052365		0		0.00001		0	-1	-1	0
	3491.747257		1724.55		0.00001		0	-1	-1	0
	8341.95248		8507.74		0.00001		0	-1	-1	0
	3189.195796		11		0.00001		0	-1	-1	-1
	0.153						0	-1	-1	-1
	0						0	-1	-1	-1
	0						0	0	-1	-1
	0						0	0	-1	-1
	0									
	0									
	0									
	0									
	0									

10 - Matriz de rotação - R

10.1 - Matrizes de rotação para cada eixo - tomando um eixo por vez como charneira

4.1.1 - Matriz de rotação para o eixo X

$$R_X(\omega) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega) & \sin(\omega) \\ 0 & -\sin(\omega) & \cos(\omega) \end{pmatrix}$$

4.1.2 - Matriz de rotação para o eixo Y

$$R_Y(\phi) := \begin{pmatrix} \cos(\phi) & 0 & -\sin(\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) \end{pmatrix}$$

4.1.3 - Matriz de rotação para o eixo Z

$$R_Z(\kappa) := \begin{pmatrix} \cos(\kappa) & \sin(\kappa) & 0 \\ -\sin(\kappa) & \cos(\kappa) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4.2 - Obtenção da matriz de rotação

$$R(\omega, \phi, \kappa) := R_Z(\kappa) \cdot R_Y(\phi) \cdot R_X(\omega)$$

$$R(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)^T$$

4.2.1 - Declaração e verificação dos elementos de rotação

$R_{11}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{0,0}$	$R_{11}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow \cos(\kappa) \cdot \cos(\phi)$
$R_{12}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{0,1}$	$R_{12}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow -\sin(\kappa) \cdot \cos(\phi)$
$R_{13}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{0,2}$	$R_{13}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow \sin(\phi)$
$R_{21}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{1,0}$	$R_{21}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow \sin(\kappa) \cdot \cos(\omega) + \cos(\kappa) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\omega)$
$R_{22}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{1,1}$	$R_{22}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow \cos(\kappa) \cdot \cos(\omega) - \sin(\kappa) \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\omega)$
$R_{23}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{1,2}$	$R_{23}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow -\cos(\phi) \cdot \sin(\omega)$
$R_{31}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{2,0}$	$R_{31}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow \sin(\kappa) \cdot \sin(\omega) - \cos(\kappa) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\omega)$
$R_{32}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{2,1}$	$R_{32}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow \cos(\kappa) \cdot \sin(\omega) + \sin(\kappa) \cdot \sin(\phi) \cdot \cos(\omega)$
$R_{33}(\omega, \phi, \kappa) := R(\omega, \phi, \kappa)_{2,2}$	$R_{33}(\omega, \phi, \kappa) \rightarrow \cos(\phi) \cdot \cos(\omega)$

5 - Equações de colinearidade

5.1 - Numeradores

$$Zx(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z) := R11(\omega, \phi, \kappa)(X - X0) + R21(\omega, \phi, \kappa)(Y - Y0) + R31(\omega, \phi, \kappa) \cdot (Z - Z0)$$

$$Zy(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z) := R12(\omega, \phi, \kappa)(X - X0) + R22(\omega, \phi, \kappa)(Y - Y0) + R32(\omega, \phi, \kappa) \cdot (Z - Z0)$$

5.2 - Denominador

$$D(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z) := R13(\omega, \phi, \kappa)(X - X0) + R23(\omega, \phi, \kappa)(Y - Y0) + R33(\omega, \phi, \kappa) \cdot (Z - Z0)$$

5.3 - raio

$$r(x, y, \xi0, \eta0) := \sqrt{(x - \xi0)^2 + (y - \eta0)^2}$$

5.3 - Equação dos parâmetros de distorção radial e descentrada (para ξ)

$$\delta Kx(x, y, \xi0, \eta0, K1, K2, K3) := \left(K1 \cdot r(x, y, \xi0, \eta0)^2 + K2 \cdot r(x, y, \xi0, \eta0)^4 + K3 \cdot r(x, y, \xi0, \eta0)^6 \right) \cdot (x - \xi0)$$

$$\delta Px(x, y, \xi0, \eta0, P1, P2) := P1 \cdot \left[r(x, y, \xi0, \eta0)^2 + 2(x - \xi0)^2 \right] + 2P2 \cdot (x - \xi0)(y - \eta0)$$

5.4 - Equação dos parâmetros de distorção radial e descentrada (para η)

$$\delta Ky(x, y, \xi0, \eta0, K1, K2, K3) := \left(K1 \cdot r(x, y, \xi0, \eta0)^2 + K2 \cdot r(x, y, \xi0, \eta0)^4 + K3 \cdot r(x, y, \xi0, \eta0)^6 \right) \cdot (y - \eta0)$$

$$\delta Py(x, y, \xi0, \eta0, P1, P2) := 2P1 \cdot (x - \xi0)(y - \eta0) + P2 \cdot \left[r(x, y, \xi0, \eta0)^2 + 2(y - \eta0)^2 \right]$$

5.5 - Equação para a coordenada ξ

$$\xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) := (x - \xi0) + f \cdot \left(\frac{Zx(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z)}{D(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z)} \right) + \delta Kx(x, y, \xi0, \eta0, K1, K2, K3) + \delta Px(x, y, \xi0, \eta0, P1, P2)$$

5.6 - Equação para a coordenada η

$$\eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) := (y - \eta0) + f \cdot \left(\frac{Zy(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z)}{D(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, X, Y, Z)} \right) + \delta Ky(x, y, \xi0, \eta0, K1, K2, K3) + \delta Py(x, y, \xi0, \eta0, P1, P2)$$

6 - Linearização das equações de colinearidade

Matriz Jacobiana dos Parâmetros de Orientação Exterior

$$\begin{aligned}
 JO(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) := & \begin{array}{l}
 JO \leftarrow 0 \\
 JO_{0,0} \leftarrow \frac{d}{d\omega} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 JO_{0,1} \leftarrow \frac{d}{d\phi} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 JO_{0,2} \leftarrow \frac{d}{d\kappa} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 JO_{0,3} \leftarrow \frac{d}{dX0} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 JO_{0,4} \leftarrow \frac{d}{dY0} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 JO_{0,5} \leftarrow \frac{d}{dZ0} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 JO_{1,0} \leftarrow \frac{d}{d\omega} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 JO_{1,1} \leftarrow \frac{d}{d\phi} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 JO_{1,2} \leftarrow \frac{d}{d\kappa} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 JO_{1,3} \leftarrow \frac{d}{dX0} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 JO_{1,4} \leftarrow \frac{d}{dY0} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 JO_{1,5} \leftarrow \frac{d}{dZ0} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 JO
 \end{array}
 \end{aligned}$$

Matriz Jacobiana dos Parâmetros de Calibração

$$\begin{aligned}
 \text{JP}(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi_0, \eta_0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) := & \text{JP} \leftarrow (0) \\
 \text{JP}_{0,0} \leftarrow & \frac{d}{df} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi_0, \eta_0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 \text{JP}_{0,1} \leftarrow & \frac{d}{d\xi_0} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi_0, \eta_0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 \text{JP}_{0,2} \leftarrow & \frac{d}{d\eta_0} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi_0, \eta_0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 \text{JP}_{0,3} \leftarrow & \frac{d}{dK1} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi_0, \eta_0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 \text{JP}_{0,4} \leftarrow & \frac{d}{dK2} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi_0, \eta_0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 \text{JP}_{0,5} \leftarrow & \frac{d}{dK3} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi_0, \eta_0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 \text{JP}_{0,6} \leftarrow & \frac{d}{dP1} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi_0, \eta_0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 \text{JP}_{0,7} \leftarrow & \frac{d}{dP2} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi_0, \eta_0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 \text{JP}_{1,0} \leftarrow & \frac{d}{df} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi_0, \eta_0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 \text{JP}_{1,1} \leftarrow & \frac{d}{d\xi_0} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi_0, \eta_0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 \text{JP}_{1,2} \leftarrow & \frac{d}{d\eta_0} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi_0, \eta_0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 \text{JP}_{1,3} \leftarrow & \frac{d}{dK1} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi_0, \eta_0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 \text{JP}_{1,4} \leftarrow & \frac{d}{dK2} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi_0, \eta_0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 \text{JP}_{1,5} \leftarrow & \frac{d}{dK3} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi_0, \eta_0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y)
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{JP}_{1,6} \leftarrow \frac{d}{dP1} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 \text{JP}_{1,7} \leftarrow \frac{d}{dP2} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\
 \text{JP}
 \end{array}$$

Matriz Jacobiana das observações no espaço imagem

$$Jl(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) := \begin{array}{l} Jl \leftarrow (0) \\ J_{l,0} \leftarrow \frac{d}{dx} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\ J_{l,1} \leftarrow \frac{d}{dy} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\ J_{l,0} \leftarrow \frac{d}{dx} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\ J_{l,1} \leftarrow \frac{d}{dy} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\ Jl \end{array}$$

Matriz Jacobiana das observações no espaço objeto

$$JF(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) := \begin{array}{l} JF \leftarrow (0) \\ J_{F,0,0} \leftarrow \frac{d}{dX} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\ J_{F,0,1} \leftarrow \frac{d}{dY} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\ J_{F,0,2} \leftarrow \frac{d}{dZ} \xi(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\ J_{F,1,0} \leftarrow \frac{d}{dX} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\ J_{F,1,1} \leftarrow \frac{d}{dY} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\ J_{F,1,2} \leftarrow \frac{d}{dZ} \eta(\omega, \phi, \kappa, X0, Y0, Z0, f, \xi0, \eta0, K1, K2, K3, P1, P2, X, Y, Z, x, y) \\ JF \end{array}$$

Montagem das matrizes para o ajustamento

```

W(Xo,Lo) :=
  a ← Xo
  b ← Lo
  W ← (0)
  w ← (0)
  for j ∈ 1..nPontos
    for i ∈ 1..nImgs
      if BLCi,j ≠ 0
        k ← (i - 1)·6
        m ← 6·nImgs
        n ← (j - 1)·[3 + (nImgs·2)] + (i - 1)·2
        q ← (2·nImgs)·j + 3·(j - 1)
        w ← stack(w, ξ(ak, ak+1, ak+2, ak+3, ak+4, ak+5, am, am+1, am+2, am+3, am+4, am+5, am+6, am+7, bq, bq+1, bq+2, bn, bn+1))
        w ← stack(w, η(ak, ak+1, ak+2, ak+3, ak+4, ak+5, am, am+1, am+2, am+3, am+4, am+5, am+6, am+7, bq, bq+1, bq+2, bn, bn+1))
  W ← submatrix(w, 1, rows(w) - 1, 0, 0)

```

```

a_aux(nPar) :=
  a ← (0 0 0 0 0 0)
  b ← (0 0 0 0 0 0)
  for i ∈ 1..nImgs - 1
    a ← augment(a, b)
  for j ∈ 1..nPar
    a ← augment[a, (0)]
  a ← stack(a, a)

```

```

A(Xo,Lo,nPar) :=
  a ← Xo
  b ← Lo
  Aux ← a_aux(nPar)
  for j ∈ 1..nPontos
    for i ∈ 1..nImgs
      A ← a_aux(nPar)
      k ← (i - 1)·6
      m ← 6·nImgs
      n ← (j - 1)·[3 + (nImgs·2)] + (i - 1)·2
      q ← (2·nImgs)·j + 3·(j - 1)
      JO ← JO(ak, ak+1, ak+2, ak+3, ak+4, ak+5, am, am+1, am+2, am+3, am+4, am+5, am+6, am+7, bq, bq+1, bq+2, bn, bn+1)
      JP ← JP(ak, ak+1, ak+2, ak+3, ak+4, ak+5, am, am+1, am+2, am+3, am+4, am+5, am+6, am+7, bq, bq+1, bq+2, bn, bn+1)
      r ← (j - 1)·nImgs·2 + (i - 1)·2
      s ← (i - 1)·6
      for t ∈ 0..5
        A0,s+t ← JO0,t
        A1,s+t ← JO1,t
      for u ∈ 0..nPar - 1    if nPar > 0
        A0,m+u ← JP0,u
        A1,m+u ← JP1,u
      Aux ← stack(Aux, A) if BLCi,j ≠ 0
  A ← submatrix(Aux, 2, rows(Aux) - 1, 0, cols(Aux) - 1)

```

```

B(Xo,Lo) :=
  a ← Xo
  b ← Lo
  B ← 0
  c1 ← 0
  LI ← 0
  LF ← 0
  for j ∈ 1..nPontos
    for i ∈ 1..nImgs
      if BLCi,j ≠ 0
        k ← (i - 1)·6
        m ← 6·nImgs
        n ← (j - 1)·[3 + (nImgs·2)] + (i - 1)·2
        q ← (2·nImgs)·j + 3·(j - 1)
        JI ← JI(ak, ak+1, ak+2, ak+3, ak+4, ak+5, am, am+1, am+2, am+3, am+4, am+5, am+6, am+7, bq, bq+1, bq+2, bn, bn+1)
        for il ∈ 0..1
          BLI, c1+il ← JI0, il
          BLI+1, c1+il ← JI1, il
        c1 ← c1 + 2
        LI ← LI + 2
        B
    for i ∈ 1..nImgs
      if BLCi,j ≠ 0
        k ← (i - 1)·6
        m ← 6·nImgs
        n ← (j - 1)·[3 + (nImgs·2)] + (i - 1)·2
        q ← (2·nImgs)·j + 3·(j - 1)
        JI ← JI(ak, ak+1, ak+2, ak+3, ak+4, ak+5, am, am+1, am+2, am+3, am+4, am+5, am+6, am+7, bq, bq+1, bq+2, bn, bn+1)

```

```
B
    B
        for i1 ∈ 0..2
            BLF,c1+i1 ← JF0,i1
            BLF+1,c1+i1 ← JF1,i1
        LF ← LF + 2
        B
    c1 ← c1 + 3
B
```

$$\text{GLib}(\text{npar}) := \text{nEq} - (\text{nImgs} \cdot 6 + \text{nPF} \cdot 3 + \text{npar})$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{p}(\mathbf{v}, \mathbf{nPar}) := \mathbf{P} \leftarrow (\mathbf{0}) \\ \quad \text{for } \mathbf{u} \in 0.. \text{rows}(\mathbf{v}) - 1 \\ \qquad \mathbf{P}_{\mathbf{u}, \mathbf{u}} \leftarrow \left[\sqrt{(\mathbf{v}_{\mathbf{u}})^2} \right]^{-1} \\ \qquad \sigma_2 \leftarrow \frac{\left(\mathbf{v}^T \mathbf{v} \right)}{\text{GLib}(\mathbf{nPar})} \\ \mathbf{P} \leftarrow \sigma_2 \mathbf{0} \cdot \mathbf{P} \end{array}$$

```

XC(Xo,x) :=
| for i ∈ 0..rows(x) - 1
|   Xoi ← Xoi + x1
| Xo

```

```

T(v) :=
| T ← 1 if min(v) ≤ 0.001
| T

```

```

SLa(L,v) :=
| La ← (0)
| m ← 0
| for j ∈ 1..nPontos
|   for i ∈ 1..nImgs
|     if BLCi,j ≠ 0
|       n ← (j - 1)·[3 + (nImgs·2)] + (i - 1)·2
|       for k ∈ 0..1
|         Lan+k ← Ln+k + vm
|         m ← m + 1
|       q ← (2·nImgs)·j + 3·(j - 1)
|       for k ∈ 0..2
|         Laq+k ← Lq+k + vm
|         m ← m + 1
| La

```

```

nM(L) :=
| M ← (0)
| m ← 0
| for j ∈ 1..nPontos
|   for i ∈ 1..nImgs
|     if BLCi,j ≠ 0
|       n ← (j - 1)·[3 + (nImgs·2)] + (i - 1)·2
|       for k ∈ 0..1
|         M ← stack(M,Ln+k)
|       q ← (2·nImgs)·j + 3·(j - 1)
|       for k ∈ 0..2
|         M ← stack(M,Ln+k)
|       M
| M ← submatrix(M,1,rows(M) - 1,0,0)

```

```

Xa(Xo,Lo,P,nPar) :=
| t ← 0
| it ← 0
| while t ≠ 1
|   a ← A(Xo,Lo,nPar)

```

```

Xa(Xo,Lo,P,nPar) :=
| t ← 0
| it ← 0
| Lb ← Lo
| p ← P

```

```

b ← B(Xo,Lo)
w ← W(Xo,Lo)
p ← P
m ← b·p-1·bT
ml ← m-1
x ← -(aT·ml·a)-1·aT·ml·w
Xo ← XC(Xo,x)
Xa ← Xo
V ← -p-1·bT·m-1·(a·x + w)
t ← T(V)
it ← it + 1
La ← SLa(Lo, V)
Xo ← Xa
Lo ← La
XL ← stack(Xo,Lo)
stack(XL, V)

```

```

while (t ≠ 1 ∧ it ≠ 10)
  a ← A(Xo,Lo,nPar)
  b ← B(Xo,Lo)
  w ← W(Xo,Lo) + b·(nM(Lb) - nM(Lo))
  m ← b·p-1·bT
  x ← -(aT·m-1·a)-1·aT·m-1·w
  Xo ← XC(Xo,x)
  Xa ← Xo
  V ← -p-1·bT·m-1·(a·x + w)
  t ← T(V)
  it ← it + 1
  La ← SLa(Lb, V)
  Xo ← Xa
  Lo ← La
  XL ← stack(Xo,Lo)
  stack(XL, V)

```

$X := Xa(Xo, Lo, \text{identity}(\text{cols}(B(Xo, Lo))), 8)$

$Xo0 := \text{submatrix}(X, 0, oe, 0, 0)$

$Lo0 := \text{submatrix}(X, oe + 1, pa, 0, 0)$

$V0 := \text{submatrix}(X, pa + 1, \text{rows}(X) - 1, 0, 0)$

Xa := submatrix(X, 0, oe - 1, 0, 0)

Xa =

0.052085485360264
0.035000396140225
0.017458045996041
1763.8889984705
7128.93830602227
3200.91444994024
0.017216123650538
0.052383354076658
0.034926443606896
2549.11316769463
8430.63417059315
3196.70989696753
0.034650044876755
0.017437047890732
0.052361486920711
3492.78819693808
8341.21112911148
3197.79983315588
0.153416791694343
0.000004897011039

La := submatrix(X, oe, pa, 0, 0)

Xo =

0.052086102039787
0.034679794381865
0.017433937937498
1762.44673911314
7129.89015940364
3192.27340461454
0.017241657515117
0.052053839434828
0.034931287238714
2547.51467142162
8431.19502505243
3188.14814728712
0.034665380178655
0.017192099905019
0.052365390561068
3491.74725740352
8341.95247955679
3189.19579616894
0.153
0

La =

0.013648
0.088433
-0.021262
0.034601
0
0
1908
9198.21
10
0.004516
0.056944
-0.031172
0.002125
0
0
1724.55

Lo =

0.013648
0.088432
-0.021263
0.0346
0
0
1908
9198.21
10
0.004516
0.056944
-0.031172
0.002125
0
0
1724.55


```

OE(img) :=
| oe ← submatrix[ Xa, (img - 1)·6, (img - 1)·6 + 5, 0, 0]
| for i ∈ 0..2
|   oe_i ← oe_i ·  $\frac{180}{\pi}$ 
| oe

```

```

PA := submatrix[ Xa, (nImgs·6), rows( Xa) - 1, 0, 0]

```

$$OE(1) = \begin{pmatrix} 2.984278 \\ 2.005375 \\ 1.000272 \\ 1763.888998 \\ 7128.938306 \\ 3200.91445 \end{pmatrix}$$

$$OE(2) = \begin{pmatrix} 0.986411 \\ 3.001345 \\ 2.001138 \\ 2549.113168 \\ 8430.634171 \\ 3196.709897 \end{pmatrix}$$

$$OE(3) = \begin{pmatrix} 1.985301 \\ 0.999069 \\ 3.000092 \\ 3492.788197 \\ 8341.211129 \\ 3197.799833 \end{pmatrix}$$

$$PA = \begin{pmatrix} 0.153416791694343 \\ 4.89701103861854 \times 10^{-6} \\ -2.36291799825271 \times 10^{-5} \\ -7.2907289752666 \times 10^{-3} \\ 2.2440459500203 \\ -138.374274094595 \\ 4.84758712350126 \times 10^{-4} \\ 2.17959225218986 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

ANEXOS

1 RELATÓRIO DE FOTOTRIANGULAÇÃO REALIZADA COM O *SOFTWARE* ERDAS

The Triangulation Report With OrthoBASE

The output image x, y units: pixels
The output angle unit: degrees
The output ground X, Y, Z units: meters

The Input Image Coordinates

image ID = 1

Point ID	x	y
1	7523,000	4451,000
2	5224,000	1808,000
3	9780,000	2124,000
5	5358,000	8001,000
4	8345,000	9915,000
6	10814,000	5168,000
7	10680,000	5090,000
8	8692,125	4088,875
9	5281,000	4958,000
10	8678,000	4076,000
11	9807,000	9110,000
12	5454,000	633,000
13	9585,000	580,000
14	5013,000	3966,000
15	10224,000	3922,000
16	6151,000	5906,000
17	10622,000	6488,000
18	7258,000	8540,000
19	9899,000	10391,000
20	9561,000	7631,000
21	5059,000	2345,000
22	11004,000	1543,000
23	7133,000	5085,000

Affine coefficients from file (pixels) to film (millimeters)

A0	A1	A2	B0	B1	B2
-118,9025	0,021002	-0,000130	116,7800	-0,000121	-0,020992

image ID = 2

Point ID	x	y
1	3385,000	4372,000
2	1189,000	1705,000
3	5877,000	1974,000
5	1384,000	7952,000
4	4401,000	9798,000

6	6911,000	5049,000
7	6777,000	4974,000
8	4738,375	3973,375
9	1284,000	4910,000
10	4738,000	3974,000
11	5863,000	8989,000
12	1385,000	494,000
13	5645,000	391,000
14	936,000	3910,000
15	6321,000	3799,000
16	2128,000	5854,000
17	6642,000	6376,000
18	3305,000	8458,000
19	5946,000	10222,000
20	5585,000	7528,000
21	911,000	2260,000
22	7145,000	1366,000
23	3178,000	5013,000

Affine coefficients from file (pixels) to film (millimeters)

A0	A1	A2	B0	B1	B2
-118,7921	0,021004	-0,000021	116,0421	-0,000016	-0,020995

THE OUTPUT OF SELF-CALIBRATING BUNDLE BLOCK ADJUSTMENT

the no. of iteration =1 the standard error = 5,0094
the maximal correction of the object points = 1,06490

the no. of iteration =2 the standard error = 5,0080
the maximal correction of the object points = 0,00444

the no. of iteration =3 the standard error = 5,0080
the maximal correction of the object points = 0,00001

The exterior orientation parameters

image ID	Xs	Ys	Zs	OMEGA	PHI	KAPPA
1	680592,6266	7465074,0662	1328,2943	1,9012	-0,7874	-0,7815
2	681293,3422	7465070,2853	1333,8050	0,7168	-1,0393	-1,8530

The interior orientation parameters of photos

image ID	f(mm)	xo(mm)	yo(mm)
1	153,5280	-0,0630	-0,0370
2	153,5280	-0,0630	-0,0370

The residuals of the control points

Point ID	rX	rY	rZ
1	-1,3215	-0,0023	2,5404
2	-0,1166	-0,1146	-0,4787
3	1,8324	0,4746	-2,0012
4	0,9928	-0,6154	-1,9822
5	-0,0440	0,3252	1,5243
	aX	aY	aZ
	0,2686	0,0135	-0,0795
	mX	mY	mZ
	1,1050	0,3802	1,8407

The coordinates of object points

Point ID	X	Y	Z	Overlap
1	680932,7420	7465297,3830	67,9030	2
2	680539,0530	7465798,0240	18,4750	2
3	681377,2470	7465732,7560	10,7250	2
4	681065,3620	7464329,8440	11,7380	2
5	680542,2810	7464679,7470	12,3850	2
6	681548,6475	7465166,1333	6,7399	2
7	681524,6840	7465180,7495	6,5277	2
8	681160,8299	7465370,4345	17,0156	2
9	680538,5430	7465222,5948	13,7735	2
10	681160,3034	7465372,6211	12,3707	2
11	681333,2828	7464463,0792	10,3605	2
12	680585,1227	7466008,8310	28,5226	2
13	681345,9454	7466015,5936	22,5963	2
14	680495,0484	7465398,0902	35,7905	2
15	681448,7819	7465397,3149	7,5631	2
16	680690,5477	7465049,0969	28,7532	2
17	681487,6942	7464929,0180	28,7779	2
18	680878,7846	7464576,2679	11,8696	2
19	681340,7041	7464240,8507	10,9025	2
20	681292,0349	7464729,7923	23,3274	2
21	680509,5453	7465681,5679	54,5720	2
22	681616,8664	7465843,0065	3,1023	2
23	680873,5070	7465193,8003	9,7233	2

The total object points = 23

The residuals of image points

Point	Image	Vx	Vy
1	1	3,717	2,010
1	2	12,019	2,754

Point	Image	Vx	Vy
2	1	0,508	-1,002
2	2	-0,968	-3,100

Point	Image	Vx	Vy
3	1	-3,552	-3,018
3	2	-9,421	-2,386

Point	Image	Vx	Vy
4	1	-1,447	4,740
4	2	-7,440	1,269

Point	Image	Vx	Vy
5	1	0,543	-1,921
5	2	5,182	0,262

Point	Image	Vx	Vy
6	1	0,014	0,907
6	2	-0,025	-0,903

Point	Image	Vx	Vy
7	1	0,026	1,717
7	2	-0,048	-1,708

Point	Image	Vx	Vy
8	1	-0,070	-6,996
8	2	0,154	6,911

Point	Image	Vx	Vy
9	1	0,000	0,033
9	2	-0,001	-0,033

Point	Image	Vx	Vy
10	1	-0,001	-0,081
10	2	0,002	0,080

Point	Image	Vx	Vy
11	1	0,082	4,137
11	2	-0,147	-4,206

Point	Image	Vx	Vy
-------	-------	----	----

12	1	0,025	2,119
12	2	-0,045	-2,047

Point	Image	Vx	Vy
13	1	-0,002	-0,198
13	2	0,004	0,192

Point	Image	Vx	Vy
14	1	-0,006	-0,459
14	2	0,011	0,452

Point	Image	Vx	Vy
15	1	0,004	0,291
15	2	-0,007	-0,287

Point	Image	Vx	Vy
16	1	0,004	0,254
16	2	-0,007	-0,253

Point	Image	Vx	Vy
17	1	0,023	1,440
17	2	-0,043	-1,443

Point	Image	Vx	Vy
18	1	-0,006	-0,371
18	2	0,012	0,375

Point	Image	Vx	Vy
19	1	-0,097	-6,361
19	2	0,204	6,513

Point	Image	Vx	Vy
20	1	0,026	1,525
20	2	-0,049	-1,537

Point	Image	Vx	Vy
21	1	0,010	0,806
21	2	-0,019	-0,786

Point	Image	Vx	Vy
22	1	0,003	0,260
22	2	-0,006	-0,254

Point	Image	Vx	Vy
23	1	-0,000	-0,006
23	2	0,000	0,006

The image residuals of the control points

The image ID = 1

Point ID	V _x	V _y
1	3,717	2,010
2	0,508	-1,002
3	-3,552	-3,018
4	-1,447	4,740
5	0,543	-1,921



RMSE of 5 points: mx=2,411, my=2,840

The image ID = 2

Point ID	V _x	V _y
1	12,019	2,754
2	-0,968	-3,100
3	-9,421	-2,386
4	-7,440	1,269
5	5,182	0,262

RMSE of 5 points: mx=7,955, my=2,217

2 CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO

CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO DE CÂMERA AEROFOTOGRAMÉTRICA	
 <small>ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE EMPRESAS DE LEVANTAMENTOS AEROSPACIAIS</small>	CERTIFICADO Nº <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">001/96</div>
 CALIBRAÇÃO REALIZADA PELO MÉTODO DO CAMPO TRIDIMENSIONAL CAMPO DE CALIBRAÇÃO: SÃO LUIZ DO PURUNÃ FOLHA 1/2	

PROPRIETÁRIO: *ESTEIO - Engenharia e Aerolevantamentos S/A*

CARACTERÍSTICAS DA CÂMERA

FABRICANTE:	CARL ZEISS	DISTÂNCIA FOCAL NOMINAL:	153 mm
MODELO DA CÂMERA:	RMK A 15/23	SÉRIE Nº:	137 474
TIPO DE LENTES:	PLEOGON A2	SÉRIE Nº:	137 504
QUADRO DO NEGATIVO:	23 x 23 cm	ABERTURA MÁXIMA:	14

DADOS DA CALIBRAÇÃO

DATA DAS AEROFOTOS	09/dez/1995	NÚMERO DE AEROFOTOS:	17
NÚMERO DE IMAGENS DOS ALVOS:	320	NÚMERO DE ALVOS:	34
FILME UTILIZADO:	Kodak Double - X	GRAUS DE LIBERDADE:	552
FILTRO UTILIZADO	Amarelo	APARELHO UTILIZADO NAS OBSERVAÇÕES FOTOGRAMÉTRICAS:	Planicomp C-120 ZEISS

RESULTADOS DA CALIBRAÇÃO

	PARÂMETROS	DESVIOS PADRÃO
DISTÂNCIA FOCAL CALIBRADA: *	$c = 153,528 \text{ mm}$	$\sigma_c = 0,043$
COORDENADAS DO PONTO PRINCIPAL:	$x_o = -0,063 \text{ mm}$ $y_o = -0,037 \text{ mm}$	$\sigma_{x_o} = 0,016$ $\sigma_{y_o} = 0,017$
COEFICIENTES DA DISTORÇÃO RADIAL SIMÉTRICA:	$k_0 = -2,667 \text{ E} - 05$ $k_1 = -1,813 \text{ E} - 09$ $k_2 = -5,877 \text{ E} - 14$ $k_3 = -5,909 \text{ E} - 18$	$\sigma_{k_1} = 1,217 \text{ E} - 08$ $\sigma_{k_2} = 1,092 \text{ E} - 12$ $\sigma_{k_3} = 3,009 \text{ E} - 17$
COEFICIENTES DA DISTORÇÃO DESCENTRADA:	$p_1 = -6,278 \text{ E} - 07$ $p_2 = 7,172 \text{ E} - 07$	$\sigma_{p_1} = 1,254 \text{ E} - 07$ $\sigma_{p_2} = 1,495 \text{ E} - 07$

* Escolhida de modo a deixar o módulo da máxima distorção positiva igual ao da máxima distorção negativa.

[Assinatura]
RESPONSÁVEL PELA COLETA DE DADOS

ANEAS

[Assinatura]
RESPONSÁVEL PELA CALIBRAÇÃO

DATA: 01 / fev / 1996

CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO DE CÂMERA AEROFOTOGRAMÉTRICA



CERTIFICADO Nº

001/96



CALIBRAÇÃO REALIZADA PELO MÉTODO DO CAMPO TRIDIMENSIONAL
CAMPO DE CALIBRAÇÃO: SÃO LUIZ DO PURUNÁ

FOLHA 2/2

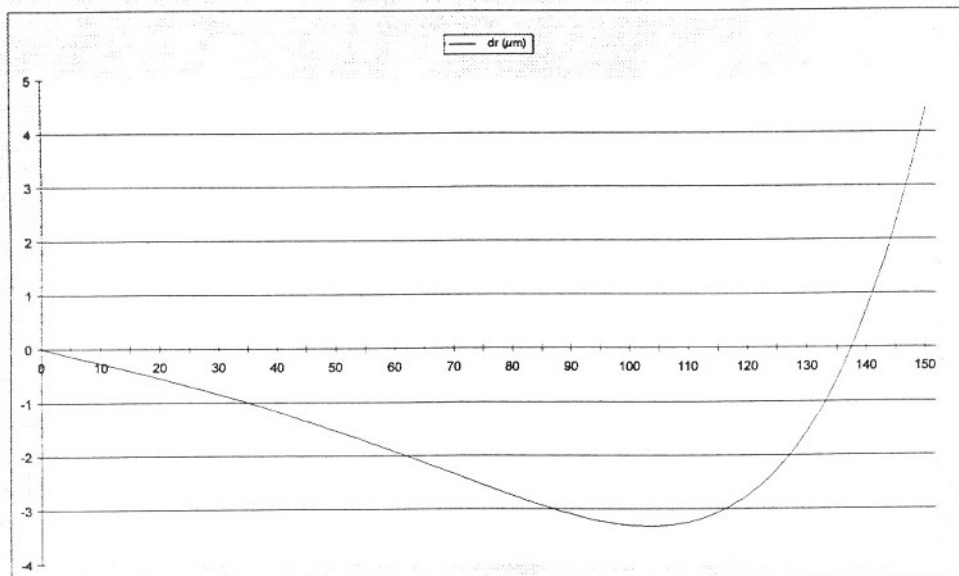
SISTEMA DE COORDENADAS FIDUCIAIS



COORDENADAS:

PONTO	x (mm)	y (mm)
1	113,000	0,016
2	-113,006	0,018
3	0,004	113,015
4	0,007	-112,975

CURVA DE DISTORÇÃO RADIAL SIMÉTRICA PARA DISTÂNCIA FOCAL CALIBRADA



[Signature]
RESPONSÁVEL PELA COLETA DE DADOS

ANEA

[Signature]
RESPONSÁVEL PELA CALIBRAÇÃO

DATA: 01 / fev / 1996