

# UERJ

Dissertação de Mestrado em Engenharia de Computação

**MODELO MATEMÁTICO PARA AJUSTAMENTO DE REDE  
ALTIMÉTRICA DE ALTA PRECISÃO**

Autor: Virgílio Noronha Ribeiro da Cruz

Orientador: Prof. Íris Pereira Escobar

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Computação

Área de Concentração Geomática

Fevereiro – 2007



Faculdade de Engenharia

# **MODELO MATEMÁTICO PARA AJUSTAMENTO DE REDE ALTIMÉTRICA DE ALTA PRECISÃO**

**Virgílio Noronha Ribeiro da Cruz**

Dissertação submetida ao corpo docente da Faculdade de Engenharia da Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Computação

Orientador: Prof. Íris Pereira Escobar – D.Sc.

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Computação  
Área de Concentração Geomática

Rio de Janeiro - RJ

Fevereiro - 2007

CRUZ, VIRGÍLIO NORONHARIBEIRO DA  
Modelo Matemático para Ajustamento de  
Rede Altimétrica de Alta Precisão [Rio de Janeiro]  
2007.

xi, 172 p. 29,7 cm (FEN/UERJ, M.Sc.,  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de  
Computação, Área de Concentração Geomática,,  
2007)

Dissertação – Universidade do Estado do Rio  
de Janeiro – UERJ.

1. Geodésia – Altimetria

I. FEN/UERJ II. Título (série)

## **FOLHA DE JULGAMENTO**

Título: Modelo Matemático para Ajustamento de Rede Altimétrica de Alta Precisão

Candidato: Virgílio Noronha Ribeiro da Cruz

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Computação

Data de Defesa: 27 de fevereiro de 2007

Aprovada por:

---

Orientador: Prof. Íris Pereira Escobar – D.Sc. - UERJ

---

Prof. José Carlos Penna de Vasconcellos – D.Sc. - UERJ

---

Prof. Marcelo Gomes Miguez –D.Sc. - UFRJ

À minha esposa Célia,  
e aos nossos filhos  
Mário, Flávia, Hugo e Igor.

## **AGRADECIMENTOS**

Desejo deixar aqui expressos meus agradecimentos primeiramente ao Professor Íris Escobar não só pela orientação prestimosa e infinita paciência como também pelos preciosos conhecimentos que pude adquirir em nossa convivência acadêmica, que vieram a preencher meus questionamentos dos anos de atividade autodidata.

Apresento aqui também meus agradecimentos a todos os professores e membros da equipe do Departamento de Geomática da UERJ.

Não poderia ainda deixar de agradecer à toda a equipe do Hospital VOT-COR, pela dedicação e competência, sem os quais eu jamais poderia ter concluído este trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à FEN/UERJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.) em Engenharia de Computação

## **MODELO MATEMÁTICO PARA AJUSTAMENTO DE REDE ALTIMÉTRICA DE ALTA PRECISÃO**

Virgílio Noronha Ribeiro da Cruz

Fevereiro/2007

Orientador: Prof. Íris Pereira Escobar – D.Sc.

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Computação – Área de Concentração  
Geomática

Um sistema de altitudes deve ser precisamente definido, de forma a fornecer informações exatas para a obtenção do modelo representativo do espaço real. A precisão na determinação de altitudes nas redes altimétricas está relacionada com essa definição. Tendo em vista o aprimoramento dessa precisão, o presente trabalho versa sobre o estudo e desenvolvimento de modelo matemático e ferramentas para ajustamento de redes altimétricas. Com esse objetivo é proposta uma metodologia que proporcione o ajustamento das redes aplicando o conceito do geopotencial. Assim, em cada linha de nivelamento da rede, o modelo matemático desenvolvido considera as diferenças de potencial da gravidade em cada seção, obtidas a partir dos desníveis observados e as respectivas gravidades medidas em todas as suas estações. A solução para o ajustamento dessa rede é obtida por meio do método dos mínimos quadrados, introduzindo-se as altitudes conhecidas, determinadas a partir de marégrafos, através de um modelo secundário injuntivo. Para a aplicação do modelo é desenvolvido um programa cujos resultados finais são as altitudes ajustadas das estações da rede bem como as respectivas estimativas para os desvios padrão. Para verificar a adequação do modelo é testada uma rede altimétrica com cerca de 1200 estações ligadas por cerca de 1250 seções, vinculadas a 7 marégrafos. O trabalho também contempla a elaboração de um estudo comparativo da utilização do geopotencial considerando-se duas formas de altitudes: a de Helmert e a normal, de modo a servir de subsídio a futuros estudos sobre as anomalias da gravidade.

Palavras chave: Altitude, Rede Altimétrica, Geodésia, Nivelamento

Abstract of Dissertation presented to FEN/UERJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## **MATHEMATICAL MODEL FOR HIGH PRECISION ALTIMETRIC NETWORK ADJUSTMENT**

Virgílio Noronha Ribeiro da Cruz

February/2007

Advisor: Prof. Íris Pereira Escobar – D.Sc.

Program of Postgraduation in Computing Engineering - Field of Geomatic

The conception of a representative model of the actual space needs accurate information referenced to a precisely defined elevation system. The precision in the altitude determinations at the altmetric networks is related with this definition. To achieve the refinement of this precision, this work treats of the study and development of a mathematical model and the tools for an altmetric network adjustment. In order to reach this aim a methodology to provide the networks adjustment aplying the geopotential concepts is proposed. So, in each network leveling line the developed mathematical model considers the gravity potential difference in each section obtained from the hight differences observations and the gravities measurements in all stations. The solution for the network adjustment is obtained by the least squares method, where the known altitudes determined from tide-gauges are introduced by means of a secondary constraint model. To apply the model, a program is developed, which final results are the adjusted altitudes of the network stations and the respective estimated standard deviations. To verify the suitability of the model an altmetric network is tested, with about 1200 stations conected by 1250 sections and linked by 7 tide-gauges. This work also provides a comparative study of the use of the geopotential, considering two kinds of altitudes, Helmert and normal, in order to serve as an aid in future studies about the gravity anomalies.

Keywords: Altitude, Altimetric Network, Geodesy, Leveling



## SUMÁRIO

ASSUNTO	PÁGINA
Folha de rosto.....	
i	
Folha de julgamento.....	
ii	
Dedicatória.....	
iii	
Agradecimentos.....	
iv	
Resumo.....	
v	
Abstract.....	
vi	
Sumário.....	
vii	
<b>1 – INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>2 – OBJETIVOS.....</b>	<b>3</b>
2.1 – OBJETIVOS GERAIS.....	
3	
2.2 – OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	
3	
2.3 – APLICAÇÕES GERAIS.....	
3	
2.4 – OBJETO FINAL.....	
5	
<b>3 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>6</b>
<b>4 – CONCEITOS BÁSICOS.....</b>	<b>8</b>
4.1 – CAMPO DA GRAVIDADE.....	8
4.1.1 – A Forma da Terra.....	8

4.1.2 – A Gravidade.....	8
4.1.3 – O Potencial da Gravidade.....	10
4.1.3.1 – Definição.....	10
4.1.3.2 – Sentido físico.....	11
4.1.3.3 – Desenvolvimento em série de harmônicos esféricos....	13
4.1.4 – A Gravidade Normal.....	14
4.1.5 – Anomalia da Gravidade.....	15
4.1.5.1 – Definição.....	15
4.1.5.2 – Anomalia de ar livre.....	16
4.1.5.3 – Correção do terreno.....	17
4.1.5.4 – Anomalia Bouguer.....	17

## **ASSUNTO**

## **PÁGINA**

4.1.6 – Gravimetria.....	17
4.2 – ALTITUDES.....	18
4.2.1 – Definição.....	18
4.2.2 – Número Geopotencial.....	19
4.2.3 – Altitude Dinâmica.....	20
4.2.4 – Altitude Ortométrica.....	21

4.2.5 – Altitude Normal.....	
23	
4.2.6 – <i>Datum</i> Vertical.....	
24	
4.3 – NIVELAMENTO GEOMÉTRICO.....	
25	
4.3.1 – O Processo.....	
25	
4.3.2 – Redes Altimétricas.....	
27	
4.3.3 – Efeitos Sistemáticos Envolvidos.....	
28	
4.3.3.1 – Refração atmosférica.....	
28	
4.3.3.2 – Colimação do eixo ótico.....	
28	
4.3.3.3 – Verticalidade da mira.....	
28	
4.3.3.4 – Graduação da mira.....	
28	
4.3.3.5 – Maré terrestre.....	
28	
4.4 – SISTEMA DE ALTITUDES.....	
30	
<b>5 – METODOLOGIA.....</b>	<b>31</b>
5.1 – AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES.....	
31	
5.1.1 – Objetivo do Modelo.....	
31	
5.1.2 – Procedimentos para o Ajustamento de Observações.....	
31	
5.1.3 – Caracterização do Modelo Matemático.....	
32	

5.1.3.1 – Modelo matemático implícito.....	
32	
5.1.3.2 – Modelo matemático explícito em $x$ .....	
32	
5.1.3.3 – Modelo matemático explícito em $1$ .....	
33	
5.1.4 – Tipos de Solução para o Modelo Matemático.....	
33	
5.1.4.1 – Número de equações igual ao de incógnitas.....	33
5.1.4.2 – Número de incógnitas maior que o de equações.....	34
5.1.4.3 – Número de equações maior que o de incógnitas.....	34
<b>ASSUNTO</b>	<b>PÁGINA</b>
5.1.5 - Solução pelo Método dos Mínimos Quadrados.....	
34	
5.1.5.1 – Definição do método.....	
34	
5.1.5.2 – Formulação do problema.....	
35	
5.1.5.3 – Solução do problema.....	
37	
5.1.5.4 – Matrizes de covariância.....	
38	
5.2 – APLICAÇÃO AO PROBLEMA DAS REDES ALTIMÉTRICAS.....	
39	
5.2.1 – Modelo Matemático Adotado.....	
39	
5.2.2 – Solução do Modelo.....	
41	
5.2.2.1 – Definição da rede altimétrica.....	
41	
5.2.2.2 – Ajustamento da rede internodal.....	
42	
5.2.2.3 – Variâncias das observações.....	
48	
5.2.2.4 – Matrizes de covariância para a rede internodal.....	49

5.2.2.5 – Ajustamento das seções intercaladas.....	50
5.2.2.6 - Matrizes de covariância para as seções intercaladas....	54
5.2.2.7 – Cálculo do ajustamento para altitudes normais.....	58
5.3 – PROCEDIMENTOS ADOTADOS.....	59
5.3.1 – Ferramenta Utilizada.....	59
5.3.2 – O Programa Desenvolvido.....	60
5.3.3 – Dados de Entrada.....	61
5.3.3.1 – Definição dos arquivos.....	61
5.3.3.2 - Arquivo de parâmetros do programa.....	62
5.3.3.3 - Arquivo de desníveis das seções.....	62
5.3.3.4 - Arquivo de altitudes e gravidades das estações.....	63
5.3.4 – Apresentação dos Resultados.....	64
5.3.4.1 – Elementos das estações nodais.....	64
5.3.4.2 – Elementos dos desníveis internodais.....	65
5.3.4.3 – Altitudes ajustadas das estações nodais.....	65
5.3.4.4 - Verificação do cálculo da rede internodal.....	67
5.3.4.5 - Altitudes ajustadas das estações intercaladas.....	67
5.3.4.6 - Verificação do cálculo das seções intercaladas.....	68
5.3.4.7 – Altitudes ajustadas de todas as estações.....	68
<b>6 – AJUSTAMENTO DE UMA REDE ALTIMÉTRICA: ESTUDO DE CASO.....</b>	<b>70</b>
<b>ASSUNTO</b>	<b>PÁGINA</b>
6.1 – DADOS UTILIZADOS.....	70

6.2 – PROCESSAMENTO DOS DADOS.....	71
6.2.1 – Dados de Entrada.....	71
6.2.2 – Ajustamento da Rede.....	72
6.3 – RESULTADOS OBTIDOS.....	73
6.3.1 - Variância da Observação de Peso Unitário ( $\sigma_0^2$ ).....	73
6.3.2 - Teste de Hipóteses para a Variância $\sigma_0^2$ da Rede Internodal.....	73
6.3.2.1 – Elementos iniciais.....	73
6.3.2.2 – Teste para o nível de significância de 5%.....	73
6.3.2.3 – Teste para o nível de significância de 1%.....	74
6.3.3 – Ajustamento da Rede Internodal.....	74
6.3.4 – Ajustamento das Seções Intercaladas.....	76
6.4 – ESTUDOS COMPARATIVOS.....	77
<b>7 – CONCLUSÕES.....</b>	<b>78</b>
<b>APÊNDICES.....</b>	<b>82</b>
APÊNDICE A – DADOS INICIAIS.....	83
A.1 – Dados dos Desníveis das Seções.....	84
A.2 – Dados das Altitudes e Gravidades das Estações.....	88
APÊNDICE B – RELATÓRIOS DO AJUSTAMENTO PARA ALTITUDES DE HELMERT.....	92

B.1 – Elementos das Estações Nodais.....	93
B.2 – Elementos dos Desníveis Internodais.....	97
B.3 – Altitudes Ajustadas das Estações Nodais.....	101
B.4 – Altitudes Ajustadas das Estações Intercaladas.....	105
B.5 – Altitudes Ajustadas de Todas as Estações.....	109
APÊNDICE C – RELATÓRIOS DO AJUSTAMENTO PARA ALTITUDES NORMAIS.....	113
C.1 – Elementos das Estações Nodais.....	114
<b>ASSUNTO</b>	<b>PÁGINA</b>
C.2 – Elementos dos Desníveis Internodais.....	118
C.3 – Altitudes Ajustadas das Estações Nodais.....	122
C.4 – Altitudes Ajustadas das Estações Intercaladas.....	126
C.5 – Altitudes Ajustadas de Todas as Estações.....	130
APÊNDICE D – ESTUDOS COMPARATIVOS.....	134
D.1 – Planilha Comparativa entre Altitudes de Helmert e Normais.....	135
D.2 – Cartograma das Diferenças entre Altitudes de Helmert e Normais.....	161
D.3 – Cartograma das Diferenças entre Altitudes de Helmert e do IBGE.....	163

D.4 – Cartograma das Diferenças entre Altitudes Normais e do IBGE.....	165
D.5 – Cartograma das Diferenças entre Altitudes de Helmert Novas e Antigas.....	167
D.6 – Cartograma das Diferenças entre Altitudes Normais Novas e Antigas.....	169
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>171</b>



## 1 - INTRODUÇÃO

Todas as ações da sociedade sobre o território exigem que se conheça bem o mesmo, quer seja no planejamento da utilização dos recursos existentes no solo, na busca da otimização do uso do espaço ou no conhecimento da própria sociedade que o ocupa. Qualquer aplicação da técnica sobre o território requer a informação detalhada do seu conteúdo material e social, presente e passado.

Segundo Milton Santos ([14], p.62) “A configuração territorial não é o espaço, já que sua realidade vem de sua materialidade, enquanto o espaço reúne a materialidade e a vida que o anima. A configuração territorial, ou configuração geográfica, tem, pois, uma existência material própria, mas sua existência social, isto é, sua existência real, somente lhe é dada pelo fato das relações sociais.”.

Qualquer ação deve ser parte de um sistema que tem papel primordial na organização da vida coletiva e por conseguinte na vida individual.

Ainda segundo Santos ([14], p.223): “É a informação que permite a ação coordenada no tempo e no espaço indicando o momento e o lugar de cada gesto e sugerindo as séries temporais e os arranjos territoriais mais favoráveis a um rendimento máximo da tarefa projetada.” .

A Geomática tem no mapeamento uma das funções da busca do conhecimento sistêmico do território, que visa representar a realidade do espaço em que se vive, não só respondendo às questões de localização como "onde estou ?" ou "onde está o objeto ?" mas fornecendo a base espacial para o referenciamento de uma infindável série de outras informações sobre o território.

O posicionamento ocupa destaque dentro dessa ciência, em particular na Geodésia, envolvendo as suas aplicações para a descrição da superfície terrestre e os processos de medida das grandezas pertinentes, permitindo um vínculo mais estreito do planejamento com a realidade.

Este trabalho enfoca uma das etapas dessa busca, por meio do estudo de um Modelo Matemático Para Ajustamento de Rede Altimétrica de Alta Precisão, a ser utilizado em um sistema de referência altimétrico, fundamental para a descrição da superfície topográfica terrestre.

Sua motivação vem da necessidade de se definir um sistema homogêneo e mais preciso de altitudes de modo a reunir todas as informações altimétricas em um mesmo referencial, para os diversos órgãos e ações em qualquer território.

O estudo pretende dar continuidade ao trabalho apresentado na tese de doutorado do

Prof. Íris Escobar [8], a qual tomou-se como ponto de partida.

Para apresentar os estudos realizados para o desenvolvimento do modelo proposto, o trabalho está disposto em capítulos resumidos a seguir:

O alcance de um objetivo depende da clareza que se tem do mesmo e como se pretende atingi-lo. Este percurso, acha-se apresentado no Capítulo 2.

A revisão da bibliografia consultada para a elaboração deste trabalho é apresentada no Capítulo 3.

No Capítulo 4 são mostrados os conceitos básicos necessários ao conhecimento do problema. Procurou-se reunir neste item toda a parte teórica pertinente, constante da bibliografia consultada. Assim, são abordados e definidos os conceitos para os temas: Campo da Gravidade, Altitudes, Nivelamento Geométrico e Sistemas de Altitudes.

A metodologia utilizada representa o centro da contribuição deste trabalho. No Capítulo 5, primeiramente é abordada a conceituação genérica sobre a metodologia utilizada no ajustamento de observações, depois sua aplicação ao problema das redes altimétricas e finalmente os procedimentos adotados na confecção de uma ferramenta para viabilizar a solução do ajustamento.

No Capítulo 6 é apresentada a aplicação do modelo a uma rede existente do IBGE<sup>1</sup>, com 1247 pontos, de forma a comprovar sua eficácia.

As conclusões tiradas da utilização deste modelo e da comparação dos resultados obtidos com os do trabalho de Escobar [8] são apresentadas no Capítulo 7.

Em seguida são apresentados nos Apêndices, os relatórios gerados pelo ajustamento apresentado no Capítulo 6, bem como planilhas e cartogramas comparativos entre os resultados.

---

<sup>1</sup> IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

## **2 – OBJETIVOS**

### **2.1 – OBJETIVOS GERAIS**

O objetivo geral do trabalho é o estudo e desenvolvimento de modelos matemáticos e ferramentas para ajustamento das redes altimétricas o que irá permitir uma melhor definição do sistema de altitudes.

O sistema de altitudes estando mais precisamente definido vai fornecer informações mais exatas para a obtenção do modelo representativo do espaço real.

### **2.2 – OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Pode-se definir ainda como objetivos mais específicos do estudo:

- 1) O desenvolvimento de uma metodologia mais precisa que proporcione o ajustamento de redes altimétricas aplicando o conceito do geopotencial.

Assim, a partir dos desníveis observados em uma rede de nivelamento e das respectivas gravidades obtidas em todas as suas estações, é desenvolvida neste trabalho uma metodologia para ajustamento dessa rede através do método dos mínimos quadrados, considerando as suas diferenças de geopotencial, e dessa forma determinar as altitudes com uma aproximação maior da realidade.

Este processo é diferente do que é usualmente feito na prática na Topografia de uma forma geral, em que apenas são considerados os desníveis geométricos medidos e também busca uma maior exatidão do que a obtida em outros modelos já desenvolvidos em que apenas as gravidades em pontos nodais da rede eram considerados.

- 2) A elaboração de um estudo comparativo da utilização do geopotencial considerando-se duas formas de altitudes: a de Helmert e a normal.

Os resultados, obtidos através destes dois conceitos, quando cotejados irão permitir o conhecimento do comportamento das altitudes na região de modo a servir de subsídio a futuros estudos sobre as anomalias da gravidade.

### **2.3 – APLICAÇÕES GERAIS**

Sendo os componentes do território de natureza variada, pretende-se que os trabalhos aqui desenvolvidos produzam reflexos sobre todos os estudos e obras que venham a envolver a altimetria, atendendo às suas características urbanas e rurais e servindo de suporte geral às diversas ações que irão se desenvolver sobre ele, como por exemplo:

- Estudos agrícolas - Terrenos destinados à agricultura mecanizada são indicados para

terrenos planos e estudos para irrigação precisam de conhecimento das encostas e ambos requerem controle altimétrico.

- Estudos hidrológicos - Canalização de rios e estudos de drenagem necessitam da definição das bacias hidrográficas, que dependem do conhecimento da sua altimetria para definir o escoamento das águas. Uma aplicação mais específica seria o estudo das enchentes urbanas.
- Estudos ambientais - No Saneamento as redes de esgoto e estações de tratamento, dependem do conhecimento da altimetria para o projeto de deságue dos rejeitos. Também na verificação de estabilidade e contenção de encostas, se necessitam das altitudes para se obter as declividades do solo e estabelecer as zonas de risco de deslizamentos.
- Projetos de Abastecimento de água: Requerem amplo conhecimento das altitudes para estabelecimento do escoamento das vazões, envolvendo a captação, o tratamento e a distribuição da água às residências e indústrias.
- Estudos de transportes - Projetos de componentes de sistemas de transportes como rodovias, ferrovias, sistemas aquaviários (portos, canais) e aeroviários (aeroportos) necessitam da altimetria nos cálculos de volumes de terraplanagem e requerem um sistema altimétrico bastante amplo, homogêneo e bem distribuído de forma a dar suporte simultâneo às diversas localidades a serem interligadas.
- Geração e distribuição de energia - Estudos de barragens necessitam do conhecimento da altimetria, na determinação da cota de inundação, para cálculo do volume de água e também na delimitação das áreas de desapropriação. Nas redes de transmissão de energia elétrica as altitudes são necessárias para se estabelecer as suas extensões reais e a intervisibilidade das torres. Nos oleodutos e gasodutos se faz necessário o conhecimento da altimetria para proporcionar o correto escoamento dos fluidos.
- Estudos geológicos e geotécnicos - Controle de recalque de obras de arte e construções precisam ter referências altimétricas estabelecidas com segurança em *bench-marks* seguros.
- Planejamentos imobiliários e estudos fundiários - Projetos de assentamentos de famílias, reforma agrária, criação de núcleos habitacionais, que no desenvolvimento das obras de terraplanagem, abastecimento, drenagem e saneamento necessários para sua implantação, exigem apoio altimétrico

- Planejamento do uso e aproveitamento do solo - Ações de desenvolvimento regional como construção de parques, reservas, complexos turísticos e hoteleiros requerem a representação da altimetria local para a determinação de zonas de seu maior potencial, seja de urbanização, agrícola ou turístico.

Em todos os exemplos citados vê-se a importância do conhecimento da altimetria, que precisa ser altamente confiável para se produzir resultados que reproduzam com fidelidade o espaço real.

Pela abrangência de sua utilização se pôde ter uma noção do impacto do estudo do sistema de altitudes sobre as diversas ações sobre qualquer território.

## **2.4 – OBJETO FINAL**

O presente trabalho fornece a descrição de uma metodologia aplicada ao ajustamento de redes altimétricas, bem como os critérios a serem utilizados na análise dos resultados, de forma a permitir sua aplicação a qualquer região.

Foi desenvolvido um programa de computador que faz o ajustamento da rede nos dois processos, utilizando a altitude de Helmert e a normal, o que permite fornecer um relatório dos estudos comparativos entre essas altitudes, com suas conclusões para aplicações a estudos na área da gravimetria.

### 3 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A principal referência para a elaboração deste trabalho foi a tese de doutorado do Professor Íris Pereira Escobar [8]: “Altitude: Conceituação, Realização, Modelamento Matemático e Ajustamento”, Universidade de São Paulo, 1991, que serviu como ponto de partida para o atual estudo.

Nesta obra o problema da altitude é abordado visando o estabelecimento de uma metodologia de ajustamento de uma rede altimétrica, utilizando um modelo baseado nos desníveis, valores de gravidade e altitudes dos pontos que compõem a rede. O ajustamento do modelo é feito pelo método dos mínimos quadrados e as altitudes conhecidas, determinadas a partir de marégrafos, e os valores de gravidades observados não são fixados e são introduzidas através de um modelo secundário com injunções relativas. Dando continuidade ao estudo feito, a partir da análise do modelo utilizado foram feitas alterações de forma a que fosse mais ajustado à realidade e consequentemente mais preciso, conforme é mostrado ao longo do trabalho e cujas diferenças são expostas no Capítulo 7.

Há que se citar também o trabalho anterior do Prof. Íris Escobar [7], sua tese de mestrado: “Injunções Relativas em Ajustamento Gravimétrico”, Universidade Federal do Paraná, 1986, que serviu também de fonte de consulta, principalmente no que tange ao ajustamento de redes.

Dentre as publicações consultadas e que versam sobre o assunto em tela podem ser citadas também as seguintes contribuições:

“Ajustamento da Rede de Nivelamento Geométrico de Alta precisão de Portugal Continental”, de Manuela Vasconcelos e Helena Kol [15], apresentado na III Conferencia Nacional de Cartografia e Geodesia, em Aveiro, 2002. Nesse trabalho, se evidencia a necessidade de utilização dos geopotenciais no cálculo das altitudes e nele foi utilizado um modelo baseado na anomalia Bouguer simples, por não se dispor das gravidades em todos os pontos, chegando-se ao final, a valores ajustados considerados bons, segundo a análise apresentada. Cumpre notar que em Portugal as altitudes são baseadas no critério de Helmert enquanto que em muitos países da Europa são utilizadas as altitudes normais. Como, por resolução da EUREF (European Reference Frame) será adotada em toda a Europa um sistema unificado baseado em altitudes normais, isso acarretará a mudança do sistema também em Portugal. Neste trabalho pode-se notar a ausência de modelo para a compensação de toda a rede que, após ter cada circuito compensado individualmente, teve o erro distribuído proporcionalmente às distâncias, pelas RRNN intermediárias.

“Importância do resgate e análise da série temporal de observações maregráficas no porto de Imbituba – Uma abordagem teórica” de Regiane Dalazoana e outros [6], Universidade Federal do Paraná, 2003. Neste artigo é abordado o problema do monitoramento do nível do mar pelo marégrafo de Imbituba e analisados os seus registros históricos para examinar a verificação de tendências, fornecer subsídios para a determinação da topografia do nível médio dos mares, contribuir para o alcance dos objetivos do Projeto SIRGAS, bem como estudar a possibilidade de se correlacionar esses dados com os provenientes da altimetria por satélites, o que poderia auxiliar em casos de perdas de dados. O estudo em questão faz uma análise dos dados maregráficos, os efeitos envolvidos e suas possíveis consequências, o que pode auxiliar na compreensão das diferenças de altitude encontradas na conexão de diferentes redes verticais e diferentes marégrafos, contribuindo para o aumento da precisão das observações maregráficas na determinação das altitudes das redes altimétricas.

“O uso do GPS nas determinações de altitudes ortométricas”, José Milton Arana [1], UNESP, 2005. Este artigo trata de como a capacidade do GPS de obtenção de alta precisão na altimetria, impôs a necessidade de melhor conhecimento das ondulações geoidais, de modo a compatibilizar a altitude geométrica com a altitude ortométrica. Para isso foram rastreadas diversas RRNN de uma região, com GPS, para se determinar as ondulações geoidais e a partir delas investigou-se a possibilidade de aplicação do GPS na determinação da altitude ortométrica. A sistemática sugerida neste artigo propõe uma integração do sistema GPS ao nivelamento geométrico, o que poderia ser uma alternativa na determinação das altitudes de uma região a partir das redes altimétricas existentes. Essa possibilidade reforça a importância do presente trabalho, de um ajustamento mais preciso das redes, que também poderia contar com a aplicação da tecnologia do GPS na determinação das altitudes ortométricas.

## 4 - CONCEITOS BÁSICOS

### 4.1 – CAMPO DA GRAVIDADE

#### 4.1.1 – A Forma da Terra:

A forma da Terra está definida pela sua superfície física que corresponde ao relevo externo com suas elevações e depressões.

Para caracterizar essa forma, buscou-se definir um referencial que correspondesse o mais aproximadamente possível à superfície média materializada pelo nível do mar. Esse referencial antes de ser uma figura definida apenas geometricamente, está baseado na modelagem do campo da gravidade.

A Geodésia é a ciência que busca determinar a forma e dimensões da Terra e os parâmetros definidores do campo da gravidade. Pode ser dividida em Geodésia Geométrica, Geodésia Física e Geodésia Celeste. A primeira está encarregada da determinação da forma da Terra, através das suas grandezas geométricas. A Geodésia Física trata do estudo do campo da gravidade terrestre e a Celeste envolve o estudo e a utilização dos satélites artificiais nas aplicações geodésicas bem como certas técnicas espaciais conexas [11].

A Geodésia considera três superfícies para a Terra:

- A **superfície física** da Terra, que corresponde ao relevo externo com suas elevações e depressões.
- O **geóide**, que seria a superfície de referência que mais se aproxima do nível médio dos mares, que é uma superfície equipotencial da gravidade.
- O **elipsóide**, modelo geométrico, que corresponde a uma superfície matemática teórica de referência com uma maior aproximação possível do geóide.

No âmbito deste estudo sobre as altitudes, é utilizado o geóide como referencial.

Como a forma e dimensões desta superfície são definidas pela gravidade, torna-se necessário apresentar os demais parâmetros que definem o campo gravitacional terrestre.

#### 4.1.2 – A Gravidade:

A força da gravidade que atua sobre os corpos situados sobre a superfície da Terra é uma decorrência da ação da Lei da Gravitação Universal atuante entre dois corpos, enunciada por Newton e expressa pela fórmula:

$$f_g = G \left( \frac{m_1 m_2}{r^2} \right) \quad (4.1)$$



onde  $f$  - força gravitacional

$m_1$  e  $m_2$  – massas pontuais interativas

$r$  – distância entre os dois corpos

$G$  – coeficiente chamado de **constante de gravitação** =  $6,672 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$

Como a massa da Terra é predominante, pode-se distinguir entre uma massa  $M=m_1$  atraída, e outra  $m=m_2$  atrativa, contínua, formada por várias partículas de um volume total  $v$ , donde vem [8]:

$$\vec{f}_g = -Gm \int_v \frac{dM}{r^2} (\vec{r} / r)$$

(4.2)

$$\text{onde } dM = \rho dv \quad (4.3)$$

e  $\rho$  é a massa específica do corpo.

Também há uma outra força além da gravitacional atuante sobre as massas dos corpos vinculados à Terra, que é a força centrífuga devida à rotação da Terra:

$$f_c = \rho \omega^2 m \quad (4.4)$$

onde  $f_c$  – força centrífuga

$\omega$  - velocidade angular constante do corpo

$\rho$  – raio de rotação em torno de um eixo fixo em relação à Terra.

Pode-se escrever que a resultante das duas forças será:

$$f = f_g + f_c$$

(4.5)

$$\text{ou seja, } \vec{f} = -Gm \int_v \frac{1}{r^2} \left( \frac{\vec{r}}{r} \right) dM + \rho \omega^2 m$$

(4.6)

Na realidade pode-se considerar que a massa  $M$  da Terra produz um efeito no espaço ao seu redor, que é chamado de **campo da gravidade**, e que atua sobre qualquer massa  $m$  situada nesse entorno.

Esse campo, também chamado simplesmente de gravidade  $g$  se constitui da força atuante por unidade de massa, naquele ponto.

$$\vec{g} = -G \int_v \frac{1}{r^2} \left( \frac{\vec{r}}{r} \right) dM + \rho \omega^2$$

(4.7)

O valor da intensidade da gravidade, considerando-se a resultante na mesma direção da força da gravidade é

$$g = -G \int_V \frac{1}{r^2} dM - p\omega^2 \cos \varphi \quad (4.8)$$

onde  $\varphi$  representa a latitude geocêntrica no ponto.

A intensidade da gravidade é expressa no SI em  $m/s^2$  o que corresponde dimensionalmente a uma aceleração. Há também uma unidade específica, o **Gal**, criada em homenagem ao astrônomo Galileu para o sistema CGS:

$$1 \text{ Gal} = 1 \text{ cm/s}^2 = 0,01 \text{ m/s}^2$$

e seus submúltiplos como o  $m\text{Gal} = 0,001 \text{ Gal}$

e o  $\mu\text{Gal} = 0,000001 \text{ Gal}$ .

O valor de  $g$  varia de cerca de 983 Gals nos pólos a cerca de 978 Gals no equador. Considerando-se que a velocidade angular de rotação da Terra é  $\omega = 7,292115 \times 10^{-5} \text{ rd/s}$  vê-se que a componente centrífuga, variando de zero nos pólos a  $0,034 \text{ m/s}^2$  no equador, representa cerca de  $1/288$  do valor da força da gravidade. No entanto, mesmo pequena, esta componente é que é a maior responsável pela variação do valor da gravidade na superfície terrestre, juntamente com a forma elipsóidica da Terra, achatada nos pólos.

#### 4.1.3 – O Potencial da Gravidade:

**4.1.3.1 – Definição:** Uma vez que o campo da gravidade é conservativo, ele possui um potencial escalar  $W(x,y,z)$  de forma que [8]:

$$g = \text{grad}W \quad (4.9)$$

Esse escalar é conhecido como Potencial da Gravidade e se caracteriza pela energia potencial por unidade de massa situada no campo da gravidade. Sua unidade é expressa em  $J/kg$  ou  $m^2/s^2$ .

O potencial da Terra, também chamado de geopotencial é a soma do potencial gravitacional  $W_g$  com o potencial centrífugo  $W_c$

$$W = W_g + W_c \quad (4.10)$$

para

$$W_g = G \int_V \left( \frac{1}{r} \right) dM \quad (4.11)$$

$$W_c = \frac{1}{2} p^2 \omega^2 \quad (4.12)$$

Assim,

$$g = \text{grad}(W_g + W_c) = \text{grad}W_g + \text{grad}W_c \quad (4.13)$$

Para um deslocamento elementar  $ds = (dx, dy, dz)$  em uma direção qualquer, tem-se que o incremento do geopotencial é:

$$dW = \frac{\partial W}{\partial x} dx + \frac{\partial W}{\partial y} dy + \frac{\partial W}{\partial z} dz \quad (4.14)$$

Pela equação (4.13) tem-se que

$$\vec{g} = (g_x, g_y, g_z) = \left( \frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial W}{\partial z} \right) \quad (4.15)$$

$$\text{logo, } dW = g ds \quad (4.16)$$

$$\text{donde: } dW = g ds \cos(g, s) \quad (4.17)$$

$$\text{ou seja } \frac{dW}{ds} = g_s \quad (4.18)$$

onde  $g_s$  é a componente de  $\vec{g}$  segundo a direção do deslocamento  $ds$

**4.1.3.2 - Sentido físico:** Nota-se que se o deslocamento for perpendicular à direção do vetor  $g$ , o incremento será nulo [8]:

$$dW = 0 \quad \text{e} \quad W = \text{constante} \quad (4.19)$$

Esta equação representa uma superfície em relação à qual a gravidade é sempre normal, chamada de superfície equipotencial do campo da gravidade ou geope. Para cada constante tem-se uma superfície de uma família de superfícies que não setocam.

Pelas equações (4.17) e (4.18) pode-se deduzir também que

$$\frac{dW}{ds} = g \cos(\vec{g}, \vec{s}) \quad (4.20)$$

Ou seja, a derivada da função potencial em relação a qualquer direção é igual à componente do campo segundo essa direção. Assim, ao se ter um deslocamento de uma massa segundo a direção da ação da gravidade e em sentido contrário, tem-se que  $\cos(\vec{g}, \vec{s}) = -1$ . Como essa direção corresponde à vertical, esse deslocamento será uma altitude  $H$  e pode-se escrever que :

$$dH = -\frac{dW}{g} \quad (4.21)$$

H é chamado de altitude ortométrica e dW é o incremento infinitesimal de uma superfície para outra.

Pode-se concluir que o deslocamento dH não é constante para cada dW, dependendo da intensidade da gravidade no ponto e assim as superfícies potenciais não são geometricamente paralelas. Vê-se também que um mesmo incremento dW entre duas superfícies, não sofre a interferência da trajetória do deslocamento dH, sendo função apenas dos seus pontos extremos. Logo, o incremento de potencial dW em um circuito fechado é igual a zero.

Pode-se considerar o geóide como um geope, o mais importante, onde os oceanos se acomodariam segundo o potencial constante da gravidade. Há no entanto outros fatores externos como marés, ventos e correntes que interferem sobre o mesmo. Assim pode-se definir o geóide como a superfície equipotencial do campo da gravidade, coincidente com a superfície imperturbável dos oceanos que se prolonga sob os continentes. Dessa forma, a ação da gravidade é normal ao geóide em todos os seus pontos.

Para pontos situados na superfície terrestre ou no seu exterior é válida a equação diferencial generalizada de Laplace [8]:

$$\nabla^2 W = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = 2\omega^2 \quad (4.22)$$

onde  $\nabla^2$  designa o operador laplaciano

No interior da Terra, pode-se utilizar a equação diferencial generalizada de Poisson:

$$\nabla^2 W = -4\pi G\rho + 2\omega^2 \quad (4.23)$$

onde  $\rho$  é a massa específica no ponto

Vê-se que no espaço exterior, onde  $\rho = 0$ , a equação de Poisson iguala-se à de Laplace.

A curvatura média, J, de um geope pode ser definida por

$$J = -\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right) / 2g \quad (4.24)$$

A componente vertical da variação da gravidade corresponde à variação da gravidade em relação à altitude e pode ser considerada como  $-\partial g/\partial H$

Aplicando-se a equação (4.22) em (4.24) tem-se:

$$J = -\left(\nabla^2 W + \frac{\partial g}{\partial H}\right) / 2g \quad (4.25)$$

Ou

$$\frac{\partial g}{\partial H} = -2gJ - \nabla^2 W \quad (4.26)$$

Aplicando-se a equação de Poisson (4.23) vem

$$\frac{\partial g}{\partial H} = -2gJ + 4\pi G\rho - 2\omega^2 \quad (4.27)$$

Que representa a relação entre a componente vertical da gravidade e a curvatura média do geope

**4.1.3.3 – Desenvolvimento em série de harmônicos esféricos:** Considerando-se a componente gravitacional  $W_g$  do potencial, pode-se dizer que [9]:

$$\nabla^2 W_g = 0$$

Esta expressão onde o Laplaciano é igual a zero caracteriza uma função chamada de harmônica.

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = 0 \quad (4.28)$$

Essa propriedade permite que se possa desenvolver a expressão para o cálculo do geopotencial gravitacional em série de harmônicos esféricos para pontos exteriores às massas da Terra. Essa expressão pode ser apresentada em função das coordenadas esféricas  $r, v, \lambda$ , [9]:

$$W_g = -\frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n (J_{nm} \cos m\lambda + K_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(v) \quad (4.29)$$

onde  $r$  – raio vetor do ponto

$a$  – semi-eixo maior do elipsóide adotado

$v$  – colatitude geocêntrica

$\lambda$  - longitude do ponto

$G$  – constante gravitacional

$M$  – massa da Terra

$P_{nm}$  – funções associadas de Légendre

n – grau da função de Légendre

m – ordem da função de Légendre

Os coeficientes  $J_{nm}$  e  $K_{nm}$  dos harmônicos esféricos dessa série, que dependem da distribuição de massas da Terra, ao serem determinados definem não só o geopotencial mas também a sua forma. Uma vez que não há como se obter esses coeficientes analiticamente, eles são obtidos com a ajuda dos satélites geodésicos em órbita que funcionam como sensores da gravidade terrestre.

A análise dos componentes da equação do geopotencial revela uma Terra esferóide e achatada nos pólos, confirmando a forma adotada para a superfície geométrica de referência que é de um elipsóide de revolução, gerado por rotação em torno de seu eixo menor.

#### 4.1.4 – A Gravidade Normal:

Chama-se de **Terra normal** ao elipsóide de revolução cujo eixo menor de rotação coincide com o eixo principal de inércia polar da Terra e cuja massa e velocidade angular são iguais às da Terra.

Este modelo da Terra é o gerador do campo da **gravidade normal** de intensidade representada por  $\gamma$ . O potencial da gravidade da Terra normal é chamado de **esferopotencial**, designado por  $U$ , e as respectivas superfícies equipotenciais denominadas de **esferopes**.

O esferaopotencial  $U$ , assim como para o geopotencial, também é a soma dos potenciais de atração gravitacional  $U_g$  com o potencial centrífugo  $U_c$ , sendo esse último idêntico ao valor considerado para o geopotencial  $W_c$ .

$$U = U_g + U_c \quad (4.30)$$

$$U_c = W_c \quad (4.31)$$

Também pode-se chegar à definição do esferaopotencial através da série de harmônicos esféricos, a partir da equação da série determinada para o geopotencial  $W_g$

Nota-se que dada a simetria do elipsóide, o esferaopotencial  $U_g$  não depende da longitude e nem do sinal da latitude.

A gravidade normal  $\gamma$  depende da distância ao centro de massa da Terra e da latitude  $\varphi$  do ponto considerado. Quando considerada sobre a superfície do elipsóide, é denotada por  $\gamma_0$  e determinada segundo o teorema de Clairaut, pela fórmula de Somigliana a seguir [9]:

$$\gamma_0 = \frac{a\gamma_e \cos^2 \varphi + b\gamma_p \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} \quad (4.32)$$

onde  $\varphi$  - latitude geodésica

$\gamma_e$  - gravidade normal no equador

$\gamma_p$  - gravidade normal nos pólos

$a$  – semi-eixo maior do elipsóide de referência adotado

$b$  – semi-eixo menor do elipsóide de referência adotado

Segundo Gemael [11], para se obter o valor da gravidade em um ponto P de altitude H, se utiliza a expressão abaixo que expressa sua variação com a altitude, calculada a partir da gravidade  $\gamma_0$ :

$$\gamma_P = \gamma_0 \left[ 1 - (1 + \alpha + m - 2\alpha \sin^2 \varphi) \frac{2H}{a} + \frac{3H^2}{a^2} \right] \quad (4.33)$$

onde  $\alpha$  - valor do achatamento do elipsóide de referência adotado:  $\alpha = (a-b)/a$

$m$  – relação entre a força centrífuga no equador e a gravidade normal equatorial

$H$  – altitude geométrica no ponto

O valor de  $m$  pode ser obtido através da expressão iterativa [11]:

$$m = \frac{a\omega^2}{\gamma_e} - \frac{3}{2}m^2 \quad (4.34)$$

onde  $\omega$  - velocidade angular de rotação da Terra (rd/s):  $\omega = 2\pi / (\text{dia sideral médio})$

$\gamma_e$  – valor da gravidade normal no equador ( $\text{m/s}^2$ )

Ou, com aproximação [11],

$$m = \frac{\omega^2 a^3}{GM} \quad (4.35)$$

#### 4.1.5 – Anomalia da Gravidade:

**4.1.5.1 – Definição:** Se se considerar um ponto qualquer P sobre o geóide e um ponto Q como sendo sua projeção situado na normal ao elipsóide de referência (vide Figura 4.1), chama-se de **anomalia da gravidade** ao vetor

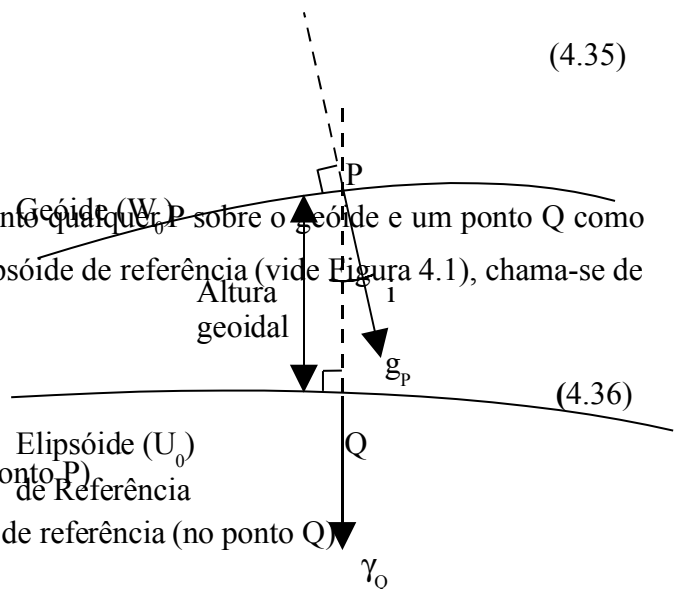
$$\Delta g = g_P - \gamma_Q \quad (4.36)$$

onde  $g_P$  – gravidade real no geóide (no ponto P)  
de Referência

$\gamma_Q$  – gravidade normal no elipsóide de referência (no ponto Q)

O módulo de  $\Delta g$  será  $\Delta g = g_P - \gamma_Q \quad (4.37)$

O ângulo  $i$  formado pelos dois vetores da gravidade é chamado de **desvio da vertical** e a



distância PQ entre o geóide e o elipsóide de referência é chamada de **altura geoidal**.

Figura 4.1 – Altura geoidal e desvio da vertical entre o geóide e o elipsóide

A variação no valor da anomalia depende da altura geoidal e da distribuição de massas no interior da Terra, principalmente na crosta. Dessa forma também se poderia obter a altura geoidal a partir da anomalia da gravidade.

**4.1.5.2 – Anomalia de ar livre:** Uma vez que as determinações da gravidade são feitas sobre a superfície física da Terra, para se obter a anomalia é necessário reduzir a gravidade à superfície do geóide. Isso é obtido através de uma fórmula que correlaciona o valor da gravidade com a altitude (H), chamada de **correção de ar livre** (“free air”)

Como para a gravidade normal ([8], p.15), tem-se:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial H} = -2\gamma_0(1 + m + 2\alpha \cos^2 \varphi) / a$$

(4.38)

Aplicando-se à gravidade e utilizando-se os dados para o elipsóide de referência de 1967 tem-se para a redução de ar livre:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial H} = -0,30856 \text{ mGal/m}$$

(4.39)

$$\text{A gravidade no geóide então fica: } g_0 = g + 0,3086H \quad (4.40)$$

Chama-se de anomalia de ar livre à expressão:

$$\Delta g_a = g - \gamma_0 + 0,3086H \quad (4.41)$$

Para a redução de ar livre a presença de massas entre a altitude no ponto de observação e a superfície do geóide é desprezada. Assim, para compensar esse efeito provocado pelas massas



externas algumas correções devem ser consideradas.

Assim, uma expressão mais geral da anomalia pode ser dada pela expressão

$$\Delta g_a = g - \gamma_0 + 0,3086H + \delta g \quad (4.42)$$

onde  $\delta g$  é uma correção de natureza específica a ser considerada

**4.1.5.3 – Correção do terreno:** Considera-se também mais uma parcela na anomalia, denominada correção do terreno, de forma a reduzir o valor da gravidade em um ponto ao que seria obtido considerando-se a camada de massa plana e uniforme abaixo desse ponto, designada por  $\delta g_t$  [8].

**4.1.5.4 – Anomalia Bouguer:** A anomalia Bouguer é mais uma redução adicionada à anomalia de ar livre para corrigir o efeito de atração dessa camada de massa, representada por um disco homogêneo de raio infinito e altura constante H. A correção do efeito da atração do platô de Bouguer é dada pela expressão:

$$\Delta g_b = -0,0419\rho H \quad (4.43)$$

A anomalia Bouguer, tem seu efeito aproximado a uma calota de mesma espessura e raio de 166,7 km e recebe devido a isso mais um termo, sendo expresso por:

$$\Delta g_b = g - \gamma_0 + 0,3086H - 0,0419\rho H + C + \delta g_t \quad (4.44)$$

#### 4.1.6 - Gravimetria

Em um sistema de altitudes geodésico torna-se necessário o conhecimento do número geopotencial em seus pontos de forma a torná-lo unívoco, o que se constitui na base do sistema. Para isso são necessárias determinações da gravidade em campo, em cada ponto, juntamente com o nivelamento geométrico.

A gravidade pode ser determinada pelo método absoluto, através de leitura instrumental direta, no gravímetro de queda livre ou pode ser também feita de forma relativa, medindo a variação entre pontos com gravímetros diferenciais ou relativos.

Analogamente às redes altimétricas, os levantamentos gravimétricos são conduzidos em linhas formando uma estrutura de rede.

Para a gravimetria é necessária a adoção de um sistema de referência global. O *datum* gravimétrico adotado a partir de 1971, em vez do método anterior que se baseava em apenas um ponto de referência, constitui-se de uma rede internacional com 1854 estações gravimétricas situadas em diversos países, denominada IGSN71 (International Gravity Standardization Net 1971) com valores de gravidade determinados com desvio padrão inferior a 0,1 mGal em 10 medidas absolutas da gravidade em gravímetros de queda livre.

## 4.2 – ALTITUDES

### 4.2.1 – Definição:

A altitude tem por finalidade a definição do posicionamento vertical de qualquer ponto sobre a superfície terrestre.

Para isso ela deve ter a dimensão de um comprimento, estar ligada a um referencial terrestre bem definido e fisicamente acessível e deve ser univocamente definida

Como referencial utiliza-se o geóide, materializado pelo nível médio dos mares, que é uma superfície equipotencial do campo da gravidade.

As superfícies equipotenciais não são geometricamente paralelas entre si e assim, os somatórios dos desníveis (diferenças de nível) medidos entre pontos, pelas operações de nivelamento geométrico, dependem do potencial da gravidade. Portanto, de acordo com o percurso feito em um nivelamento, pode-se chegar a valores diferentes da altitude em um ponto, perdendo-se assim a univocidade necessária.

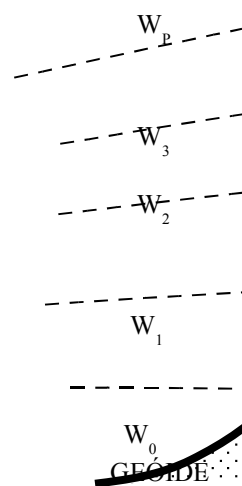


Figura 4.2 – Superfícies equipotenciais

Conforme pode-se ver pela Figura 4.2, os desníveis  $\Delta l$ , medidos a partir dos pontos A e C situados sobre o geóide, somados proporcionarão diferentes altitudes para o mesmo ponto B situado no cume da elevação, pois as superfícies equipotenciais têm espaçamentos diferentes nos dois percursos.

A forma de se definir a altitude de um ponto para que seja unívoca é referindo-a ao campo da gravidade terrestre, considerado invariável no tempo e pode ser descrita pelo geopotencial ( $W$ ) no ponto, tomando-se como *datum* o nível médio dos mares.

De acordo com o visto em (4.20), a diferença de potencial entre 2 superfícies próximas é

$$\Delta W = -g\Delta l \quad (4.45)$$

onde  $\Delta l$  é o desnível observado em campo, no nivelamento geométrico.

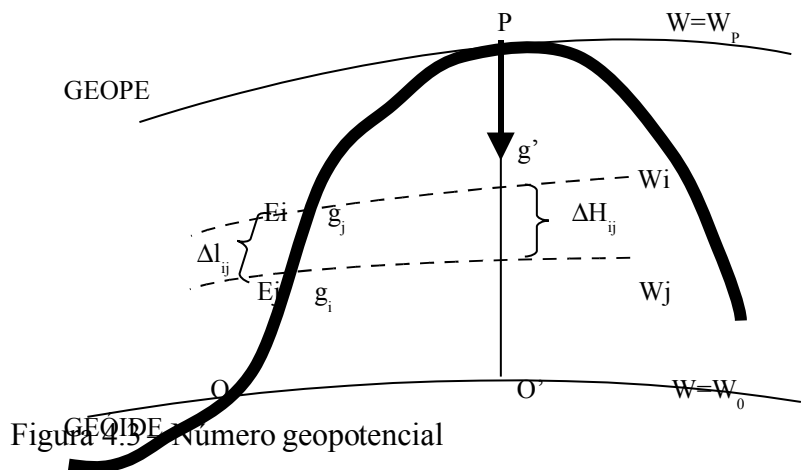
$\Delta W$  representa a diferença de potencial entre dois pontos, que independe do percurso no deslocamento pelo campo da gravidade, sendo função apenas da posição de seus pontos extremos. Assim a diferença de potencial  $\Delta W$  pode ser definida univocamente a partir dos desníveis  $\Delta l$  e dos valores observados da gravidade  $g$ .

#### 4.2.2 – Número Geopotencial:

Chama-se número geopotencial de um ponto P na superfície da Terra ( $C_P$ ) à diferença de potencial da gravidade  $W_0 - W_P$ , negativa, entre este ponto e um ponto O sobre o geóide, conectados por uma linha de nivelamento, conforme mostrado na Figura 4.3.

Pela equação (4.45), pode-se representar o número geopotencial do ponto P, por [8]:

$$C_P = -(W_P - W_O) = \int_O^P g \cdot dl = \int_{O'}^P g' \cdot dh \quad (4.46)$$



A unidade adotada para o número geopotencial pela Associação Internacional de Geodésia é a **unidade geopotencial** (u.g.p), que equivale a:

$$1 \text{ u.g.p} = 1 \text{ kGal.m} = 10 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$$

O número geopotencial, como é uma diferença de potencial, possui as seguintes propriedades:

- Não depende da trajetória da linha de nivelamento do ponto até o nível do mar, sendo portanto univocamente definido para cada ponto

- A integral de C em um circuito fechado é “zero”.
- O número geopotencial é igual para todos os pontos da mesma superfície geopotencial
- É considerado “zero” sobre a superfície do geóide, “positivo” acima dela e “negativo” abaixo dela.
- Pode ser obtido a partir de observações feitas apenas sobre a superfície física da Terra.
- Sua dimensão não é a de um comprimento.

Na realidade,  $g$  e  $l$  não são obtidos como funções contínuas da posição, mas sim de forma discreta para cada trecho ao longo de uma linha de nivelamento. Assim, a integral só pode ser resolvida como um somatório dos valores observados individualmente:

**Assim tem-se,**

$$C_p = \sum_0^p g_{ij} \Delta l_{ij} \quad (4.47)$$

onde  $g_{ij} = \frac{g_i + g_j}{2}$

$g_{ij}$  é o desnível entre duas estações E consecutivas de ordem  $i$  e  $j$  da linha OP

$g_i$  e  $g_j$  são os valores das gravidades observadas nessas estações.

#### 4.2.3 – Altitude Dinâmica:

Como o número geopotencial não corresponde a uma unidade de comprimento, criou-se o conceito de altitude dinâmica  $H_D$  que corresponde à divisão do número geopotencial, em um ponto P, por uma gravidade  $\gamma$  tomada como referência [8].

$$H_{D_p} = \frac{C_p}{\gamma_r} \quad (4.48)$$

onde a gravidade  $\gamma_r$  é a gravidade normal para uma latitude padrão arbitrária  $\phi_r$

Embora tendo a dimensão de um comprimento, a  $H_D$  não tem significado geométrico, e foi criada apenas com o objetivo de converter o número geopotencial em comprimento. O seu significado físico é de um potencial, possuindo as suas mesmas propriedades.

#### 4.2.4 - Altitude Ortométrica:

A altitude ortométrica  $H$  de um ponto é a distância do geóide ao ponto, medida ao longo da linha vertical que passa pelo ponto (Figura 4.4).

#### Figura 4.4 – Altitude ortométrica

Para um ponto qualquer, baseado em (4.21), como o deslocamento é na vertical, pode-se escrever:

$$H_P = -\int_O^P \frac{1}{g} dW = \int_O^P \frac{1}{g} dC \quad (4.49)$$

Aplicando-se a equação (4.46) vem:

$$C_P = \int_{O'}^P g' dh = H \left( \frac{1}{H} \right) \int_{O'}^P g' dh \quad (4.50)$$

Uma vez que

$$g_m = \frac{1}{H} \int_{O'}^P g' dH, \quad (4.51)$$

que é o valor da gravidade média ao longo da vertical entre o geóide e o ponto P, obtém-se:

$$C = g_m H \quad (4.52)$$

Portanto, a partir do número geopotencial C no ponto e conhecendo-se o valor da gravidade média  $g_m$ , pode-se obter o valor da altitude ortométrica:

$$H = \frac{C}{g_m} \quad (4.53)$$

Pode-se escrever a equação (4.51) da seguinte forma:

$$g_m = \frac{1}{H} \int_{O'}^P g(z) dz \quad (4.54)$$

para

$$g(z) = g - \int_z^H \frac{\partial g}{\partial H} dH$$

(4.55)

onde  $g$  é a gravidade observada em P.

$\partial g / \partial H$  representa a variação da gravidade com a altitude no interior da Terra, conforme estabelecida em (4.27) e que aplicada ao campo da gravidade normal, com  $\rho=0$ , vem:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial n} = -2\gamma J_0 - 2\omega^2 \quad (4.56)$$

onde  $n$  representa a normal ao elipsóide e  $J_0$  é a curvatura média da superfície equipotencial do campo da gravidade normal.

Pode-se considerar aproximadamente que  $gJ = \gamma J_0$  e a partir de (4.27) e (4.56) escrever

$$\frac{\partial g}{\partial H} = \frac{\partial \gamma}{\partial n} + 4\pi G \rho \quad (4.57)$$

Considerando-se o valor obtido em 4.39,  $\rho = 2,67 \text{ g/cm}^3$  e  $G = 6,67 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2}$ , vem

$$\theta = \frac{\partial g}{\partial H} = -0,3086 + 0,2238 = -0,0848 \text{ mGal/m}$$

(4.58)

Aplicando-se esse valor em (4.55) vem

$$g(z) = g + 0,0848(H - z) \quad (4.59)$$

O qual, substituindo-se em (4.54) resulta em

$$g_m = g + 0,0424H \quad (4.60)$$

Essa expressão aplicada em (4.53) fornece

$$H = \frac{C}{g + 0,0424H} \quad (4.61)$$

que é a chamada Altitude de Helmert.

Sua obtenção porém considerou a hipótese simplificada de que a massa da Terra externa ao geóide é de espessura constante, homogênea e tem massa específica  $\rho = 2,67 \text{ g/cm}^3$ .

#### 4.2.5 - Altitude Normal:

A altitude normal, estabelecida por Molodensky devido à dificuldade na determinação da gravidade  $g_m$  no interior da crosta, está referida a uma superfície teórica, o elipsóide de referência. Desta forma a gravidade pode seguir um modelo matemático.

$$H_N = \frac{C}{\gamma_m}, \quad (4.62)$$

onde  $\gamma_m$  é a gravidade normal média, na crosta entre o elipsóide e o ponto de altitude normal  $H_N$ , definida por [8]:

$$\gamma_m = \frac{1}{H_N} \int_{O'}^{H_N} \gamma_P dH_N \quad (4.63)$$

Aplicando-se o valor de  $\gamma_P$  apresentado em (4.33), obtém-se

$$\gamma_m = \gamma_0 \left[ 1 - (1 + \alpha + m - 2\alpha \sin^2 \varphi) \frac{H}{a} + \left( \frac{H^2}{a^2} \right) \right] \quad (4.64)$$

Esse valor, substituído em (4.62) e desenvolvido em série de potências de  $C/\gamma_0$ , vem

$$H_N = \left[ 1 + (1 + m + \alpha \cos 2\varphi) \frac{C}{a\gamma_0} + \left( \frac{C}{a\gamma_0} \right)^2 \frac{C}{\gamma_0} \right] \quad (4.65)$$

O significado físico e geométrico da altitude normal não é muito óbvio. A altitude ortométrica é mais intuitiva por estar referida ao campo da gravidade real. No entanto, a altitude normal pode ser definida matematicamente.

Considere-se um ponto P sobre a superfície física da Terra (vide Figura 4.5), com um geopotencial  $W_P$  e um ponto Q na normal do ponto P ao elipsóide, cujo esferopotencial  $U_Q$  seja igual ao mesmo  $W_P$ . O lugar geométrico de todos esses pontos é uma superfície denominada de “teluróide” ([11], p.217). A distância de Q ao elipsóide, sobre a normal, é a altitude normal  $H_N$ . A distância  $\xi$  entre a superfície física e o teluróide chama-se de **anomalia da altitude**.

Como a superfície do elipsóide não está materializada, Molodensky definiu uma superfície auxiliar chamada de “quase-geóide” cujos pontos distam do elipsóide, a mesma distância  $\xi$  entre a superfície física e o teluróide. Assim, pode-se dizer que a altitude normal é a distância entre o ponto na superfície física da Terra e o quase-geóide, medida sobre a normal ao elipsóide.

Figura 4.5 – Altitude normal

Devido às suas características, o quase-geóide tem duas propriedades:

- 1 - O teluróide e, por conseguinte, o quase-geóide, não são superfícies equipotenciais.
- 2 - Na superfície média dos oceanos, o quase-geóide coincide com o geóide.

#### 4.2.6 – *Datum Vertical*

Um *datum* corresponde à origem, à referência inicial para qualquer sistema. No nosso caso o *datum* vertical refere-se à origem local de um sistema de altitudes.

De acordo com o já exposto, o referencial utilizado para as altitudes é a superfície do geóide, ou seja a superfície onde a altitude é nula. Ele é materializado na costa oceânica pelo registro de variações do nível do mar utilizando marégrafos em pontos adequados.

As medições após um período de pelo menos 1 ano fornecem a posição do **nível médio do mar** que é uma aproximação da posição da superfície do geóide. Há, no entanto, uma diferença entre o nível médio e o geóide devido à dinâmica natural dos oceanos e essa diferença é chamada de **topografia da superfície do mar**, podendo chegar a valores de mais de 1 metro.

Há vários fatores que afetam o nível do mar, citando-se principalmente as marés dos oceanos, variações da pressão atmosférica, variações nas correntes oceânicas, influências dos ventos, alterações na massa específica da água decorrentes da temperatura, pressão e salinidade, influências das descargas dos rios, configuração batimétrica local e fusão glacial, dentre outras.

As variações periódicas são eliminadas pela adoção do valor do nível médio, porém, as influências constantes, que não são periódicas, afetam esse valor. A precisão da média obtida é da ordem de 0,01m, com desvios ocasionais de 0,10m em função dos fatores que influenciam a topografia da superfície do mar.

Para se corrigir esses erros, tentaram se utilizar alguns métodos que, porém, não surtiram resultados na determinação da topografia permanente, obtendo-se apenas valores de afastamento instantâneo entre o nível do mar e o geóide. Valores permanentes somente seriam possíveis com observações em longos períodos.

Portanto apesar da definição simples de geóide – superfície equipotencial do campo da gravidade – a obtenção física da posição dessa superfície só pode ser conseguida através da topografia da superfície do mar com as decorrentes diferenças, que podem atingir até 1 metro



entre *data* verticais de diferentes países.

Pelo exposto, vê-se que o *datum* corresponde a um nível médio local. No Brasil o *datum* oficial adotado pelo IBGE é o nível médio obtido no marégrafo de Imbituba, em Santa Catarina, ou seja, o geope que passa pelo zero desse marégrafo e que é a origem à qual estão referidas todas as altitudes.

### 4.3 - O NIVELAMENTO GEOMÉTRICO:

#### 4.3.1 – O Processo:

O nivelamento geométrico é um processo de determinação da diferença de nível, ou simplesmente, desnível, entre dois pontos.

As medições dos desníveis são executadas com um instrumento denominado de **nível** em conjunto com um acessório chamado de **mira**.

O nível se constitui de uma luneta cujo eixo ótico é posicionado horizontalmente e pode girar apenas em torno do eixo vertical, ou seja, é rígido verticalmente. Sua horizontalidade é obtida através de um conjunto de três parafusos calantes e um nível de bolha ou, no caso dos níveis ditos automáticos, como o auxílio de um pêndulo compensador

A mira constitui-se de uma régua vertical graduada, em geral com cerca de 3m a 4m de comprimento, com divisões de 1 cm ou de 0,5cm.

O desnível entre dois pontos é obtido pela diferença entre as medidas das alturas do eixo ótico lidas sobre a mira, posicionada em cada um dos dois pontos, que, de acordo com o sentido do caminhar, são ditos de **ré** e de **vante**, conforme mostrado na Figura 4.6.

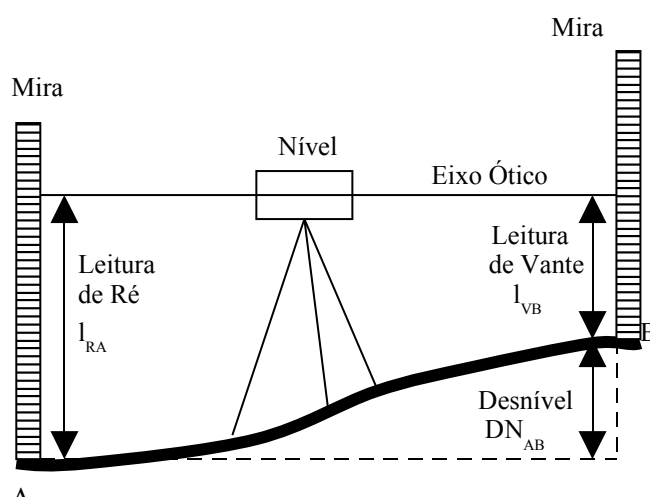


Figura 4.6 - Nivelamento geométrico

Em níveis destinados a nivelamentos de alta precisão, para aumentar a precisão da leitura, utiliza-se uma placa plano-paralela acoplada a um micrômetro, que permite se chegar à

leitura direta de 0,1mm, com estimativa de 0,01mm.

Quando não se consegue efetuar a medição da diferença de nível entre dois pontos por leitura direta com o nível, seja por limitações de distância ou de desnível, o trecho é subdividido em trechos menores pela introdução de pontos auxiliares intermediários (vide Figura 4.7) e é determinada a diferença de nível para cada trecho, de forma que o desnível total seja a soma dos desníveis intermediários.

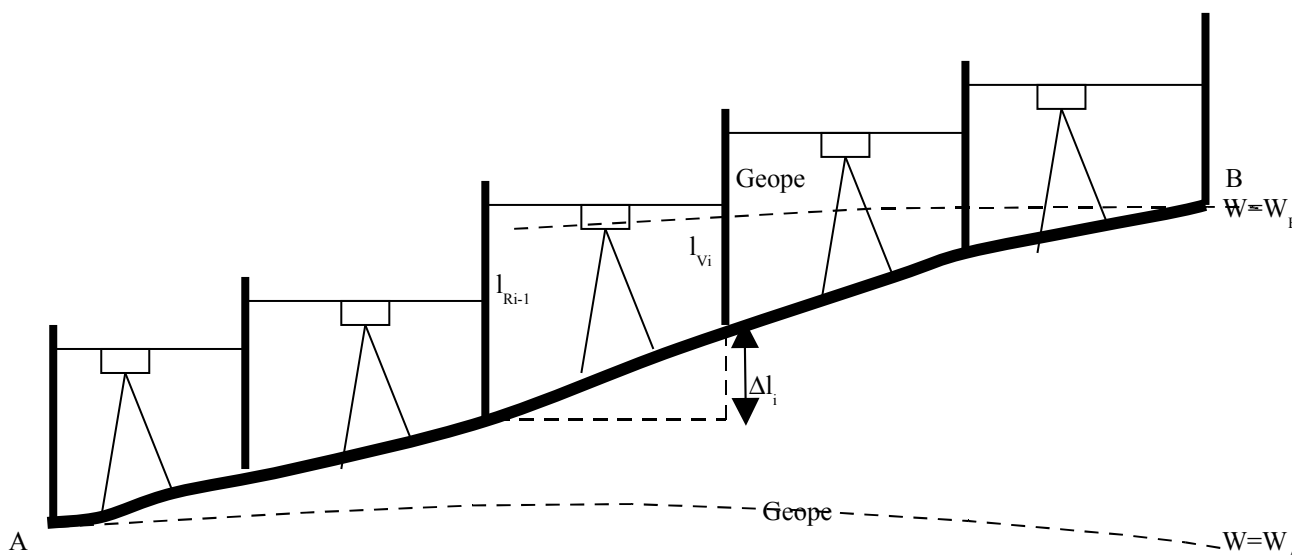


Figura 4.7 – Nivelamento geométrico de uma seção

$$\Delta l_{AB} = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \dots + \Delta l_n = \sum_{i=1}^n \Delta l_i \quad \text{onde} \quad \Delta l_i = l_{R_{i-1}} - l_{V_i}$$

Chama-se de **lance** a cada um dos trechos de medição de desnível consecutivo entre dois pontos e de **seção** ao conjunto de lances consecutivos que permitem determinar o desnível entre os dois pontos considerados. Cada seção ligando duas estações pode compor-se de um ou mais lances.

#### 4.3.2 – Redes Altimétricas:

Os diversos pontos ou estações cujas altitudes se quer determinar em uma região têm seus desníveis determinados através do método de nivelamento geométrico de precisão ou de alta precisão.

Para efeito de controle das medições os pontos são dispostos de forma a compor uma malha denominada de **rede geodésica vertical** ou **rede altimétrica**, como mostrado no exemplo da Figura 4.8.

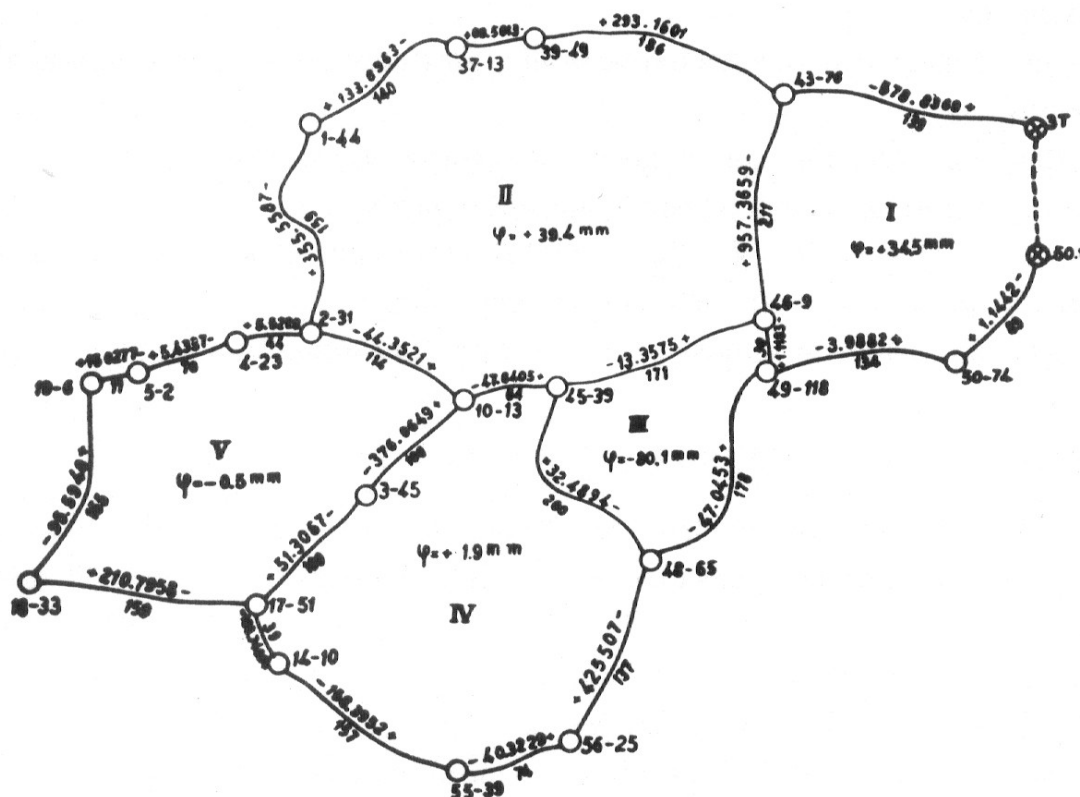


Figura 4.8 - Exemplo de rede altimétrica [13]

As redes altimétricas são constituídas por circuitos fechados, com cerca de 400km de extensão, que são conectados aos marégrafos.

Cada circuito compõe-se de linhas de nivelamento com cerca de 100km de extensão que ligam os pontos nodais da rede.

Por sua vez, cada linha constitui-se por seções com cerca de 3km de extensão, que fazem as ligações entre as estações.

As estações, que vão ter sua altitude determinada, são denominadas de RRNN (referências de nível) e são em geral materializadas no terreno por chapas de bronze cravadas em soleiras ou em marcos de concreto.

Para se chegar às RRNN da rede, as altitudes são transportadas a partir de estações de altitude conhecida, em geral determinadas por marégrafos.

#### 4.3.3- Efeitos Sistemáticos Envolvidos:

As medições dos desníveis pelo nivelamento geométrico, podem ser influenciadas por

diversos fatores que provocam efeitos sistemáticos no seu resultado. Cabe destacar os seguintes:

**4.3.3.1 – Refração atmosférica:** Devido às variações da massa específica da atmosfera por mudanças de temperatura e pressão, as linhas de visada sofrem um desvio que afeta as leituras feitas no nível. Por esse motivo, a operação do nivelamento geométrico além de ter restrições no comprimento das visadas é sempre executada tomando-se o cuidado de posicionar o nível a igual distância dos dois pontos de ré e de vante, de forma a compensar a influência desse erro igualmente pelas duas leituras feitas.

**4.3.3.2 – Colimação do eixo ótico:** Devido a defeitos no instrumento, o eixo ótico de visada pode não estar coincidindo exatamente com a horizontal no ponto, apresentando um erro angular sistemático. Para minimizar esse problema é recomendada a retificação periódica do nível em laboratório.

**4.3.3.3 – Verticalidade da mira:** No posicionamento da mira em cada um dos pontos de ré e vante, o seu eixo pode não estar coincidente com a direção do vetor gravidade. Para se diminuir essa influência costuma-se utilizar um nível esférico de bolha acoplado à mesma, calibrado e retificado periodicamente. Também podem se utilizar escoras laterais para ajudar nessa tarefa.

**4.3.3.4 – Graduação da mira:** Uma vez que a temperatura afeta a graduação da mira, nos nivelamentos de precisão se utilizam miras com a graduação feita em uma fita de ínvar, material com baixo coeficiente de dilatação (cerca de  $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ) e são anotadas as temperaturas no momento da medição para que se possam fazer as devidas correções. A mira pode também ter defeitos de calibração na sua graduação e devido a isso, algumas miras destinadas a nivelamentos de precisão possuem sua graduação com duas escalas, com origens defasadas entre si, de forma a que se possam fazer duas leituras independentes de cada vez.

**4.3.3.5 – Maré terrestre:** Assim como há influência gravitacional da Lua e do Sol sobre a massa dos líquidos existentes sobre a superfície da Terra gerando as marés oceânicas, também eles provocam deformações elásticas da crosta chamadas de marés terrestres.

Pode-se considerar a força de maré dividida em duas componentes, sendo uma vertical e outra horizontal. A componente horizontal afeta a direção do vetor aceleração da gravidade o que provoca um desvio na linha de visada no nivelamento geométrico.

Este efeito depende do instante da observação e do azimuth da linha de visada, sendo maior para as visadas na direção Norte-Sul. Como o efeito de maré é acumulativo, é necessário que seja levado em conta em redes verticais que se desenvolvem por grandes extensões na direção Norte-Sul.

O efeito afeta simultaneamente as visadas de ré e de vante e em um lance isolado não é considerável.

O efeito médio da maré lunar  $e_L$  em uma linha Norte-Sul, para o semi-período orbital da Lua de 14 dias, pode ser obtido pela fórmula ([8], p.41):

$$e_L = 0,042 \sin 2\varphi (3 \cos \delta - 2) \quad (4.66)$$

onde  $e_L$  é dado em mm/km,  $\varphi$  é a latitude média do lance considerado e  $\delta$  é a declinação da Lua no instante da medição.

Supondo-se um nivelamento de uma linha que abrangesse todo o território nacional na direção Norte-Sul, com latitudes indo do paralelo  $0^\circ$  ao  $-30^\circ$  e, considerando-se o valor médio dos resultados obtidos tomando-se a declinação máxima da Lua de  $28^\circ$  e mínima, de  $0^\circ$ , tem-se para o efeito total da maré lunar ([8], p.41):

$$E_L = 223 \int_0^{\pi/6} \sin 2\varphi d\varphi = 55,5 \text{ mm}$$

O efeito da maré solar  $E_S$  é cerca de metade do valor obtido para o lunar, ou seja, de 27,7mm/km. Assim, o efeito médio acumulado dos efeitos das marés solar e lunar  $E_T$ , para uma linha na direção Norte-Sul, de  $0^\circ$  a  $-30^\circ$ , com cerca de 3.000km, é de 83,2mm.

Esse valor corresponde a cerca de  $1,5 \text{ mm} / \sqrt{k}$  (onde  $k$  é o comprimento da linha em km), menor que a precisão esperada no nivelamento geométrico de alta precisão, que, segundo as normas do IBGE, é de  $2 \text{ mm} / \sqrt{k}$ .

Em um lance isolado, com cerca de 100m, não é considerável, pois  $1,5 \times \sqrt{0,1} = 0,5 \text{ mm}$ , e pode ser desprezado.

Seu efeito acumulado em grandes extensões deveria ser considerado, porém, em geral não se dispõe das informações referentes ao instante de cada uma das observações, que permitiriam a sua correção.

#### 4.4 - SISTEMA DE ALTITUDES

De acordo com o que foi visto, um sistema geodésico de altitudes constitui-se por três atividades operacionais:

- 1º) Definição e materialização do *datum* vertical – fixação da origem de referência do sistema, ou seja, da posição do geóide.
- 2º) Nivelamento geométrico – medição em campo dos desníveis entre pontos de um caminhamento.
- 3º) Levantamento gravimétrico – determinação dos valores das gravidades nos diversos pontos do caminhamento do nivelamento, de forma a se obter o número geopotencial em cada ponto.

Dessa forma, com uma origem bem definida e utilizando-se os potenciais da gravidade e não somente desníveis geometricamente medidos, podem-se determinar com precisão as altitudes nos diversos pontos da superfície terrestre, independentemente do percurso adotado.

## **5 – METODOLOGIA**

### **5.1 – AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES**

#### **5.1.1 – Objetivo do Modelo**

O objetivo ao se ajustar um conjunto de observações é o de tentar se obter valores que representem de forma confiável as grandezas medidas. Para isso é necessário o estabelecimento de um modelo matemático de ajustamento dessas observações.

Como as observações se caracterizam pela inevitável presença de erros de medida, oriundos não só de fatores humanos, mas de falhas dos equipamentos, a superabundância de equações e observações deve permitir um ajustamento que conduza a um resultado único tornando as observações coerentes com o modelo matemático adotado.

No caso, a solução única será dada pela adoção do método dos mínimos quadrados.

#### **5.1.2 – Procedimentos para o Ajustamento de Observações:**

Para atingir o objetivo científico almejado foi utilizado um conjunto de procedimentos, organizados em fases listadas a seguir [8]:

- a) Definição das grandezas envolvidas: Quando são definidas as incógnitas a determinar, denominadas de parâmetros e suas respectivas precisões.
- b) Formulação do modelo matemático: Estabelecimento das funções que envolvem os parâmetros às grandezas observáveis
- c) Análise preliminar: Definição das exatidões a serem adotadas para as medições, em função das precisões desejadas para os parâmetros e para o modelo.
- d) Medições e análise das observações: As observações feitas são analisadas para ver se têm a precisão requerida. As medições em geral devem ser superabundantes para permitir comparações e a verificação de erros grosseiros.
- e) Aplicação do modelo: Obtenção dos parâmetros através do ajustamento das observações feitas, utilizando-se o modelo matemático estabelecido.
- f) Análise do modelo e das observações: Análise simultânea para se verificar se o modelo é adequado ao fenômeno observado e introduzir eventuais correções.
- g) Análise dos resultados: Comparação dos resultados obtidos para os parâmetros com valores conhecidos, se houver, verificando-se sua compatibilidade.

#### **5.1.3 – Caracterização do Modelo Matemático:**

O modelo matemático consiste na relação matemática formulada entre grandezas particulares. A seguir são apresentados os casos de caracterização do modelo constituído pela relação funcional entre os parâmetros e as grandezas observadas [8].

**5.1.3.1 – Modelo matemático implícito:** O modelo matemático mais geral é o implícito, que relaciona parâmetros e grandezas observadas, que pode ser expresso da forma:

$$f(x, l) = 0 \quad (5.1)$$

onde  $f \rightarrow$  vetor das funções - de dimensão  $m$  (número de equações)

$x \rightarrow$  vetor dos parâmetros - de dimensão  $u$  (número de parâmetros)

$l \rightarrow$  vetor das grandezas observáveis - de dimensão  $n$  (número de observáveis)

Pode-se dizer que as componentes desse modelo matemático pertencem a três espaços vetoriais: o espaço do modelo, correspondente às funções  $f$ , o espaço dos parâmetros  $x$  e o espaço das observações  $l$ .

O modelo implícito está definido no espaço do modelo, cujas funções podem ser lineares ou não lineares. A equação utilizando uma abordagem matricial para o modelo implícito linear, também chamada de equação do método combinado, pode ser definida como:

$$Ax + Bl + w = 0 \quad (5.2)$$

onde  $A \rightarrow$  matriz dos coeficientes de  $x$  – de dimensões  $(m, u)$

$B \rightarrow$  matriz dos coeficientes de  $l$  – de dimensões  $(m, n)$

$w \rightarrow$  vetor de constantes - de dimensão  $m$

Pode-se também definir o modelo de forma explícita, destacando-se duas formas: explícito em  $x$  e explícito em  $l$ , conforme exposto a seguir.

**5.1.3.2 – Modelo matemático explícito em  $x$ :** O modelo explícito em  $x$  é definido como:

$$x = f(l) \quad (5.3)$$

onde  $f$  é a função explícita.

Este modelo é formulado no espaço dos parâmetros. A equação para o modelo explícito linear é obtida a partir de (5.2), considerando-se a matriz  $A = -I$ , onde  $I$  é a matriz identidade:

$$x = Bl + w \quad (5.4)$$

onde a dimensão de  $w$  é  $u = m$  e a dimensão de  $B$  é  $(u, n)$

No caso mais simples do modelo explícito, em que os parâmetros podem ser



observados, tem-se que  $x = 1$  e assim,  $B = I$  e  $w = 0$ , com dimensões  $u=n=m$ .

No caso de os parâmetros estarem fora do modelo, tem-se:

$$f(1) = 0 \quad (5.5)$$

Neste modelo não há parâmetros, somente observáveis que se relacionam através de equações de condição. Nesse caso, a equação para este modelo linear, também chamado de método dos correlatos, obtém-se fazendo  $A = 0$  em (5.2) e tem-se:

$$B1 + w = 0 \quad (5.6)$$

onde a dimensão de  $B$  é  $(m,n)$ , a dimensão de  $1$  é  $n$  e a dimensão de  $w$  é  $m$

**5.1.3.3 – Modelo matemático explícito em  $1$  :** Nesse caso o modelo é definido como:

$$1 = f(x) \quad (5.7)$$

Este modelo matemático está formulado no espaço das observações. A equação para o modelo explícito linear para este caso, também conhecido como método paramétrico, pode ser obtida a partir de (5.2) fazendo-se  $B = -I$  :

$$1 = Ax + w \quad (5.8)$$

onde a dimensão de  $A$  é  $(m,u)$  e a de  $w$  é  $n=m$ .

Cumprir observar que, dependendo dos valores das dimensões das matrizes  $A$  e  $B$ , o modelo poderá ser indeterminado, indefinido ou univocamente determinado.

#### **5.1.4 – Tipos de Solução para o Modelo Matemático:**

O objetivo na solução do modelo é, em geral, a determinação dos parâmetros  $x$ . Sua precisão fica determinada pela matriz de covariâncias correspondente  $C_x$ .

No caso de modelos lineares, há três tipos de soluções possíveis: única, indeterminada e indefinida, que podem ocorrer de acordo com o número de parâmetros ou incógnitas e de equações, em uma das situações a seguir [8]:

**5.1.4.1 – Número de equações igual ao de incógnitas:** Neste caso, em que  $u=m$ , se a matriz  $A$  for regular (admitir inversa) o modelo tem solução única e a solução a partir de (5.2) é

$$x = -A^{-1}(B1 + w) \quad (5.9)$$

Porém, se  $A$  for singular, não haverá solução única.

**5.1.4.2 – Número de incógnitas maior que o de equações:** Neste caso  $u>m$  e o modelo apresenta soluções indeterminadas com um número infinito de soluções.

**5.1.4.3 – Número de equações maior que o de incógnitas:** Caso em que  $m > u$ , o modelo é superabundante. Nesse caso, a solução do modelo é indefinida. Não há  $x$  que satisfaça o sistema de equações.

#### **5.1.5 – Solução pelo Método dos Mínimos Quadrados:**

O caso visto na seção 5.1.4.3, é muito comum em Geodésia em que há um número grande de observações para reduzir o efeito dos erros acidentais. Esta indefinição é resolvida pelo método dos mínimos quadrados, abordado a seguir [8].

**5.1.5.1 – Definição do método:** Para contornar o problema da indefinição em modelos superabundantes, em que se tem o número de equações maior que o de parâmetros, pode-se modificar o modelo substituindo-se a observável  $l$  pela observação acrescida de um resíduo, assumindo-se dessa forma a existência de um erro:

$$l = l_0 + v \quad (5.10)$$

onde  $l_0 \rightarrow$  vetor das observações - de dimensão  $n$

$v \rightarrow$  vetor de resíduos - de dimensão  $n$

De forma a se ter:

$$f(x, l) = f(x, l_0 + v) = 0 \quad (5.11)$$

Com a modificação do modelo, passa-se a ter mais uma incógnita ( $v$ ) além de  $x$

A melhor solução é obtida com a introdução da condição de mínimos quadrados, fornecida através do mínimo da função, expresso por:

$$\min_{x,v} (v^T C_{l_0}^{-1} v) \quad (5.12)$$

onde  $C_{l_0}$  é a matriz de covariâncias das observações

Como em geral não se conhece a escala da matriz  $C_{l_0}$ , apenas o tamanho relativo de seus elementos, tem-se que estabelecer seu valor em função de uma matriz de pesos  $P$ , inversa da matriz dos elementos de escala arbitrária, multiplicada por um fator de escala

$$P = \sigma_0^2 C_{l_0}^{-1} \quad (5.13)$$

e

$$C_{l_0}^{-1} = \frac{P}{\sigma_0^2} \quad (5.14)$$

onde  $\sigma_0^2$  é um fator de escala, chamado de **variância da observação de peso unitário**, que pode ser arbitrado no início do problema.

Assim, pode-se escrever que a condição de mínimos quadrados será obtida por

$$\min_{\mathbf{x}, \mathbf{v}} (\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}) \quad (5.15)$$

O valor de  $\sigma_0^2$  não interfere na solução do problema, porém, como interfere na estimativa de precisões das observações, deve ser analisado com cuidado e seu valor calculado *a posteriori* deve ser coerente com o adotado inicialmente.

**5.1.5.2 – Formulação do problema:** Na solução da expressão  $\min_{\mathbf{x}, \mathbf{v}} (\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v})$  os parâmetros  $\mathbf{x}$  é que são as incógnitas do sistema e nesse caso adotam-se valores aproximados para eles.

Os modelos são considerados como não lineares, uma vez que representam o caso mais geral. A linearização é obtida através da fórmula de Taylor. Assim, torna-se necessário um valor inicial para os parâmetros:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \mathbf{d} \quad (5.16)$$

onde  $\mathbf{d} \rightarrow$  vetor das diferenças necessárias para corrigir  $\mathbf{x}_0$  e se obter  $\mathbf{x}$  - de dimensão  $u$

Na solução do problema pelo método dos mínimos quadrados também são determinados os valores mais prováveis para as observações, conforme visto em (5.10) e assim a expressão para o modelo é:

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{l}) = f(\mathbf{x}_0 + \mathbf{d}, \mathbf{l}_0 + \mathbf{v}) \quad (5.17)$$

Aplicando-se a série de Taylor, no ponto de concentração  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ ,  $\mathbf{l} = \mathbf{l}_0$ , tem-se

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}, \mathbf{l}) &= f(\mathbf{x}_0 + \mathbf{d}, \mathbf{l}_0 + \mathbf{v}) \\ &= f(\mathbf{x}_0, \mathbf{l}_0) + \frac{\partial f(\mathbf{x}_0, \mathbf{l}_0)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{d} + \frac{\partial f(\mathbf{x}_0, \mathbf{l}_0)}{\partial \mathbf{l}} \mathbf{v} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_0, \mathbf{l}_0)}{\partial \mathbf{x}^2} \mathbf{d}^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_0, \mathbf{l}_0)}{\partial \mathbf{l}^2} \mathbf{v}^2 + \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_0, \mathbf{l}_0)}{\partial \mathbf{x} \partial \mathbf{l}} \mathbf{d} \mathbf{v} + \dots \end{aligned} \quad (5.18)$$

De acordo com a expressão vista em (5.2), e como  $d = x - x_0$  e  $v = l - l_0$ , tem-se

$$Ad + Bv + w = 0 \quad (5.19)$$

$$\text{onde } A = \frac{\partial f}{\partial x} \bigg|_{x=x_0, l=l_0}, \quad B = \frac{\partial f}{\partial l} \bigg|_{x=x_0, l=l_0} \quad \text{e } w = f(x_0, l_0),$$

A equação (5.19) expressa o modelo no espaço principal. As matrizes A e B transformam as grandezas  $d$ , de dimensão u e  $v$ , de dimensão n, para o espaço do modelo principal, de dimensão m. Assim as matrizes A e B têm as dimensões (m,u) e (m,n) respectivamente e os termos desta equação,  $Ad$ ,  $Bv$  e  $w$ , a dimensão m.

Em alguns problemas torna-se necessária a introdução de informações adicionais não contidas no modelo principal, como no caso de se considerarem referenciais externos, por exemplo. Essas informações são inseridas no problema através de um modelo matemático chamado de injuntivo, que pode ser implícito ou explícito e funciona associado ao modelo principal, podendo ser expresso por

$$f'(x, l') = 0 \quad (5.20)$$

onde  $f' \rightarrow$  vetor das funções injuntivas – de dimensão r

$l' \rightarrow$  vetor que representa as novas observações inseridas no problema – de dimensão s

$x \rightarrow$  mesmo vetor de parâmetros do problema principal – de dimensão u

Assim como no modelo principal, o modelo injuntivo também pode ser aproximado por Taylor.

Como

$$l' = l'_0 + v' \quad (5.21)$$

onde  $v' \rightarrow$  vetor de resíduos do modelo injuntivo- de dimensão s, tem-se:

$$f(x, l') = f(x_0 + d, l'_0 + v') \quad (5.22)$$

De acordo com o modelo linear visto em (5.19) tem-se que

$$A'd + B'v' + w' = 0$$

(5.23)

onde  $A'$ ,  $B'$  e  $w'$  são definidos de modo análogo a  $A$ ,  $B$  e  $w$ , para  $f = f'$ ,  $l = l'$  e  $l_0 = l'_0$

A equação (5.23) expressa o modelo no espaço injuntivo, e as matrizes  $A'$  e  $B'$ , transformam as grandezas  $d$  e  $v$  para o espaço do modelo injuntivo de dimensão  $r$ . Portanto as matrizes  $A'$  e  $B'$  têm dimensões  $(r,u)$  e  $(r,s)$  respectivamente e os termos da equação,  $A'd$ ,  $B'v$  e  $w'$  têm a dimensão  $r$ .

**5.1.5.3 – Solução do problema:** O caso mais geral, que é o que será abordado, é o de problema vinculado ou com injunção, apresentando os modelos principal e secundário na forma implícita.

Com o acréscimo do modelo injuntivo, surge mais uma incógnita,  $v'$ , representando os resíduos das observações injuntivas. A solução da condição de mínimos quadrados, expressa em (5.15), passa a ter então a seguinte forma:

$$\min_{d,v,v'} (v^T P v + v'^T P' v')$$

(5.24)

onde  $P'$  é a matriz de pesos para as observações injuntivas

Uma vez que a substituição de  $v$  e  $v'$  a partir das equações (5.19) e (5.23) na equação (5.24) não é possível pois as matrizes  $B$  e  $B'$  não costumam ser regulares, a solução utilizada é a proposta por Lagrange através de um artifício matemático, multiplicando-se os termos das equações por vetores  $k$  e  $k'$ , também chamados de correlatos de Lagrange ou lagrangeanos, chegando-se à expressão:

$$\min_{d,v,v'} [v^T P v + v'^T P' v' - 2k^T (Ad + Bv + w) - 2k'^T (A'd + B'v' + w')] = \min_{d,v,v'} (\phi)$$

(5.25)

onde  $\phi$  representa a chamada “função de variação” e os vetores  $k$  e  $k'$  passam a ser também incógnitas juntamente com  $d$ ,  $v$  e  $v'$ .

A minimização da função  $\phi$  é solucionada através das derivadas de  $\phi$  em relação a  $d$ ,  $v$ ,  $v'$ ,  $k$  e  $k'$  igualando-as a vetores nulos. Resolvendo-se o sistema de equações gerado chega-se às seguintes expressões:

$$v = P^{-1} B^T k \tag{5.26}$$

$$k = -M^{-1} (Ad + w) \tag{5.27}$$

$$\text{onde } M = BP^{-1}B^T \quad (5.28)$$

e

$$v' = P'^{-1} B'^T k' \quad (5.29)$$

$$k' = -M'^{-1} (A'd + w') \quad (5.30)$$

$$\text{onde} \quad M' = B'P'^{-1}B'^T \quad (5.31)$$

Por substituição finalmente chega-se à seguinte expressão, também chamada de sistema de equações normais:

$$Nd + u = 0 \quad (5.32)$$

onde  $N$ , chamada de matriz de coeficientes, e  $u$ , um vetor constante, são definidos conforme abaixo:

$$N = A^T M^{-1} A + A'^T M'^{-1} A' \quad (5.33)$$

$$u = A^T M^{-1} w + A'^T M'^{-1} w' \quad (5.34)$$

Como a derivada segunda de (5.32) é igual a  $N$ , um valor definido positivamente, significa que o extremo encontrado é um mínimo, que é o que se deseja obter.

A solução do sistema por mínimos quadrados fica então

$$d = -N^{-1}u \quad (5.35)$$

São primeiramente determinados os correlatos  $k$  e  $k'$  através das expressões (5.27) e (5.30) respectivamente, em seguida os resíduos  $v$  e  $v'$  pelas expressões (5.26) e (5.29) respectivamente e finalmente os vetores correspondentes aos parâmetros  $x$  pela expressão (5.16) e às observações  $l$  e  $l'$  pelas expressões (5.10) e (5.21) respectivamente.

No caso de não linearidade do modelo a solução é obtida iterativamente até à convergência das grandezas ajustadas. Dessa forma, a  $n$ -ésima iteração corresponde a

$$A_{(n)}(x_{(n+1)} - x_{(n)}) + B_{(n)}(l_{(n+1)} - l_{(n)}) + f(x_{(n)}, l_{(n)}) = 0 \quad (5.36)$$

Como os valores observados são mais confiáveis que os ajustados, deve-se ter o cuidado

de manter os valores observados em todas as iterações. Assim, alteram-se apenas os valores de  $\mathbf{x}_0$ , mantendo-se os valores de  $\mathbf{l}_0$ , testando-se a convergência apenas em  $\mathbf{d}$ .

O resíduo real  $\mathbf{v}$  deve ser tomado sempre como

$$\mathbf{v}_{(n)} = \mathbf{l}_{(n+1)} - \mathbf{l}_{(0)} \quad (5.37)$$

Dessa forma, substituindo-se na expressão (5.36), fica

$$\mathbf{A}_{(n)}\mathbf{d}_n + \mathbf{B}_{(n)}\mathbf{v}_{(n)} + \mathbf{w}_{(n)} = 0 \quad (5.38)$$

para

$$\mathbf{w}_{(n)} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{(n)}, \mathbf{l}_{(n)}) + \mathbf{B}_{(n)}(\mathbf{l}_{(0)} - \mathbf{l}_{(n)}) \quad (5.39)$$

que pode ser resolvida de forma análoga às expressões (5.19) e (5.23).

**5.1.5.4 – Matrizes de covariância:** As matrizes de covariância dos resultados, ou seja correspondentes aos vetores  $\mathbf{w}$ ,  $\mathbf{w}'$ ,  $\mathbf{d}$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{v}'$ ,  $\mathbf{l}$  e  $\mathbf{l}'$ , obtidas pela aplicação da lei de propagação das covariâncias ([8] p.65), são respectivamente:

$$\mathbf{C}_w = \sigma_0^2 \mathbf{M} \quad (5.40)$$

$$\mathbf{C}_{w'} = \sigma_0^2 \mathbf{M}' \quad (5.41)$$

$$\mathbf{C}_x = \mathbf{C}_d = \sigma_0^2 \mathbf{N}^{-1} \quad (5.42)$$

$$\mathbf{C}_v = \sigma_0^2 \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{M}^{-1} [\mathbf{I} - \mathbf{A} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{M}^{-1}] \mathbf{B} \mathbf{P}^{-1} \quad (5.43)$$

$$\mathbf{C}_{v'} = \sigma_0^2 \mathbf{P}'^{-1} \mathbf{B}'^T \mathbf{M}'^{-1} [\mathbf{I} - \mathbf{A}' \mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}'^T \mathbf{M}'^{-1}] \mathbf{B}' \mathbf{P}'^{-1} \quad (5.44)$$

$$\mathbf{C}_l = \sigma_0^2 [\mathbf{P}^{-1} + \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{P}^{-1} - \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{P}^{-1}] \quad (5.45)$$

$$\mathbf{C}_{l'} = \sigma_0^2 [\mathbf{P}'^{-1} + \mathbf{P}'^{-1} \mathbf{B}'^T \mathbf{M}'^{-1} \mathbf{A}' \mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}'^T \mathbf{M}'^{-1} \mathbf{B}' \mathbf{P}'^{-1} - \mathbf{P}'^{-1} \mathbf{B}'^T \mathbf{M}'^{-1} \mathbf{B}' \mathbf{P}'^{-1}] \quad (5.46)$$

Não é necessário o conhecimento prévio de  $\sigma_0^2$  para se obter os valores corretos de  $\mathbf{d}$  e  $\mathbf{v}$ , no entanto para se estimar os valores das matrizes de covariância deve-se antes conhecer seu valor, que pode ser obtido a partir dos resultados:

$$\sigma_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} + \mathbf{v}'^T \mathbf{P}' \mathbf{v}'}{m + r - u}$$

(5.47)

Onde  $m \rightarrow$  número de equações do modelo principal

$r \rightarrow$  número de equações do modelo injuntivo

$u \rightarrow$  número de parâmetros

O termo  $m+r-u = v$ , chamado de redundância, define o número de graus de liberdade

## 5.2 – APLICAÇÃO AO PROBLEMA DAS REDES ALTIMÉTRICAS:

### 5.2.1 – Modelo Matemático Adotado:

A partir dos conceitos expostos anteriormente, o modelo matemático para o ajustamento de redes altimétricas utilizando o conceito do geopotencial é formulado em função de desníveis, valores de gravidade e altitudes, ortométrica e normal, dos pontos que compõem a rede.

Sabendo-se que o campo da gravidade é conservativo, tem-se que o geopotencial é constante para deslocamentos perpendiculares ao vetor gravidade.

Daí, através das expressões para dois pontos da rede altimétrica, pode-se deduzir a equação base do modelo matemático adotado.

De acordo com a equação (4.52) tem-se em um ponto qualquer:

$$C_i = g_{m_i} H_i \quad (5.48)$$

Assim, para dois pontos, tem-se:

$$C_i - C_j = g_{m_i} H_i - g_{m_j} H_j \quad (5.49)$$

Ou, segundo a equação (4.46), tem-se:

$$W_j - W_i = g_{m_i} H_i - g_{m_j} H_j \quad (5.50)$$

Ou ainda,

$$g_{m_i} H_i - g_{m_j} H_j = \Delta W_{ij} \quad (5.51)$$

que é a definição do modelo matemático linear a ser adotado para altitudes ortométricas, onde as altitudes  $H_i$  e  $H_j$ , são os parâmetros a determinar e as gravidades  $g_{m_i}$ ,  $g_{m_j}$  a as diferenças de potencial da gravidade  $\Delta W_{ij}$  são os valores observados.

Para a obtenção das diferenças de potencial, uma vez que não são passíveis de medição direta na natureza, utilizam-se as gravidades e os desníveis medidos, pois, conforme visto na



equação (4.45), em pontos próximos de uma linha de nivelamento pode-se escrever:

$$\Delta W_{ij} = -\frac{g_{mi} + g_{mj}}{2} \Delta l_{ij} \quad (5.52)$$

onde as gravidades  $g_{mi}$  e  $g_{mj}$  e os desníveis  $\Delta l_{ij}$  são os valores efetivamente observados.

As gravidades são consideradas como constantes, o que simplifica a aplicação do modelo.

No modelo adotado no trabalho de Escobar [8] as gravidades tinham sido consideradas como parâmetros e foram obtidas correções da ordem de milésimos de mGal. Concluiu-se que, pela ordem de grandeza das correções, a inclusão das gravidades como parâmetros não influencia os resultados.

Apesar da simplificação conseguida no modelo, isso acarreta dificuldades na identificação de eventuais erros, obrigando a um controle crítico dos dados.

Para os valores da gravidade, deve-se que considerar ainda que na realidade os valores são observados na superfície física e não no interior da crosta, devendo ser corrigidos, e assim, segundo a equação (4.60), tem-se que

$$g_m = g - \frac{\Theta}{2} H \quad (5.53)$$

onde,  $\Theta = \frac{\partial g}{\partial H}$ , segundo (4.58) representa a variação da gravidade com a altitude no interior da crosta, que, para altitudes de Helmert é de  $\Theta = -0,0848$  mGal/m e  $g$  é o valor da gravidade observada na superfície física.

Par a utilização do modelo com altitudes normais, analogamente ao determinado para as altitudes ortométricas em (5.50), tem-se que

$$\Delta W_{ij} = H_i \gamma_{mi} - H_j \gamma_{mj} \quad (5.54)$$

Ou ainda

$$\gamma_{mi} H_i - \gamma_{mj} H_j - \Delta W_{ij} = 0 \quad (5.55)$$

Este é o modelo matemático linear adotado para as altitudes normais, onde as altitudes  $H_i$  e  $H_j$ , são os parâmetros a determinar, os valores observados são as diferenças de potencial  $\Delta W_{ij}$ , obtidas segundo (5.52), e as gravidades normais  $\gamma_i$  e  $\gamma_j$ , podem ser obtidas através da expressão (4.64) em função da latitude geodésica e de acordo ainda com a expressão (4.32) e a expressão iterativa (4.34).

$$\gamma_m = \gamma_0 \left[ 1 - \left( 1 + \alpha + m - 2\alpha \sin^2 \varphi \right) \frac{H}{a} + \left( \frac{H^2}{a^2} \right) \right]$$

$$\text{onde } \gamma_0 = \frac{a\gamma_e \cos^2 \varphi + b\gamma_p \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} \quad \text{e} \quad m = \frac{a\omega^2}{\gamma_e} - \frac{3}{2}m^2$$

As diferenças de potencial são obtidas pela expressão (5.52) em função das gravidades  $g_{mi}$  e  $g_{mj}$  e os desníveis  $\Delta l_{ij}$ .

## 5.2.2 – Solução do Modelo

**5.2.2.1 – Definição da rede altimétrica:** Conforme visto na seção 4.3.2, as redes altimétricas caracterizam-se por uma estrutura formada por linhas de nivelamento que constituem polígonos, que são circuitos fechados, que se ligam em estações denominadas de nós, ou pontos nodais da rede.

Essas linhas, são compostas por várias seções de nivelamento entre as estações ou RRNN, onde também são determinadas as respectivas gravidades. Algumas dessas RRNN têm suas altitudes consideradas como conhecidas, em geral determinadas através de observações maregráficas.

Por sua vez, cada seção é composta por diversos lances de nivelamento, que correspondem às leituras de mira feitas em campo com o nível, à ré e à vante, nos pontos auxiliares que compõem cada seção.

Assim, no exemplo da Figura 5.1 abaixo as ligações entre estações, 1-2, 2-3, 3-4, etc., são consideradas seções, compostas cada uma delas por vários lances. As linhas 1-5, 5-8, 8-23, etc. são linhas internodais e as estações 8 e 16, as que possuem altitudes conhecidas.

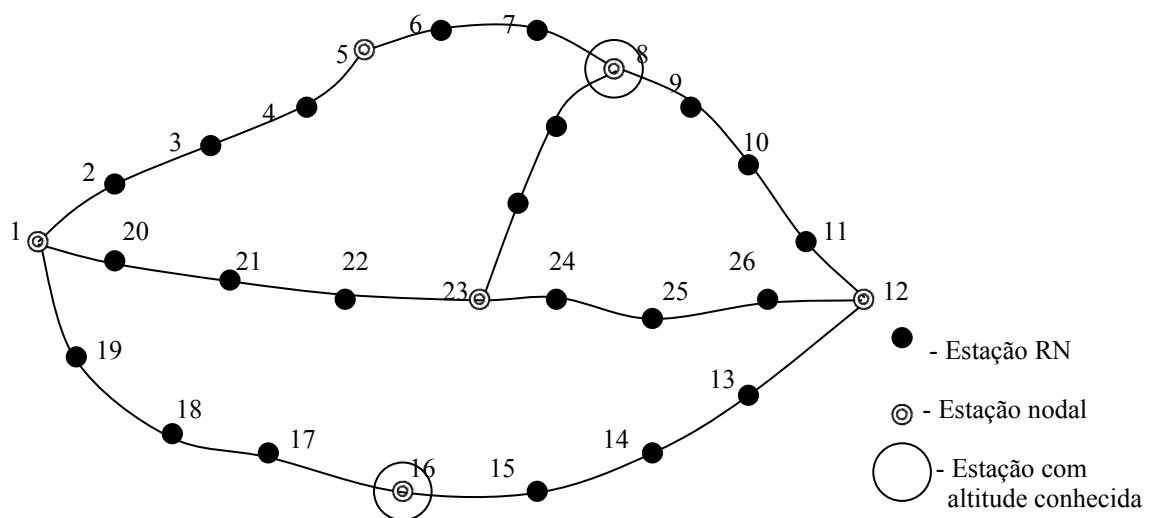


Figura 5.1 – Rede de nivelamento

Para reduzir a complexidade do processamento e o número de equações na solução do sistema, deve ser ajustada primeiramente a rede formada pelas linhas internodais, considerando-se cada linha entre nós como uma ligação única. As altitudes das estações com cotas conhecidas são introduzidas em separado, através de sistema injuntivo.

Posteriormente, utilizando o mesmo modelo, é feito o ajustamento das seções dentro de cada linha, a partir de suas cotas extremas, já ajustadas.

Como este estudo contempla as altitudes ortométricas e as normais, dadas as semelhanças nos modelos adotados para os dois casos, é abordado primeiramente o caso das altitudes ortométricas, fazendo-se depois as devidas alterações para as altitudes normais.

**5.2.2.2 - Ajustamento da rede internodal:** Considerando-se as altitudes ortométricas, utiliza-se o modelo obtido na expressão (5.51), aplicado a dois nós, ligadas por uma linha internodal:

$$g_{m_i}H_i - g_{m_j}H_j - \Delta W_{ij} = 0, \quad (5.56)$$

onde as altitudes  $H$  das estações nodais são os parâmetros (incógnitas) a serem determinados e para os quais os valores preliminares calculados serão ajustados. As gravidades  $g_m$  nos nós são valores considerados como constantes, obtidas por (5.53). As observáveis são consideradas como sendo as diferenças de potencial de gravidade  $\Delta W$  para a linha internodal, obtidas de acordo com (5.52), pela soma dos diversos desníveis medidos  $\Delta l$ , multiplicados pelos respectivos valores das gravidades médias nas seções niveladas.

Assim, supondo-se o número de seções na linha internodal como sendo  $s$ , tem-se:

$$\Delta W_{ij} = \sum_{k=1}^s - \frac{g_{m(k)} + g_{m(k+1)}}{2} \Delta l_{k,k+1} \quad (5.57)$$

Cumprir observar que esta solução para o modelo se constitui em diferença fundamental em relação ao modelo utilizado no trabalho de Escobar [8] em que a diferença de potencial entre os nós era calculada utilizando a soma total dos desníveis das seções multiplicada pela gravidade média entre os nós extremos.

$$\Delta W_{ij} = - \frac{g_{m_i} + g_{m_j}}{2} \sum_{k=1}^s \Delta l_{k,k+1}$$

Isso limitava a extensão das linhas pois com a variação da gravidade em cada local, a gravidade média deixava de representar o valor em toda a linha. Essa imprecisão obrigava à inserção de falsos nós para diminuir o tamanho das linhas e, como essa variação não é linear,

não se podia prever qual a extensão máxima a ser utilizada.

Com o procedimento adotado em (5.57) a diferença de potencial é determinada em cada seção, proporcionando uma representação mais fiel das variações dos potenciais da gravidade.

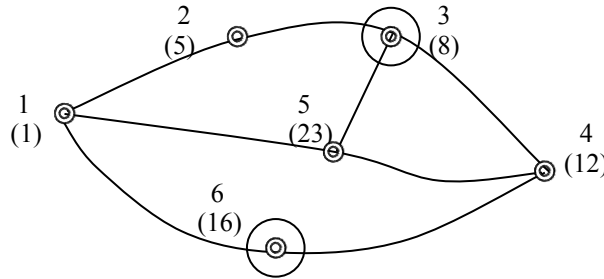


Figura 5.2 – Rede internodal

Para a solução do sistema, tem-se de acordo com a forma expressa em (5.19):

$$Ad + Bv + w = 0 \quad \text{para} \quad d = x - x_0 \text{ e } v = l - l_0,$$

em que o número de equações, correspondente ao número de observáveis (diferenças de potencial das linhas internodais) é  $n$  e o número de parâmetros (altitudes das estações nodais) é  $u$ .

Supondo-se, por exemplo, que na Figura 5.2 se tem a estrutura de ligações entre nós, construída a partir da rede apresentada na Figura 5.1, em que os nós foram renumerados (a numeração original está entre parênteses), pode-se dizer que:

O vetor  $f(x, l)$  de funções do modelo principal, de dimensão  $n$ , é:

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} H_1 g_{m_1} - H_2 g_{m_2} - \Delta W_{12} \\ H_2 g_{m_2} - H_3 g_{m_3} - \Delta W_{23} \\ \dots \\ H_4 g_{m_4} - H_6 g_{m_6} - \Delta W_{46} \end{bmatrix} \quad (5.58)$$

Os vetores  $l_0$ , de observáveis, referente às diferenças de potencial de gravidade, e seu correspondente  $l$  de valores ajustados, ambos de dimensão  $n$ , são:

$$\vec{l}_0 = \begin{bmatrix} l_{0_1} = \Delta W_{0_{12}} \\ l_{0_2} = \Delta W_{0_{23}} \\ \dots \\ l_{0_n} = \Delta W_{0_{46}} \end{bmatrix} \quad (5.59)$$

$$\vec{l} = \begin{bmatrix} l_1 = \Delta W_{12} \\ l_2 = \Delta W_{23} \\ \dots \\ l_n = \Delta W_{46} \end{bmatrix} \quad (5.60)$$

Os vetores  $\mathbf{x}_0$ , de parâmetros, referente às altitudes preliminares, e seu correspondente  $\mathbf{x}$ , de altitudes ajustadas, ambos de dimensão  $u$ , são

$$\vec{x}_0 = \begin{bmatrix} x_{0_1} = H_{0_1} \\ x_{0_2} = H_{0_2} \\ \dots \\ x_{0_u} = H_{0_u} \end{bmatrix} \quad (5.61)$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 = H_1 \\ x_2 = H_2 \\ \dots \\ x_u = H_u \end{bmatrix} \quad (5.62)$$

A matriz  $A = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0}$  de dimensões  $(n,u)$  é:

$$A = \begin{bmatrix} g_{m_1} & -g_{m_2} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & g_{m_2} & -g_{m_3} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & g_{m_4} & \dots & -g_{m_6} \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

A matriz  $B = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{l}} \bigg|_{\mathbf{l}=\mathbf{l}_0}$ , de dimensões  $(n,n)$  é igual à matriz identidade, com sinal negativo:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix} = -I \quad (5.64)$$

O vetor  $\mathbf{w} = f(\mathbf{x}_0, \mathbf{l}_0)$  de constantes, de dimensão  $n$ , é:

$$\vec{W} = \begin{bmatrix} W_1 : H_{0_1} g_{m_1} - H_{0_2} g_{m_2} - \Delta W_{0_{12}} \\ W_2 : H_{0_2} g_{m_2} - H_{0_3} g_{m_3} - \Delta W_{0_{23}} \\ \dots \\ W_n : H_{0_4} g_{m_4} - H_{0_6} g_{m_6} - \Delta W_{0_{46}} \end{bmatrix} \quad (5.65)$$

Para o sistema injuntivo tem-se que, de acordo com (5.23),

$$A'd + B'v' + w' = 0 \quad \text{para } d = x - x_0 \text{ e } v' = l' - l'_0.$$

O vetor de funções  $f'(x, l')$ , de dimensão  $r$ , correspondente apenas às estações que tiveram suas altitudes  $H_C$  conhecidas, que, supondo-se no exemplo dado sejam os nós 3 e 6, fica:

$$\vec{f}' = \begin{bmatrix} H_3 - H_{C_3} \\ \dots \\ H_6 - H_{C_6} \end{bmatrix} \quad (5.66)$$

Os vetores de parâmetros  $x_0$  e  $x$  são os mesmos que os do modelo principal.

O vetor de observáveis  $l'_0$  representa as altitudes conhecidas existentes no sistema e assim como seu correspondente  $l'$ , de altitudes conhecidas ajustadas, tem também dimensão  $r$ :

$$l'_0 = \begin{bmatrix} l'_{0_1} = H_{C_{0_3}} \\ \dots \\ l'_{0_r} = H_{C_{0_6}} \end{bmatrix} \quad (5.67)$$

$$l' = \begin{bmatrix} l'_1 = H_{C_3} \\ \dots \\ l'_r = H_{C_6} \end{bmatrix} \quad (5.68)$$

A matriz  $A' = \frac{\partial \vec{f}'}{\partial X} \bigg|_{\substack{X=x_0 \\ l'=l'_0}}$ , de dimensões  $(r,u)$  fica:

$$A' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

(5.69)

A matriz  $B' = \frac{\partial f'}{\partial l'} \bigg|_{x=x_0, l'=l'_0}$  de dimensões (rr) é igual à matriz identidade, com sinal negativo:

$$B' = \begin{bmatrix} -1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & -1 \end{bmatrix} = -I$$

(5.70)

O vetor de constantes  $w'$  é nulo, pois no caso estão sendo considerados como parâmetros os próprios valores das altitudes das estações de altitude conhecida:

$$w' = f'(x_0, l'_0) = 0$$

(5.71)

Para a solução do sistema pelo método dos mínimos quadrados, tem-se:

Segundo (5.28),  $M = BP^{-1}B^T$ , mas, como visto em (5.64),  $B = -I$ , vem

$$M = P^{-1} \quad (5.72)$$

onde  $P$  é a matriz de pesos para as diferenças de potencial:

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{\Delta W_{12}}^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_{\Delta W_{23}}^2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_{\Delta W_{46}}^2} \end{bmatrix}, \quad (5.73)$$

que é uma matriz diagonal, de elementos iguais a  $\frac{1}{\sigma_{\Delta W_{ij}}^2}$ , de dimensões (n,n).

De acordo com (5.31) tem-se que  $M' = B'P'^{-1}B'^T$ , mas, como em (5.70),  $B' = -I$ , vem

$$\mathbf{M}' = \mathbf{P}'^{-1} \quad (5.74)$$

onde  $\mathbf{P}'$  é a matriz de pesos para as altitudes conhecidas, que é uma matriz diagonal, de

elementos iguais a  $\frac{1}{\sigma_{\Delta W_{Ci}}^2}$ , de dimensões (tr):

$$\mathbf{P}' = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{H_{C3}}^2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_{H_{C6}}^2} \end{bmatrix} \quad (5.75)$$

Segundo (5.33),  $\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A} + \mathbf{A}'^T \mathbf{M}'^{-1} \mathbf{A}'$ , mas, como obtido em (5.72),  $\mathbf{M} = \mathbf{P}^{-1}$  e em (5.74)  $\mathbf{M}' = \mathbf{P}'^{-1}$  vem

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}'^T \mathbf{P}' \mathbf{A}' \quad (5.76)$$

A parcela  $\mathbf{A}'^T \mathbf{P}' \mathbf{A}'$  da expressão (5.76), para facilitar o cálculo das operações matriciais, pode ser considerada como sendo uma matriz diagonal de dimensões (u,u) contendo nos elementos da diagonal principal o peso referente à altitude conhecida, nas linhas (colunas) correspondentes às estações de altitude conhecida.

De acordo com (5.34),  $\mathbf{u} = \mathbf{A}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{w} + \mathbf{A}'^T \mathbf{M}'^{-1} \mathbf{w}'$ , porém, como visto em (5.72),  $\mathbf{M} = \mathbf{P}^{-1}$  e em (5.718),  $\mathbf{w}' = 0$ , vem

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{w} \quad (5.77)$$

De acordo com (5.35) tem-se que

$$\mathbf{d} = -\mathbf{N}^{-1} \mathbf{u}$$

Segundo (5.26),  $\mathbf{v} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{k}$ , mas, como em (5.27),  $\mathbf{k} = -\mathbf{M}^{-1} (\mathbf{A} \mathbf{d} + \mathbf{w})$  e obtido em (5.64),  $\mathbf{B} = -\mathbf{I}$  e (5.72),  $\mathbf{M} = \mathbf{P}^{-1}$ , substituindo vem

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \mathbf{d} + \mathbf{w} \quad (5.78)$$

De acordo com (5.29),  $\mathbf{v}' = \mathbf{P}'^{-1} \mathbf{B}'^T \mathbf{k}'$ , mas, como em (5.30),  $\mathbf{k}' = -\mathbf{M}'^{-1} (\mathbf{A}' \mathbf{d} + \mathbf{w}')$  e obtido em (5.70),  $\mathbf{B}' = -\mathbf{I}$ , em (5.74),  $\mathbf{M}' = \mathbf{P}'^{-1}$  e em (5.71),  $\mathbf{w}' = 0$ , substituindo vem



$$v' = A'd \quad (5.79)$$

Para a obtenção das altitudes corrigidas, tem-se que segundo (5.16),  $x = x_0 + d$

Para a obtenção das diferenças de potencial corrigidas, tem-se de acordo com (5.10)

$$l = l_0 + v$$

Para a obtenção das altitudes conhecidas corrigidas, segundo (5.21), tem-se  $l' = l'_0 + v'$ , cujos valores devem ser iguais aos obtidos em  $x$  para essas mesmas estações, no modelo principal.

**5.2.2.3– Variâncias das observações:** Os pesos adotados nos ajustamentos, uma vez que são inversamente proporcionais às variâncias das observações, são obtidas a partir dos valores fornecidos das variâncias para as observações feitas.

5.2.2.3.1 - Variância das altitudes: Uma vez que são conhecidos os desvios padrão das altitudes conhecidas  $\sigma_{H_i}$ , as variâncias correspondentes são

$$\sigma_{H_i}^2 = (\sigma_{H_i})^2 \quad (5.80)$$

5.2.2.3.2 - Variância dos desníveis: A variância de cada desnível medido é considerada como sendo proporcional à extensão da seção nivelada, ou seja, é a variância para a distância unitária  $\sigma_1^2$  vezes a extensão  $S_{ij}$  da seção.

A variância da distância unitária, em geral adotada como de 1 km, pode ser obtida através do desvio padrão  $\sigma_1$  fornecido para o nivelamento executado, adotado em função dos equipamentos e métodos empregados nas medições.

Assim, por exemplo, considerando-se o desvio padrão  $\sigma_1$  da distância unitária do nivelamento, como  $\pm 0,004\text{m}$ , o desvio padrão para o desnível do trecho nivelado é de:  $\sigma_{\Delta} = \pm 0,004\text{m}\sqrt{S}$  onde  $S$  representa a extensão do trecho em km.

Como a variância para a distância unitária é

$$\sigma_1^2 = (\sigma_1)^2 \quad (5.81)$$

A variância para os desníveis fica:

$$\sigma_{\Delta_{ij}}^2 = \sigma_1^2 S_{ij} \quad (5.82)$$

5.2.2.3.3 - Variância da diferença de potencial da gravidade: A variância para cada seção, com desnível observado, é estabelecida pela lei de propagação das covariâncias [10], a partir da expressão da diferença de potencial da gravidade vista em (4.45):

$$\Delta W = -g_m \Delta l$$

Em que  $g_m$  representa o valor da gravidade média no trecho considerado, considerado como uma constante, e  $\Delta l$  refere-se aos valores dos desníveis em cada seção, cujas respectivas variâncias  $\sigma_{\Delta l_{ij}}^2$  foram determinadas de acordo com (5.82).

Assim, a matriz de covariância  $\Sigma_y$  é obtida por:

$$\Sigma_y = G \Sigma_x G^T \quad (5.83)$$

Como esta é uma função do tipo  $y = ax$  tem-se  $G=a$ , ou, aplicando ao nosso caso,  $G = -g_m$  e  $\Sigma_x = \sigma_{\Delta l}^2$

Portanto,  $\Sigma_y = (-g_m) \sigma_{\Delta l}^2 (-g_m) = g_m^2 \sigma_{\Delta l}^2$ , e

$$\sigma_{\Delta W_{ij}}^2 = g_m^2 \sigma_{\Delta l_{ij}}^2 \quad (5.84)$$

Para se obter a variância da diferença de potencial total de cada linha internodal, considera-se que a diferença de potencial da linha é a soma das diferenças de potencial das seções da linha:

$$\Delta W_T = \Delta W_{12} + \Delta W_{23} + \dots \quad (5.85)$$

Como são variáveis aleatórias independentes, pode-se dizer que a variância da diferença de potencial total da linha é a soma das variâncias de cada seção:

$$\sigma_{\Delta W_T}^2 = \sigma_{\Delta W_{12}}^2 + \sigma_{\Delta W_{23}}^2 + \dots \quad (5.86)$$

**5.2.2.4 - Matrizes de covariância para a rede internodal:** Uma vez feito o ajustamento, deve-se determinar as matrizes de covariância dos resultados ajustados, para os parâmetros e as observáveis, conforme apresentado a seguir

5.2.2.4.1 - Variância da observação de peso unitário: O valor de  $\sigma_0^2$  *a posteriori*, ou seja, após o ajustamento, pode ser obtido através de (5.47):

$$\sigma_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} + \mathbf{v}'^T \mathbf{P}' \mathbf{v}'}{m + r - u}$$

O valor encontrado deve estar próximo de 1. Esse resultado é influenciado pela avaliação inicial da qualidade das observações, que se traduz na escolha dos pesos adotados para as mesmas, e pode ser otimizado por tentativas.

5.2.2.4.2 - Matriz de covariância das incógnitas ajustadas (H): De acordo com (5.42)

$$\mathbf{C}_x = \sigma_0^2 \mathbf{N}^{-1}$$

Os desvios padrão das altitudes ( $\sigma_H$ ) obtêm-se a partir das respectivas variâncias que correspondem aos elementos da diagonal principal da matriz  $\mathbf{C}_x$ .

5.2.2.4.3 - Matriz de covariância das observações ajustadas ( $\Delta W$ ): É obtida a partir de (5.45)

$$\mathbf{C}_1 = \sigma_0^2 [\mathbf{P}^{-1} + \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{P}^{-1} - \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{P}^{-1}],$$

Mas, como visto em (5.64),  $\mathbf{B} = -\mathbf{I}$ , e em (5.72),  $\mathbf{M} = \mathbf{P}^{-1}$ , vem

$$\mathbf{C}_1 = \sigma_0^2 (\mathbf{A} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}^T) \quad (5.87)$$

Os desvios padrão das diferenças de potencial total da linha ( $\sigma_{\Delta w}$ ) obtêm-se a partir das respectivas variâncias que correspondem aos elementos da diagonal principal da matriz  $\mathbf{C}_1$

5.2.2.4.4 - Matriz de covariância das observações das altitudes conhecidas ( $H_C$ ) ajustadas, do modelo injuntivo: É obtida a partir de (5.46):

$$\mathbf{C}_{1'} = \sigma_0^2 [\mathbf{P}'^{-1} + \mathbf{P}'^{-1} \mathbf{B}'^T \mathbf{M}'^{-1} \mathbf{A}' \mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}'^T \mathbf{M}'^{-1} \mathbf{B}' \mathbf{P}'^{-1} - \mathbf{P}'^{-1} \mathbf{B}'^T \mathbf{M}'^{-1} \mathbf{B}' \mathbf{P}'^{-1}], \quad \text{mas,}$$

como visto em (5.70),  $\mathbf{B}' = -\mathbf{I}$ , e em (5.74),  $\mathbf{M}' = \mathbf{P}'^{-1}$ , vem

$$\mathbf{C}_{1'} = \sigma_0^2 (\mathbf{A}' \mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}'^T) \quad (5.88)$$

Os desvios padrão das observações injuntivas ajustadas, ou seja, das altitudes conhecidas ajustadas ( $\sigma_{H_C}$ ), obtêm-se a partir das respectivas variâncias que correspondem aos elementos da diagonal principal da matriz  $\mathbf{C}_{1'}$ .

Essas variâncias devem ser iguais às obtidas para as altitudes ajustadas dessas mesmas estações quando consideradas no modelo principal.

**5.2.2.5 – Ajustamento das seções intercaladas:** Uma vez determinados os valores ajustados para a rede internodal, ou seja, as altitudes ajustadas dos nós, faz-se necessário determinar as altitudes das RRNN intercaladas nas seções que compõem cada linha internodal.

O mesmo modelo apresentado na expressão(5.56), utilizado para a rede internodal, deve ser adotado neste caso, para cada duas estações consecutivas da seção:

$$g_{m_i}H_i - g_{m_{i+1}}H_{i+1} - \Delta W_{i,i+1} = 0 \quad (5.89)$$

onde as altitudes das estações da seção são os parâmetros a serem determinados, cujos valores preliminares devem ser ajustados. As gravidades  $g_m$  obtidas segundo (5.53) em cada RN são valores considerados como constantes. As observáveis são consideradas como sendo as diferenças de potencial de gravidade  $\Delta W$  para a linha internodal, obtidas de acordo com (5.52):

$$\Delta W_{i,i+1} = -\frac{g_{m_i} + g_{m_{i+1}}}{2} \Delta l_{i,i+1} \quad (5.90)$$

Para a solução, tem-se de acordo com a forma expressa em (5.19):

$$Ad + Bv + w = 0 \quad \text{para} \quad d = x - x_0 \quad \text{e} \quad v = l - l_0$$

em que o número de equações é igual ao número de observáveis (diferenças de potencial) na seção  $s$  e o número de parâmetros (altitudes) é  $s-1$ .

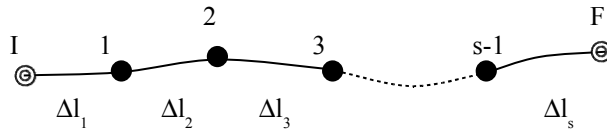


Figura 5.3 – Seções em uma linha internodal

Supondo-se como exemplo uma linha ligando dois nós, I e F, como a representada na Figura 5.3, tem-se que:

O vetor  $f(x, l)$  de funções do modelo principal, de dimensão  $s$ , é:

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} H_1 g_{m_1} - H_1 g_{m_1} - \Delta W_{11} \\ H_1 g_{m_1} - H_2 g_{m_2} - \Delta W_{12} \\ \dots \\ H_{s-1} g_{m_{s-1}} - H_F g_{m_F} - \Delta W_{s-1,F} \end{bmatrix} \quad (5.91)$$

Os vetores  $l_0$ , de observáveis, referente às diferenças de potencial de gravidade, e seu correspondente  $l$  de valores ajustados, ambos de dimensão  $s$ , são:

$$\vec{l}_0 = \begin{bmatrix} l_{0_1} = \Delta W_{0_{12}} \\ l_{0_2} = \Delta W_{0_{23}} \\ \dots \\ l_{0_s} = \Delta W_{0_{s,s+1}} \end{bmatrix} \quad (5.92)$$

$$\vec{l} = \begin{bmatrix} l_1 = \Delta W_{12} \\ l_2 = \Delta W_{23} \\ \dots \\ l_s = \Delta W_{s,s+1} \end{bmatrix} \quad (5.93)$$

Os vetores  $\vec{x}_0$ , de parâmetros, referente às altitudes preliminares, e seu correspondente  $\vec{x}$ , de altitudes ajustadas, ambos de dimensão s-1, são

$$\vec{x}_0 = \begin{bmatrix} x_{0_1} = H_{0_1} \\ x_{0_2} = H_{0_2} \\ \dots \\ x_{0_{s-1}} = H_{0_{s-1}} \end{bmatrix} \quad (5.94)$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 = H_1 \\ x_2 = H_2 \\ \dots \\ x_{s-1} = H_{s-1} \end{bmatrix} \quad (5.95)$$

A matriz  $A = \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{x}} \bigg|_{\substack{\vec{x} = \vec{x}_0 \\ l = l_0}}$  de dimensões (s,s-1) é:

$$A = \begin{bmatrix} -g_{m_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ g_{m_1} & -g_{m_2} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & g_{m_{s-2}} & -g_{m_{s-1}} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & g_{m_{s-1}} \end{bmatrix} \quad (5.96)$$

A matriz  $B = \frac{\partial \vec{f}}{\partial l} \bigg|_{\substack{\vec{x} = \vec{x}_0 \\ l = l_0}}$ , de dimensões (s,s) é igual à matriz identidade, com sinal

negativo:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix} = -I$$

(5.97)

o vetor  $w = f(x_0, l_0)$  de constantes, de dimensão  $s$ , fica:

$$\vec{w} = \begin{bmatrix} w_1 = H_{0_1} g_{m_1} - H_{0_1} g_{m_1} - \Delta W_{0_{11}} \\ w_2 = H_{0_1} g_{m_1} - H_{0_2} g_{m_2} - \Delta W_{0_{12}} \\ \dots \\ w_s = H_{0_{s-1}} g_{m_{s-1}} - H_{0_F} g_{m_F} - \Delta W_{0_{s-1,F}} \end{bmatrix} \quad (5.98)$$

Uma vez que as estações extremas da linha já têm suas altitudes ajustadas determinadas pelo ajustamento da rede internodal, não é necessária a utilização de um sistema injuntivo. Essas altitudes (dos extremos) são consideradas como constantes.

Para a aplicação do método dos mínimos quadrados ao sistema, chega-se a uma solução análoga à obtida para a rede internodal:

Segundo (5.28),  $M = BP^{-1}B^T$ , mas, como visto em (5.97),  $B = -I'$ , vem

$$M = P^{-1} \quad (5.99)$$

onde  $\mathbf{P}$  é a matriz de pesos para as diferenças de potencial, correspondente a uma

matriz diagonal, de elementos iguais a  $\frac{1}{\sigma_{\Delta W_{i,i+1}}^2}$ , de dimensões  $(s,s)$

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{\Delta W_{11}}^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_{\Delta W_{12}}^2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_{\Delta W_{s-1,F}}^2} \end{bmatrix}$$

(5.100)

Segundo (5.33),  $N = A^T M^{-1} A + A'^T M'^{-1} A'$ , mas, como obtido em (5.99),  $M = P^{-1}$  e como não há sistema injuntivo, vem

$$N = A^T P A \quad (5.101)$$

De acordo com (5.34),  $u = A^T M^{-1} w + A'^T M'^{-1} w'$ , porém, como visto em (5.99),  $M = P^{-1}$  e como não há sistema injuntivo, vem

$$u = A^T P w \quad (5.102)$$

De acordo com (5.35) tem-se que

$$d = -N^{-1}u$$

Segundo (5.26),  $v = P^{-1} B^T k$ , mas, como em (5.27),  $k = -M^{-1}(Ad + w)$  e obtido em (5.97),  $B = -I$  e (5.99),  $M = P^{-1}$ , substituindo vem

$$v = Ad + w \quad (5.103)$$

Para a obtenção das altitudes corrigidas das estações intercaladas, tem-se que segundo (5.16),  $x = x_0 + d$

Para a obtenção das diferenças de potencial corrigidas, tem-se de acordo com (5.10)

$$l = l_0 + v$$

Chamando-se de  $c$  ao vetor de correções dos desníveis das seções, tem-se que essas correções são obtidas a partir das correções das diferenças de potencial  $v$  obtidas em (5.103) e utilizando (5.90), vem:

$$c_i = - \frac{V_i}{\frac{g_{m_i} + g_{m_{i+1}}}{2}} \quad (5.104)$$

Assim, o desníveis corrigidos  $\Delta l_{A_{i,i+1}}$ , são:

$$\Delta l_{A_{i,i+1}} = \Delta l_{i,i+1} + c_i \quad (5.105)$$

**5.2.2.6 - Matrizes de covariância para as seções intercaladas:** Uma vez feito o ajustamento da linha deve-se determinar as matrizes de covariância dos resultados ajustados, para os parâmetros e as observáveis, conforme apresentado a seguir.

5.2.2.6.1 - Variância da observação de peso unitário: O valor de  $\sigma_0^2$  *a posteriori*, ou seja, após o ajustamento, pode ser obtido através de (5.47):

$$\sigma_0^2 = \frac{v^T P v + v'^T P' v'}{m + r - u}$$

Porém, como não há sistema injuntivo, fica:

$$\sigma_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{m - u} \quad (5.106)$$

Os valores de  $\sigma_0^2$  encontrados para cada linha podem apresentar divergências entre si e também em relação à unidade. Isso se deve ao fato de que está sendo utilizado para o ajustamento das seções intercaladas o mesmo padrão de peso unitário  $\sigma_1$  adotado para o ajustamento de toda a rede internodal. Cada linha pode ter um desvio padrão unitário diferente, o que implica em se obter um valor diferente de  $\sigma_0^2$  *a posteriori* para cada linha.

Essa variação não interfere nas matrizes de covariância, apesar do valor de  $\sigma_0^2$  depender dos pesos adotados, pois a alteração de peso também afeta a matriz  $\mathbf{N}$ , compensando a mudança em  $\sigma_0^2$ .

5.2.2.6.2 - Matriz de covariância das altitudes ajustadas (H) das estações intercaladas: De acordo com (5.42) tem-se

$$\mathbf{C}_x = \sigma_0^2 \mathbf{N}^{-1} \quad (5.107)$$

Como os valores das altitudes nodais extremas foram considerados constantes neste ajustamento e não sofreram correções, o que introduziria ambigüidades na rede, a matriz de covariâncias determinada por (5.107) ficaria calculada em função apenas dos desníveis, sem influência das variâncias das altitudes ajustadas na primeira etapa. Devido a isso, é necessário acrescentar na estimativa das variâncias das altitudes das estações intercaladas, uma parcela referente à propagação das variâncias das altitudes nodais ajustadas.

Para isso considere-se uma linha internodal, como a mostrada na Figura 5.4, cujos extremos são os nós I e F, com diversas estações intercaladas. Tome-se uma estação intercalada genérica de ordem i, considerando-se que ela tenha ligações apenas com os nós extremos.

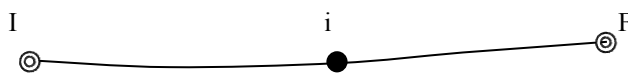


Figura 5.4 – Ligação entre uma estação genérica intercalada e os nós extremos

Aplicando-se a equação do modelo (5.89), tem-se o seguinte sistema com duas equações:

$$\begin{cases} g_{m_i} H_I - g_{m_i} H_i - \Delta W_{I,i} = 0 \\ g_{m_F} H_F - g_{m_i} H_i - \Delta W_{F,i} = 0 \end{cases} \quad (5.108)$$

(5.109)

Neste sistema as incógnitas são as altitudes  $H_i$  e as observações são as diferenças de



potencial  $\Delta W$ . Aplicando-se a solução pelo método dos mínimos quadrados, vem:

$$A = \begin{bmatrix} -g_{m_i} \\ -g_{m_i} \end{bmatrix}; \quad (5.110)$$

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \quad (5.111)$$

$$P = \begin{bmatrix} P_I & 0 \\ 0 & P_F \end{bmatrix} \quad (5.112)$$

onde  $P_I$  e  $P_F$  são os pesos das diferenças de potencial  $\Delta W_{I,i}$  e  $\Delta W_{F,i}$  respectivamente:

$$P_I = \frac{1}{\sum_{k=1}^i \hat{\sigma}_{\Delta W_k}^2} ; \quad P_F = \frac{1}{\sum_{k=i+1}^s \hat{\sigma}_{\Delta W_k}^2} \quad (5.113)$$

onde por sua vez  $\hat{\sigma}_{\Delta W}$  são as variâncias das diferenças de potencial ajustadas, obtidas a partir da matriz  $C_l$ , a ser abordada na seção 5.2.2.6.3 adiante.

$$\vec{w} = \begin{bmatrix} g_{m_I} H_I - g_{m_i} H_{0i} - \Delta W_{0I,i} \\ g_{m_F} H_F - g_{m_i} H_{0i} - \Delta W_{0F,i} \end{bmatrix} \quad (5.114)$$

$$N = A^T P A = [g_{m_i}^2 P_I + g_{m_i}^2 P_F] \quad (5.115)$$

$$u = A^T P w = [-g_{m_i} P_I (g_{m_I} H_I - g_{m_i} H_{0i} - \Delta W_{0I,i}) - g_{m_i} P_F (g_{m_F} H_F - g_{m_i} H_{0i} - \Delta W_{0F,i})] \quad (5.116)$$

A correção da altitude é:

$$d_i = -N^{-1}u = \frac{1}{g_{m_i} (P_I + P_F)} [(g_{m_I} H_I - g_{m_i} H_{0i} - \Delta W_{0I,i}) P_I + (g_{m_F} H_F - g_{m_i} H_{0i} - \Delta W_{0F,i}) P_F] \quad (5.117)$$

Como  $H_i = H_{0i} + d_i$  e  $H_{0i}$  é constante, as variâncias das altitudes são iguais às variâncias das correções  $d_i$ , ou seja:  $\sigma_{H_i}^2 = \sigma_{d_i}^2$ .

Baseado nisso pode-se dizer que  $H_i$  é função das mesmas variáveis que constam na expressão de  $d_i$ , ou seja

$$H_i = f(H_I, H_F, \Delta W_{I,i}, \Delta W_{F,i}) \quad (5.118)$$

Pode-se ainda separar as variáveis da expressão de  $H_i$  em dois vetores  $y$  e  $z$ .

$$\vec{y} = \begin{bmatrix} H_I \\ H_F \end{bmatrix} \quad e \quad (5.119)$$

$$z = [\Delta W_{I,i} \quad \Delta W_{F,i}] \quad (5.120)$$

O vetor  $y$  se compõe das grandezas ajustadas na rede internodal e o vetor  $z$  das grandezas observadas dentro dalinha e pode-se dizer que

$$H_i = f(y, z) \quad (5.121)$$

Considerando-se  $y$  e  $z$  como independentes estatisticamente, e aplicando-se a lei de propagação das covariâncias, pode-se escrever que:

$$\sigma_{H_i}^2 = \left( \frac{\partial H_i}{\partial y} \right) C_y \left( \frac{\partial H_i}{\partial y} \right)^T + \left( \frac{\partial H_i}{\partial z} \right) C_z \left( \frac{\partial H_i}{\partial z} \right)^T \quad (5.122)$$

Nesta expressão, o segundo termo corresponde ao termo de ordem  $i$  da diagonal da principal da matriz de covariâncias das diferenças de potencial ajustadas  $C_l$ , uma vez que são funções das mesmas variáveis. Essa matriz está determinada na seção 5.2.2.6.3.

O primeiro termo, que está chamado de  $\sigma_y^2$ , representa a contribuição da propagação das variâncias das grandezas ajustadas na rede nodal, que é o elemento procurado:

$$\sigma_y^2 = \left( \frac{\partial H_i}{\partial y} \right) C_y \left( \frac{\partial H_i}{\partial y} \right)^T \quad (5.123)$$

onde

$$\left( \frac{\partial H_i}{\partial y} \right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial H_i}{\partial H_I} & \frac{\partial H_i}{\partial H_F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{g_{m_I} P_I}{g_{m_I} (P_I + P_F)} & \frac{g_{m_F} P_F}{g_{m_I} (P_I + P_F)} \end{bmatrix} \quad (5.124)$$

e  $C_y$  é a matriz de covariâncias dos elementos do vetor  $y$ , ou seja correspondente às altitudes ajustadas dos nós I e F, que pode ser extraída da matriz de covariâncias  $C_x$  do ajustamento da rede internodal, vista na seção 5.2.2.4.2

$$C_y = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_I^2 & \hat{\sigma}_{IF} \\ \hat{\sigma}_{FI} & \hat{\sigma}_F^2 \end{bmatrix} \quad (5.125)$$

O valor encontrado para  $\sigma_y^2$ , em (5.123) deve ser adicionado ao elemento de ordem  $i$  da diagonal principal da matriz de covariâncias das altitudes intercaladas ajustadas  $C_x$ , obtida em

(5.107) que assim fica corrigida.

Os desvios padrão das altitudes ( $\sigma_H$ ) obtêm-se a partir das respectivas variâncias que correspondem aos elementos da diagonal principal da matriz  $C_x$  corrigida.

5.2.2.6.3 - Matriz de covariância das observações ajustadas ( $\Delta W$ ): A matriz referente às diferenças de potencial das seções será obtida a partir de (5.45):

$$C_1 = \sigma_0^2 [P^{-1} + P^{-1}B^T M^{-1} A N^{-1} A^T M^{-1} B P^{-1} - P^{-1}B^T M^{-1} B P^{-1}],$$

Mas, como visto em (5.64),  $B = -I$ , e em (5.72),  $M = P^{-1}$ , vem

$$C_1 = \sigma_0^2 (A N^{-1} A^T) \quad (5.126)$$

Os desvios padrão das diferenças de potencial das seções ( $\sigma_{\Delta W}$ ) obtêm-se a partir das respectivas variâncias que correspondem aos elementos da diagonal principal da matriz  $C_1$ .

5.2.2.6.4 – Variâncias dos desníveis ajustados ( $\Delta l$ ): As variâncias dos desníveis das seções são obtidos a partir das variâncias das diferenças de potencial e a partir de (5.84) pode-se escrever:

$$\sigma_{\Delta l_{ij}}^2 = \frac{\sigma_{\Delta W_{ij}}^2}{g_m^2} \quad (5.127)$$

Os desvios padrão dos desníveis ( $\sigma_{\Delta l_{ij}}$ ) são obtidos a partir das respectivas variâncias calculadas em (5.127).

Os desvios padrão das distâncias unitárias são obtidos a partir de (5.82):

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{\Delta l_{ij}}}{\sqrt{S_{ij}}} \quad (5.128)$$

Os valores obtidos de  $\sigma_1$  devem estar coerentes com aquele adotado inicialmente nos pesos, caso contrário pode ser necessário um acerto neste valor inicial, de forma a que esteja mais de acordo com as precisões reais das observações dos desníveis.

**5.2.2.7 – Cálculo do ajustamento para altitudes normais:** O ajustamento utilizando altitudes normais se processa de modo análogo ao visto para as altitudes ortométricas, onde se substitui a gravidade observada pela gravidade normal, calculada na estação considerada.

Assim, para o ajustamento da rede internodal, utiliza-se o modelo visto em (5.56) onde se substituem as gravidades observadas pelas normais, chegando-se à expressão já apresentada em (5.55):

$$\gamma_{m_i} H_i - \gamma_{m_j} H_j - \Delta W_{ij} = 0$$

Os valores de  $\gamma_{m_i}$  e  $\gamma_{m_j}$  são determinados pela expressão (4.64) e os de  $\Delta W_{ij}$ , da mesma forma que para as altitudes ortométricas, segundo (5.57).

A solução do sistema e o restante do ajustamento se desenvolve da mesma forma que o visto na seção 5.2.2.2.

As matrizes de covariância e os desvios padrão também são obtidas do mesmo modo que o visto em 5.2.2.4.

Para o ajustamento das seções intercaladas, utiliza-se o modelo apresentado em (5.89), com a substituição das gravidades observadas pelas normais:

$$\gamma_{m_i} H_i - \gamma_{m_{i+1}} H_{i+1} - \Delta W_{i,i+1} = 0$$

(5.129)

Os valores de  $\gamma_{m_i}$  e  $\gamma_{m_{i+1}}$  são determinados pela expressão (4.64) e os de  $\Delta W_{i,i+1}$ , da mesma forma que para as altitudes ortométricas, segundo (5.90).

A solução do sistema e o restante do ajustamento se desenvolve da mesma forma que o visto na seção 5.2.2.5.

As matrizes de covariância e os desvios padrão também são obtidas do mesmo modo que o visto em 5.2.2.6.

## 5.3 – PROCEDIMENTOS ADOTADOS

### 5.3.1 – Ferramenta Utilizada

A ferramenta utilizada na solução do ajustamento, está implementada na linguagem de programação FORTRAN 90.

A escolha dessa linguagem deve-se principalmente à precisão garantida nos resultados, em que são utilizados números reais de ponto flutuante, em dupla precisão. Também pesam na sua escolha a simplicidade de programação, por ser uma linguagem de alto nível e o fato de já ter sido utilizada no trabalho elaborado pelo Prof. Íris Escobar [8], pois assim fica facilitada a orientação do trabalho e o seu acompanhamento.

A linguagem FORTRAN 90 utilizada é uma evolução da antiga linguagem FORTRAN IV e o ambiente de programação mantém a possibilidade de compatibilidade com as antigas versões. No entanto, o código fonte está todo escrito procurando tirar vantagem dessa nova versão que conta com novas funções e comandos e permite entre outras coisas a programação estruturada.

A fim de garantir a simplicidade e facilidade de operação, os arquivos de dados de

entrada e os arquivos de resultados, acham-se todos no padrão texto (ASCII<sup>2</sup>) que pode ser gerado e editado por qualquer processador de texto simples, sem formatação (padrão MS-DOS<sup>3</sup>).

### 5.3.2 - O Programa Desenvolvido:

Em linhas gerais, o programa permite o ajustamento do sistema e a obtenção das altitudes ajustadas, através da leitura de arquivos de dados em formato de texto, contendo os elementos necessários ao ajustamento e processa esses dados fazendo primeiramente o ajustamento da rede internodal e depois das seções intercaladas nas linhas internodais. Ao término do processamento emite relatórios de resultados, na forma também de arquivo de texto.

O programa está dividido em quatro etapas, que são apresentadas a seguir:

Na primeira parte o programa lê os arquivos de parâmetros e os de dados de entrada.

Após a leitura dos dados, são exibidos os números de seções e de estações que compõem toda a rede.

Em seguida é exibida uma mensagem identificando o tipo de gravidade que está sendo utilizada, observada ou normal, que define o tipo de altitude fornecida.

Para o cálculo das altitudes ortométricas, a partir das gravidades observadas, é utilizado o valor de  $\theta = -0,0848 \text{ mGal/m}$ , obtendo-se portanto altitudes de Helmert.

Na segunda parte, o programa organiza e prepara o sistema internodal, pela identificação das estações que são nós e as que têm altitude conhecida e em seguida monta as linhas internodais com suas respectivas seções, calculando as diferenças de potencial de cada seção e a total, de cada linha internodal.

Nessa etapa o programa faz também uma análise crítica das ligações da rede para evitar ambigüidades, como por exemplo a ocorrência de seções entre estações que não constam no arquivo de gravidades e altitudes, ou o caso de linhas que se cruzam em uma estação que não foi considerada inicialmente como nó, o que geraria duas altitudes para a mesma estação.

Após essa etapa são listados os números encontrados de estações nodais, estações de altitude conhecida e de linhas internodais. Em seguida são gerados os arquivos com os relatórios de dados das estações nodais e dos desníveis internodais.

Na terceira parte, é feito o ajustamento da rede internodal, pelo método dos mínimos

---

<sup>2</sup> ASCII é o acrônimo para *American Standard Code for Information Interchange* – código padrão americano para intercâmbio de informações.

<sup>3</sup> MS-DOS é o acrônimo para *Microsoft Disk Operating System* – sistema operacional de disco da Microsoft.

quadrados, para obtenção das altitudes ajustadas das estações nodais. Após esse cálculo é exibido o valor obtido para a variância da observação de peso unitário  $\sigma_0^2$  e é gerado um arquivo contendo o relatório das altitudes ajustadas.

Com os valores das altitudes e das diferenças de potencial ajustadas é feita uma verificação, introduzindo-os na equação do modelo (5.56):

$$g_{m_i}H_i - g_{m_j}H_j - \Delta W_{ij} = 0$$

Os resultados, que devem ser o mais próximo de zero, são apresentados em um arquivo contendo o relatório de verificação do cálculo da rede internodal, a fim de que se possa controlar se os cálculos se encontram dentro da precisão esperada.

Na quarta parte é feito o ajustamento das seções intercaladas nas linhas internodais, pelo método dos mínimos quadrados, obtendo-se as altitudes ajustadas das estações intercaladas e os desníveis corrigidos das seções. Após o término do cálculo, é gerado um arquivo contendo o relatório das altitudes ajustadas e dos desníveis corrigidos.

Com os valores ajustados das altitudes e das diferenças de potencial é feita uma verificação, pela introdução desses valores na equação do modelo (5.89):

$$g_{m_i}H_i - g_{m_{i+1}}H_{i+1} - \Delta W_{i,i+1} = 0$$

Os resultados, que devem ser o mais próximo de zero, são apresentados em um arquivo contendo o relatório de verificação do cálculo das seções intercaladas, para que se possa controlar a precisão dos cálculos.

O processamento se encerra com a mensagem 'SISTEMA AJUSTADO'.

Para identificar e separar os arquivos de resultados calculados considerando-se a gravidade observada  $g$  ou a gravidade normal  $\gamma$ , de acordo com o valor da opção informada no arquivo de parâmetros, é colocado um prefixo no nome dos arquivos. Assim, os arquivos correspondentes ao cálculo com a gravidade observada têm em seu nome o prefixo 'G\_' e os com a gravidade normal, o prefixo 'N\_'.

### 5.3.3 – Dados de Entrada:

**5.3.3.1 – Definição dos arquivos:** Os dados de entrada do programa devem estar em três arquivos gerados no padrão texto (ASCII), quais sejam: arquivo de parâmetros, arquivos de desníveis das seções e arquivo de altitudes e gravidades das estações (RRNN).

Procurou-se em todos os arquivos de entrada permitir a inclusão de comentários entre as linhas de dados de forma a facilitar o exame e a organização do arquivo. Assim, nos arquivos de entrada de dados, todas as linhas iniciadas pelos caracteres ';' ou '!' e as linhas em branco, são

consideradas como comentários e desprezadas pelo programa.

Com exceção do arquivo de parâmetros que contém apenas um dado por linha, nos demais a leitura dos dados nos arquivos se dá por colunas fixas, de larguras pré-definidas.

A seguir acham-se apresentadas as descrições da padronização desses arquivos:

**5.3.3.2 - Arquivo de parâmetros do programa:** Neste arquivo procurou-se definir parâmetros internos do programa ou parâmetros de cálculo de forma a aumentar sua flexibilidade. Os seguintes dados fazem parte do arquivo de parâmetros, cada um disposto em uma linha, na sequência abaixo:

- a) Permitir listagem de comentários – Um ‘flag’ para permitir ou não a listagem na tela das linhas de comentários existentes nos arquivos de dados. Pode ser 0 (não permite) ou 1 (permite).
- b) Desvio padrão do nivelamento – Valor a ser adotado para o desvio padrão da distância unitária do nivelamento  $\sigma_1$ , em  $m/\sqrt{km}$ .
- c) Tipo de gravidade – Permite alterar a opção de cálculo do ajuste, utilizando as gravidades observadas, ou gravidades normais. Pode ser 0 (observada) ou 1 (normal).
- d) Parâmetros do elipsóide – Devem ser fornecidos os seguintes dados do elipsóide adotado para os cálculos:

Semi-eixo maior (a)

- Inverso do achatamento ( $1/\alpha$ )
- Gravidade normal no equador ( $\gamma_E$ )
- Gravidade normal no polo ( $\gamma_P$ )

Dia sideral médio (em s)

- e) Nomes dos arquivos de entrada de dados:

Arquivo de desníveis das seções

Arquivo de altitudes e gravidades das estações

- f) Nomes dos arquivos de saída de dados:

Relatório de elementos das estações nodais

Relatório de elementos dos desníveis internodais

Relatório das altitudes ajustadas das estações nodais

Relatório das altitudes ajustadas das estações intercaladas

Relatório das altitudes ajustadas de todas as estações

Relatório de verificação do cálculo da rede internodal

**5.3.3.3 - Arquivo de desníveis das seções:** Esse arquivo deve conter os elementos de todas as seções, para todas as linhas da rede.

Acha-se apresentada na Tabela 5.1, a estrutura de cada linha do arquivo, para os 63 primeiros caracteres, listada na ordem de ocorrência, da esquerda para a direita.

Tabela 5.1 – Estrutura da linha do arquivo de desníveis das seções

Código FORMAT	Tipo de caractere	Descrição
4X	4 espaços	
A1	1 caract alfanum	Reservado – não utilizado
A6	6 caract alfanum	Nome da estação origem
I4	Inteiro 4 dígitos	Latitude da estação origem - graus
1X	1 espaço	
I2	Inteiro 2 dígitos	Latitude da estação origem - minutos
5X	5 espaços	
A6	6 caract alfanum	Nome da estação destino
I4	Inteiro 4 dígitos	Latitude da estação destino - graus
1X	1 espaço	
I2	Inteiro 2 dígitos	Latitude da estação destino - minutos
F11.4	Real 11 dígitos 4 dec	Desnível da seção (m)
F8.2	Real 8 dígitos 2 dec	Extensão da seção (km)
F8.2	Real 8 dígitos 2 dec	Reservado – não utilizado

Os demais caracteres existentes na linha não são considerados.

A previsão máxima para a extensão de uma linha é de 200 caracteres.

Exemplo de linha do arquivo, onde o símbolo ‘ ’ representa um espaço em branco:

F P1001 -28.55 P1002 -28.55 -12.0888 5.22 -1.00

**5.3.3.4 - Arquivo de altitudes e gravidades das estações:** Esse arquivo deve conter os elementos de todas as estações (RRNN) da rede.

Acha-se apresentada, na Tabela 5.2 a estrutura de cada linha do arquivo, para os 64 primeiros caracteres, listada na ordem de ocorrência, da esquerda para a direita.

Tabela 5.2 – Estrutura da linha do arquivo de altitudes e gravidades

Código FORMAT	Tipo de caractere	Descrição
A1	1 caract alfanum	Código de identificação da estação
A6	6 caract alfanum	Nome da estação
1X	1 espaço	
F11.2	Real 11 dígitos 2 dec	Gravidade na estação (mGal)
1X	1 espaço	
F6.2	Real 6 dígitos 2 dec	Desvio padrão da gravidade (mGal)
1X	1 espaço	
F10.4	Real 10 dígitos 4 dec	Altitude na estação (m)
F5.2	Real 5 dígitos 2 dec	Desvio padrão da altitude (m)



1X	1 espaço	
F10.5	Real 10 dígitos 5 dec	Latitude da estação (graus decimais)
1X	1 espaço	
F10.5	Real 10 dígitos 5 dec	Longitude da estação (graus decimais)

Os demais caracteres existentes na linha não são considerados.

A previsão máxima para a extensão de uma linha é de 300 caracteres.

Para as estações estão previstos os tipos de código de identificação, apresentados na Tabela 5.3:

Tabela 5.3 – Códigos de identificação das estações

Código	Tipo de estação
C	Estação de altitude conhecida
E	Estação excêntrica
I ou 'branco'	Estação intercalada
N	Estação nodal

Exemplo de linha do arquivo, onde o símbolo ' ' representa um espaço em branco:

C P1 979452.77 0.50 120.1416 0.15 -28.03756 -48.56810

### 5.3.4 – Apresentação dos Resultados:

Os arquivos contendo os relatórios dos resultados que são gerados pelo programa acham-se a seguir explanados:

**5.3.4.1 - Elementos das estações nodais:** Neste relatório são informados os dados das estações nodais que compõem a rede internodal, incluindo as que têm altitude conhecida, através da listagem dos seguintes elementos:

Tipo de gravidade utilizada no cálculo – observada ou normal

Para cada estação:

Nome da estação;

Altitude da estação (m) - preliminar ou conhecida;

- Variância da altitude (m<sup>2</sup>);

Gravidade na estação (mGal) – observada ou normal, dependendo da opção de cálculo;

Número de ordem dessa estação no arquivo original;

Código da estação

É informado ao final do relatório o número total de estações nodais encontradas

Exemplo:

```
;ESTACOES NODAIS
;-----
;(UTILIZANDO GRAVIDADES OBSERVADAS)
```

```

;ESTAC  ALTITUDE  VAR_ALT  GRAVID  IND  COD
      1K      13.2215      .0000  979134.31      1  N
      4X      8.6362      .0025  979153.00     20  C
...
2064D      8.0341      .0000  979099.28  1247  N
;=====
;Estacoes Nodais =          430

```

**5.3.4.2 - Elementos dos desníveis internodais:** Neste relatório são informados os dados das seções, separados por linha internodal, através da listagem dos seguintes elementos:

Tipo de gravidade utilizada no cálculo – observada ou normal

Para cada linha:

Número de ordem da linha internodal;

Nome da estação nodal de início da linha;

Nome da estação nodal de final da linha;

Número de seções na linha.

Diferença de potencial de gravidade total na linha (mGal.m);

- Variância da diferença de potencial total da linha (mGal<sup>2</sup>.m<sup>2</sup>);

Código indicando se a linha é uma ligação entre duas estações nodais de altitude conhecida (0/1).

Para cada seção dentro da linha:

Nome da estação inicial da seção;

Nome da estação final da seção;

Diferença de potencial da gravidade calculada para a seção (mGal.m);

- Variância da diferença de potencial da seção (mGal<sup>2</sup>.m<sup>2</sup>);

É informado ao final do relatório o número total de linhas internodais.

Exemplo:

```

;SECOES INTERNODAIS
;-----
;(UTILIZANDO GRAVIDADES NORMAIS)

;LINHA  INICIO FINAL  N_SEC
      1      1K      4D      2
;  EST1   EST2   POT_GRAV W      VAR_POT      LIG_C-C
      1K      4A    -1980786.102396    66472525.380235
      4A      4D    -15870971.740414    187487689.714971
      -17851757.842810    253960215.095205      0
;-----
...
;LINHA  INICIO FINAL  N_SEC
     194    1761C   1761R      3
;  EST1   EST2   POT_GRAV W      VAR_POT      LIG_C-C
    1761C   1761D    15984527.259349    35276774.560406

```

```

1761D 1761P -142153189.455127 336368331.789014
1761P 1761R 28333130.613301 35027582.793443
-97835531.582477 406672689.142863 0
;-----
; Linhas Internodais = 441

```

**5.3.4.3 - Altitudes ajustadas das estações nodais:** Neste relatório são informados os resultados da primeira fase do ajustamento, que contempla as estações nodais, incluindo as estações de cota conhecida. A listagem possui ainda um segundo segmento, no final em que constam apenas os elementos das estações de altitude conhecida. A listagens contém os seguintes elementos:

- Tipo de gravidade utilizada no cálculo – observada ou normal
- Variância da observação de peso unitário  $\sigma_0^2$  para a rede, obtida após o ajustamento

Para cada estação nodal:

- Nome da estação;
- Código da estação;
- Altitude preliminar ou conhecida da estação (m);
- Correção da altitude (m);
- Altitude ajustada (m);
- Desvio padrão da altitude (m);

Ao final dessa listagem é informado o número total de estações nodais.

Para cada estação de altitude conhecida:

- Nome da estação;
- Código da estação;
- Altitude da estação (m);
- Correção da altitude (m);
- Altitude ajustada (m);
- Desvio padrão da altitude (m);

Ao final da listagem é informado o número total de estações conhecidas.

Exemplo:

```

;ALTITUDES AJUSTADAS DAS ESTACOES NODAIS
;-----
;(UTILIZANDO GRAVIDADES OBSERVADAS)

; Variancia da observacao de peso unitario = .990960

;EST      COD ALT.PREL  CORRECAO  ALT.CORR  D.P.ALT
      1K N    13.2215   .0079     13.2294   .0406
      4X C     8.6362  -.0025     8.6337   .0345
...

```

```

2064D N      8.0341      -.0088      8.0253      .0375
;=====
;Estacoes Nodais =          430

;EST      COD ALT.PREL      CORRECAO      ALT.AJUST D.P.ALT
    4X C      8.6362      -.0025      8.6337      .0345
    60 C      8.5181      -.1230      8.3951      .0364
...
    25A C      3.6333      -.0177      3.6156      .0390
;=====
;Estacoes Conhecidas =          7

```

**5.3.4.4 - Verificação do cálculo da rede internodal:** Neste relatório são apresentados os resultados da verificação feita na equação do modelo, para cada linha internodal. Elementos listados:

Número de ordem da linha internodal;

Valor encontrado para a diferença (mGal.m)

Exemplo:

```

; Verificacao das Dif Potencial nas linhas internodais ajustadas
    1  -1.490116119384766E-008
    2   0.000000000000000E+000
    3   7.450580596923828E-009
...

```

**5.3.4.5 - Altitudes ajustadas das estações intercaladas:** Neste relatório são informados os resultados da segunda etapa do ajustamento, que compreendem as altitudes das estações intercaladas nas linhas internodais e os potenciais de gravidade e os respectivos desníveis das seções de cada linha, através da listagem dos seguintes elementos:

Tipo de gravidade utilizada no cálculo – observada ou normal

Para cada linha:

Número de ordem da linha internodal;

Nome da estação nodal inicial da linha;

Nome da estação nodal final da linha;

Variância da observação de peso unitário para o ajuste dessa linha;

Número de seções (desníveis) que compõem a linha

Para cada estação intercalada, na linha:

Nome da estação;

Altitude preliminar da estação (m);

Correção da altitude (m);

Altitude ajustada (m);

Desvio padrão da altitude ajustada

Para cada seção da linha:

Nome da estação inicial da seção;

Nome da estação final da seção;

Desnível na seção (m);

Correção do desnível (m);

Desnível corrigido (m);

Desvio padrão do desnível (m);

Extensão da seção (km);

- Desvio padrão unitário da seção ( $m/\sqrt{km}$ );

Exemplo:

```
;ALTITUDES E DESNIVEIS AJUSTADOS DAS ESTACOES INTERCALADAS
;-----
;(UTILIZANDO GRAVIDADES NORMAIS)

;LINHA INTERNODAL:      1      [      1K -      1Q]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .309812

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
      1M      95.1530      -.9151      94.2379      .0401
      1O      58.5557      .1525      58.7082      .0403
;=====
;INICIO  FINAL  DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST (Km)  D.P.UN
      1K      1M      81.0164  -.0034      81.0130  .0050      9.07  .0017
      1M      1O     -35.5279  -.0037     -35.5316  .0051      9.87  .0016
      1O      1Q      61.9225  -.0038      61.9187  .0052     10.17  .0016
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      3
...

```

**5.3.4.6 - Verificação do cálculo das seções intercaladas:** Neste relatório são apresentados os resultados da verificação feita na equação do modelo, para cada seção, em cada linha internodal. Elementos listados:

Para cada linha:

Número da linha;

Para cada seção

Valor encontrado para a diferença (mGal.m)

Exemplo:

```
; Verificacao das Dif Potencial nas secoes intercaladas ajustadas
      1
-1.490116119384766E-008
 1.490116119384766E-008
 0.000000000000000E+000

      2
 4.656612873077393E-010

```

0.0000000000000000E+000

...

**5.3.4.7 – Altitudes ajustadas de todas as estações:** Neste relatório são informados os resultados do ajuste para todas as estações, nodais e intercaladas, listadas na mesma ordem do arquivo de dados de entrada de altitudes e gravidades. A listagem contém os seguintes elementos:

Tipo de gravidade utilizada no cálculo – observada ou normal

Para cada estação:

Número de ordem da estação;

Nome da estação;

Código da estação;

Altitude ajustada da estação (m);

Desvio padrão da altitude ajustada (m);

Exemplo:

```
;ALTITUDES AJUSTADAS DAS ESTACOES  
;-----  
;(UTILIZANDO GRAVIDADES NORMAIS)
```

;N.ORD	ESTACAO	COD	ALTITUDE	D.P.ALT
1	1K	N	13.2290	.0406
2	1M		94.2379	.0401
3	1O		58.7082	.0403

...

## 6 – AJUSTAMENTO DE UMA REDE ALTIMÉTRICA: ESTUDO DE CASO

### 6.1 – DADOS UTILIZADOS

Foram escolhidos para aplicação e teste do modelo desenvolvido neste trabalho, os dados de desníveis, gravidades e altitudes, provenientes da rede altimétrica do IBGE situada na região Sul do Brasil e cujo esquema é apresentado na Figura 6.1.

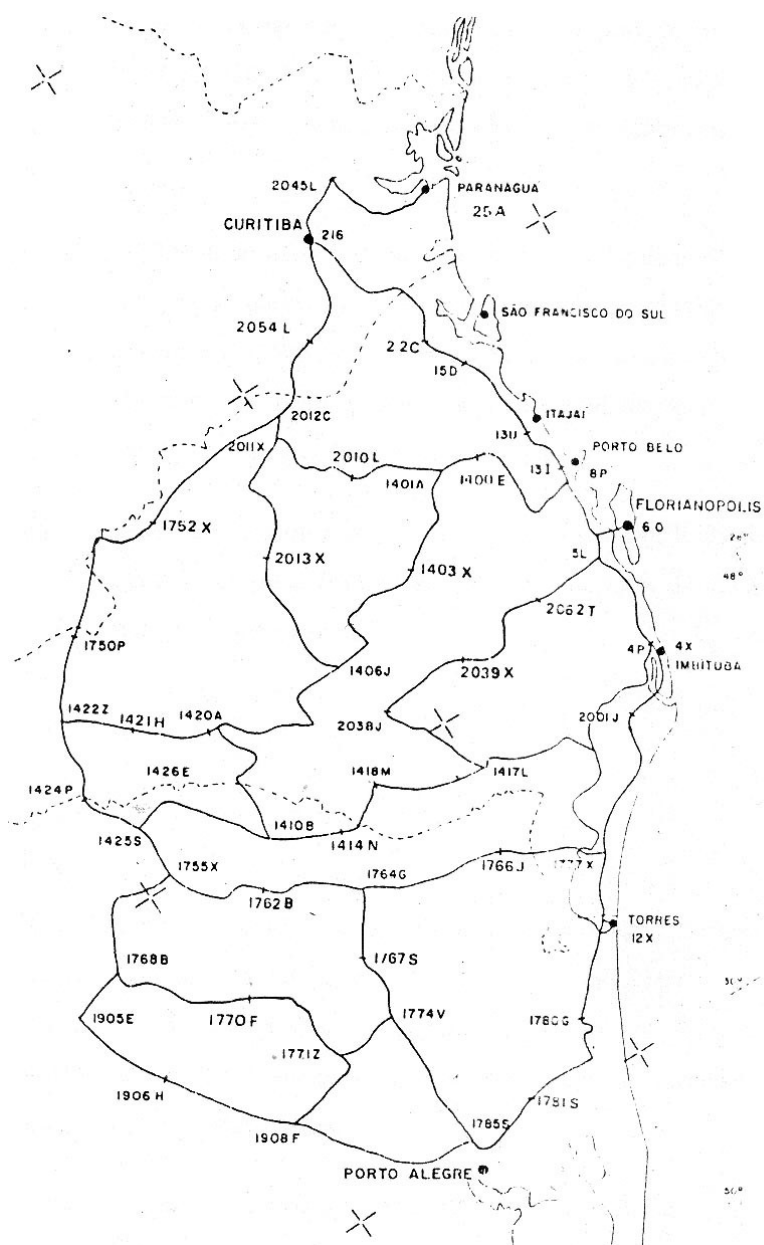


Figura 6.1 – Rede altimétrica utilizada

Esse mesmo conjunto de dados já tinha sido utilizado no trabalho de Escobar [8], com a aplicação de um modelo diferente, o que permite também uma comparação de resultados entre

os dois métodos.

A rede se compõe de 1247 RRNN, dos quais 7 tiveram sua altitude transportada a partir de marégrafos.

As estações que possuem altitudes determinadas a partir de marégrafos acham-se apresentadas na Tabela 6.1 a seguir:

Tabela 6.1 – RRNN com altitude maregráfica

ESTAÇÃO	SITUADA EM
4X	Imbituba
6O	Florianópolis
12X	Torres
13I	Porto Belo
13U	Itajaí
15D	São Francisco do Sul
25A	Paranaguá

Para as altitudes dessas estações conhecidas foram mantidos os mesmos valores utilizados em [8], em cujos transportes de cota a partir dos marégrafos não foram usados os critérios dos geopotenciais, apenas os desníveis medidos. Porém, dada a pequena extensão dos trechos, considerou-se que não houve diferenças apreciáveis nesse transporte.

Os valores da gravidade foram medidos em todas as estações pelo IAG/USP e pelo Observatório Nacional. Foram utilizados na maior parte dos levantamentos gravimétricos os gravímetros LaCoste & Romberg e em algumas observações mais antigas, o gravímetro Worden. Em alguns poucos pontos onde não se pode obter o valor observado da gravidade, esta foi interpolada linearmente a partir de pontos adjacentes utilizando a anomalia Bouguer.

As estações da rede estão ligadas por 1258 seções, que tiveram seus desníveis medidos por nivelamento geométrico de precisão, segundo os padrões adotados pelo IBGE.

Para o modelo adotado são consideradas como incógnitas, as altitudes e as observáveis são os desníveis obtidos no nivelamento.

## 6.2 – PROCESSAMENTO DOS DADOS

### 6.2.1 – Dados de Entrada:

Antes da entrada dos dados no sistema foi feita uma análise dos mesmos, para a atribuição dos pesos, que são função das variâncias, conforme é abordado na seção 5.2.2.3.

Para o valor do desvio padrão  $\sigma_1$  da distância unitária do nivelamento, foi atribuído o valor inicial de  $0,004\text{m}/\sqrt{\text{km}}$ , que é a tolerância especificada pelo IBGE para nivelamentos de



precisão.

Para as altitudes conhecidas obtidas por marégrafos, na falta de maiores informações sobre as observações, adotaram-se para os pesos os mesmos valores atribuídos no trabalho [8].

Foi mantida também para este trabalho a mesma identificação prévia dos nós, utilizada em [8], tendo sido atribuído o código N para as estações nodais, em que há convergência de mais de duas linhas, e o código C para as estações cujas altitudes foram transportadas a partir de marégrafos. Em alguns casos, algumas linhas muito longas tinham sido subdivididas pela introdução de falsos nós, o que foi também mantido para o sistema atual. As demais estações, sem código, foram consideradas como intercaladas entre as estações nodais

Foram utilizados nos cálculos os seguintes dados referentes ao elipsóide SAD-69:

Semi-eixo maior ( $a$ ) = 6378160 m

Inverso do achatamento ( $1/\alpha$ ) = 298,25

Gravidade normal no equador ( $\gamma_e$ ) = 978031,85 mGal

Gravidade normal no polo ( $\gamma_p$ ) = 983217,730 mGal

Dia sideral médio = 86164,099 s

Uma amostra dos dados utilizados referentes aos desníveis das seções acha-se apresentada no Apêndice A.1 e uma amostra dos dados utilizados de altitudes e gravidades das RRNN se encontra no Apêndice A.2.

### **6.2.2 – Ajustamento da Rede:**

Na primeira etapa do processamento dos dados pelo programa foi montada a estrutura da rede e identificadas 430 estações nodais, sendo 7 estações conhecidas e 441 linhas internodais, tendo o programa detectado apenas uma ambigüidade na identificação de um nó, que foi corrigida.

A rede foi processada em duas situações, primeiramente considerando-se as gravidades observadas e depois considerando-se as gravidades normais. Obtiveram-se por conseguinte no primeiro caso, altitudes de Helmert e depois, altitudes normais.

Nos Apêndices B.1 e C.1, acham-se amostras dos relatórios dos elementos das estações nodais com suas respectivas altitudes e gravidades e nos Apêndices B.2 e C.2 são apresentadas amostras dos relatórios dos elementos das linhas internodais com as respectivas diferenças de potencial de cada seção e o valor totalizado para cada linha.

O processamento foi otimizado em um processo iterativo, através da modificação do valor de  $\sigma_1$  por tentativas, chegando-se aos melhores valores para a variância para a observação

de peso unitário ( $\sigma_0^2$ ) da rede internodal.

## 6.3 – RESULTADOS OBTIDOS

### 6.3.1 – Variância da Observação de Peso Unitário ( $\sigma_0^2$ ):

O valor a que se chegou para a variância para a observação de peso unitário ( $\sigma_0^2$ ) foi de 0,990960 para as altitudes de Helmert e de 0,990847 para as altitudes normais. Esses valores foram obtidos atribuindo-se para  $\sigma_1$ , o valor de  $0,0036\text{m}/\sqrt{\text{km}}$ .

Como o valor adotado para  $\sigma_0^2$  *a priori* foi de 1 e obteve-se um valor *a posteriori* diferente, o que poderia indicar um comprometimento na qualidade do ajustamento, foi feito um teste de hipóteses baseado na distribuição do  $\chi^2$  (qui-quadrado) para se determinar a significância dessa diferença a um certo nível de confiança. Foram feitos os testes para os níveis de significância de 5% e de 1%, apresentados a seguir.

### 6.3.2 - Teste de Hipóteses para a Variância $\sigma_0^2$ da Rede Internodal:

#### 6.3.2.1 – Elementos iniciais:

Variância obtida no cálculo utilizando gravidades observadas ou normais:  $\sigma_0^2 = 0,991$

Hipóteses:  $H_0: \sigma_0^2 = 1,0$

$H_1: \sigma_0^2 \neq 1,0$

Estatística de teste:

$$\chi_0^2 = v \sigma^2 / \sigma_0^2$$

Número de linhas (observações):  $n = 441$

Número de estações (parâmetros):  $k = 430$

Número de injunções :  $r = 7$

Número de graus de liberdade:  $v = n + r - k = 18$

$$\chi_0^2 = 18 \times 0,991 / 1 = 17,84$$

#### 6.3.2.2 – Teste para o nível de significância de 5%:

$$\alpha = 1 - 0,05 = 0,950$$

Utilizando-se a tabela para a distribuição do qui-quadrado ([10],p. 310)

$$P_1 = 0,5 - \alpha/2 = 0,025, v=18 \rightarrow \chi_1^2 = 8,23$$

$$P_2 = 0,5 + \alpha/2 = 0,975, v=18 \rightarrow \chi_2^2 = 31,53$$

Uma vez que  $\chi_0^2$  se encontra fora da região crítica,  $31,73 > 17,84 > 8,23$  pode-se aceitar a hipótese  $H_0$  como verdadeira e considerar a variância encontrada como igual a 1, com a probabilidade de 95%.

Intervalo de confiança para a variância:

$$P(\chi_{0,5-\alpha/2}^2 \leq U \leq \chi_{0,5+\alpha/2}^2) = 0,950 :$$

$$v \sigma^2 / (\chi_{0,5+\alpha/2}^2) \leq \sigma^2 \leq v \sigma^2 / (\chi_{0,5-\alpha/2}^2)$$

$$(18 \times 0,991) / 31,53 \leq \sigma_0^2 \leq (18 \times 0,991) / 8,23$$

$$0,566 < \sigma_0^2 < 2,167$$

### 6.3.2.3 – Teste para o nível de significância de 1%:

$$\alpha = 1 - 0,01 = 0,990$$

Utilizando-se a tabela para a distribuição do qui-quadrado ([10],p.310)

$$P_1 = 0,5 - \alpha/2 = 0,005 \text{ na tabela} \rightarrow \chi_1^2 = 6,27$$

$$P_2 = 0,5 + \alpha/2 = 0,995 \text{ na tabela} \rightarrow \chi_2^2 = 37,16$$

Uma vez que  $\chi_0^2$  se encontra fora da região crítica,  $37,16 > 17,84 > 6,27$ , pode-se aceitar a hipótese  $H_0$  como verdadeira e considerar a variância encontrada como igual a 1, com a probabilidade de 99%.

Intervalo de confiança para a variância:

$$P(\chi_{0,5-\alpha/2}^2 \leq U \leq \chi_{0,5+\alpha/2}^2) = 0,990 :$$

$$v \sigma^2 / (\chi_{0,5+\alpha/2}^2) \leq \sigma^2 \leq v \sigma^2 / (\chi_{0,5-\alpha/2}^2)$$

$$(18 \times 0,991) / 37,16 \leq \sigma_0^2 \leq (18 \times 0,991) / 6,27$$

$$0,480 \leq \sigma_0^2 \leq 2,845$$

### 6.3.3 – Ajustamento da Rede Internodal:

Os desvios padrão das altitudes ajustadas das estações nodais apresentaram valores em torno de 3 a 6cm, indicando que há uma homogeneidade nos dados observados na rede e qual o grau de precisão esperado para as altitudes.

Para as estações de altitude conhecida, objeto do ajuste do modelo injuntivo, foram obtidos os valores de altitudes ajustadas, correções e desvios padrão listados nas Tabelas 6.2 e 6.3 abaixo, calculados com as gravidades observadas e com as normais respectivamente, onde

também constam as altitudes preliminares fornecidas e as estimativas dos desvios padrão utilizados como peso para as altitudes.

Tabela 6.2 – Elementos das RRNN com altitude maregráfica, calculados com gravidades observadas

EST	CÓD	ALTIT PRELIM	DESV PADR ESTIMADO	CORREÇÃO	ALTITUDE AJUSTADA	DESV PADR ALT AJUST
4X	C	8,6362	0,05	-0,0025	8,6337	0,0345
6O	C	8,5181	0,15	-0,1230	8,3951	0,0364
12X	C	18,0145	0,05	0,0078	18,0223	0,0402
13I	C	2,5522	0,20	0,2025	2,7547	0,0360
13U	C	1,4999	0,10	0,1016	1,6015	0,0357
15D	C	2,9766	0,05	-0,0120	2,9646	0,0339
25A	C	3,6333	0,05	-0,0177	3,6156	0,0390

Tabela 6.3 – Elementos das RRNN com altitude maregráfica, calculados com gravidades normais

EST	CÓD	ALTIT PRELIM	DESV PADR ESTIMADO	CORREÇÃO	ALTITUDE AJUSTADA	DESV PADR ALT AJUST
4X	C	8,6362	0,05	-0,0025	8,6337	0,0345
6O	C	8,5181	0,15	-0,1230	8,3951	0,0364
12X	C	18,0145	0,05	0,0075	18,0220	0,0402
13I	C	2,5522	0,20	0,2027	2,7549	0,0359
13U	C	1,4999	0,10	0,1018	1,6017	0,0357
15D	C	2,9766	0,05	-0,0119	2,9647	0,0339
25A	C	3,6333	0,05	-0,0176	3,6157	0,0390

Analisando-se esses resultados pode-se observar que as duas opções de cálculo apresentaram resultados praticamente iguais, com diferenças muito pequenas, da ordem de 0,2mm. A menor correção ocorreu na estação 4X (Imbituba) que é o atual *datum* altimétrico oficial brasileiro, com o valor de 2,5mm. A segunda menor correção foi atribuída à estação 12X (Torres), que também já foi o *datum* altimétrico oficial antes do de Imbituba, cujo valor foi de 7,7mm na média. Já a maior correção foi atribuída ao RN 13I (Porto Belo) com o valor de 202,6mm na média, seguida em ordem decrescente por 6O (Florianópolis) e 13U (Itajaí).

Esses resultados evidenciam a influência dos pesos adotados para cada estação.

Considerando-se que o menor valor significativo para os desníveis observados é da ordem de  $10^{-4}$ m e sendo o valor da gravidade da ordem de  $10^6$ mGal, tem-se que o menor valor significativo para as diferenças de potencial é da ordem de  $10^2$  mGal.m. O relatório de

verificação de erros gerado pelo programa apresentou diferenças inferiores a  $10^{-7}$  mGal.m para cada linha internodal, bastante inferiores àquele valor, comprovando a eficácia do ajustamento.

Nos relatórios apresentados nos Apêndices B.3 e C.3, são listadas amostras dos resultados obtidos para as altitudes ajustadas das estações nodais.

#### **6.3.4 – Ajustamento das Seções Intercaladas:**

Para o ajustamento das seções intercaladas, conforme previsto em 5.2.2.6.1, obtiveram-se valores diferentes de  $\sigma_0^2$  para cada linha devido a se ter utilizado o mesmo valor para o peso que foi usado no ajustamento da rede internodal,  $\sigma_1 = 0,0036\text{m}/\sqrt{\text{km}}$ , e cada linha ter sua própria precisão, que pode ser diferente desse valor. Assim, as linhas que apresentaram valores inferiores à unidade indicam que os pesos deveriam ser maiores que o  $\sigma_1$  adotado. Já naquelas em que o valor está próximo da unidade, os pesos devem estar próximos do valor adotado.

Para as estações intercaladas os valores dos desvios padrão das altitudes apresentaram-se também dentro do intervalo de 3cm a 6cm, da mesma forma que os valores obtidos para a rede internodal.

Os desníveis ajustados apresentaram em sua maior parte resíduos inferiores ou da ordem de 1mm e os desvios padrão da distância unitária apresentaram-se na sua maioria inferiores a 1mm, chegando apenas em alguns casos a cerca de 2mm, indicando boa precisão para os nivelamentos executados.

O relatório de verificação de erros gerado pelo programa apresentou diferenças inferiores a  $10^{-7}$  mGal.m para cada seção, comprovando a eficácia do ajuste, uma vez que são muito inferiores ao menor valor significativo para as diferenças de potencial que é da ordem de  $10^2$  mGal.m.

Nos Apêndices B.4 e C.4 são apresentadas amostras dos relatórios com os resultados obtidos para cada seção das linhas internodais com seus respectivos desníveis ajustados e as altitudes das estações intercaladas.

Os Apêndices B.5 e C.5 apresentam amostras da relação completa de altitudes das RRNN, para o cálculo com gravidade observada e gravidade normal, respectivamente.

### **6.4 – ESTUDOS COMPARATIVOS**

Baseado nos resultados encontrados para as duas hipóteses - altitudes de Helmert e altitudes normais - e ainda, confrontando com os resultados obtidos em [8], foram feitos alguns estudos comparativos que se encontram anexados ao presente trabalho.

No Apêndice D.1 é apresentado um relatório completo contendo as altitudes de Helmert e a normal de todas as RRNN, os respectivos desvios padrão das altitudes ajustadas e a diferença entre ambas as altitudes.

Como são também conhecidas as localizações planimétricas das estações, através de suas coordenadas geodésicas, puderam ser gerados cartogramas comparativos com ajuda do programa Surfer, contendo isolinhas interpoladas entre as diferenças encontradas em cada estação, o que permite uma visualização espacial na análise dos resultados.

No Apêndice D.2 é apresentado o cartograma com as diferenças entre as altitudes de Helmert e as normais calculadas neste ajustamento e que estão listadas no Apêndice D.1.

As diferenças entre as altitudes de Helmert calculadas por este ajustamento e as iniciais fornecidas pelo IBGE, acham-se indicadas no cartograma do Apêndice D.3.

No Apêndice D.4 são consideradas as altitudes normais e as do IBGE.

No Apêndice D.5 acham-se apresentadas no cartograma as diferenças entre as altitudes de Helmert calculadas neste novo ajustamento e as de Helmert antigas, calculadas pelo ajustamento feito no trabalho de Escobar [8] (programa Altsis).

O cartograma com as diferenças entre as altitudes normais novas e as antigas (programa Altsis) estão apresentadas no Apêndice D.6.

## 7 – CONCLUSÕES

Com a aplicação dos conceitos vistos ao ajustamento de uma rede altimétrica, procurou-se eliminar as discrepâncias resultantes dos erros acidentais inerentes às observações efetuadas nas medições de campo e pôde-se chegar-se a resíduos pequenos, com um valor de  $\sigma_0^2$  bem próximo de 1. Dessa forma, fica demonstrada a ausência de tendências, indicando que não há erros grosseiros ou sistemáticos relevantes na rede testada e que o modelo matemático proposto é consistente com as observações.

Analisando-se mais detalhadamente os valores obtidos para  $\sigma_0^2$  *a posteriori* vê-se que no trabalho de Escobar [8], chegou-se a  $\sigma_0^2 = 0,99447$ , adotando-se para a estimativa do desvio padrão da distância unitária para os desníveis  $\sigma_1 = 3,4\text{mm}/\sqrt{\text{km}}$  e no presente trabalho, utilizando altitudes de Helmert, chegou-se ao valor de  $\sigma_0^2 = 0,990960$ , tendo se adotado  $\sigma_1 = 3,6\text{mm}/\sqrt{\text{km}}$ . Observou-se também os valores das correções e os desvios padrão a que se chegou após o ajustamento, no trabalho de Escobar [8] e no atual, nas RRNN de altitudes maregráficas, para as altitudes de Helmert, que estão apresentadas na Tabela 7.1 abaixo.

Tabela 7.1 – Correções das altitudes das RRNN com altitude maregráfica

EST	LOCAL	CORREÇÃO ANTERIOR	CORREÇÃO ATUAL	D P ALT AJ ANTERIOR	D P ALT AJ ATUAL
4X	Imbituba	-0,0050	-0,0025	0,034	0,0345
6O	Florianópolis	-0,1289	-0,1230	0,036	0,0364
12X	Torres	0,0152	0,0078	0,040	0,0402
13I	Porto Belo	0,2007	0,2025	0,035	0,0360
13U	Itajaí	0,0994	0,1016	0,035	0,0357
15D	São Francisco do Sul	-0,0151	-0,0120	0,033	0,0339
25A	Paranaguá	-0,0182	-0,0177	0,039	0,0390

Os resultados apresentados mostram que os desvios padrão para os dois trabalhos são quase iguais e nas correções se mantém a mesma tendência em cada estação, porém com diminuição na maioria dos valores das correções

A partir dessas constatações e dos valores adotados para  $\sigma_1$  pode-se dizer que em [8] a estimativa inicial dos desníveis observados foi supervalorizada o que acabou aumentando os resíduos nas altitudes maregráficas.

Com respeito ao modelo atual adotado, uma alteração feita em relação ao modelo anterior [8] foi o fato de terem sido consideradas no presente trabalho as gravidades como

constantes enquanto que no outro tinham sido tratadas como parâmetros. Isso naturalmente obrigou a se depositar total confiança nos dados de gravidade para esta rede. No entanto já se conhecia a natureza desses dados pois já tinham sido testados [8] e apresentaram em sua maioria resíduos da ordem de milésimos de mGal e não passaram da ordem dos centésimos de mGal, indicando ausência de tendências.

Essa abordagem para as gravidades mostrou-se acertada pois contribuiu para a simplicidade do modelo e, pela ordem de grandeza das correções obtidas para as gravidades no modelo anterior [8], sua inclusão como parâmetros não teria tido influência sobre os resultados.

Não foram considerados neste trabalho os efeitos devidos às marés terrestres, devido à ausência de informações sobre os instantes das medições. Essa correção, conforme visto em 4.3.3.5, em grandes extensões na direção Norte-Sul, como as do território brasileiro, pode assumir valores significativos maiores que os desvios padrão estimados na presente rede ajustada. Em novos trabalhos de ajustamento de redes de grandes dimensões é recomendável que esse efeito seja considerado, já no momento das medições de campo.

Uma das maiores contribuições deste modelo ao estudo do ajustamento das redes altimétricas trata da alteração introduzida no modelo de cálculo das diferenças de potencial das linhas internodais, utilizando critério diferente do adotado em [8].

Viu-se na seção 6.2.1 que, em alguns casos, tinha sido necessário introduzir falsos nós para diminuir a extensão das linhas. Isso foi feito porque em [8] a diferença de potencial entre os nós era calculada utilizando a soma total dos desníveis das seções multiplicada pela gravidade média entre os nós extremos:

$$\Delta W_{ij} = -\frac{g_{m_i} + g_{m_j}}{2} \sum_{k=1}^s \Delta l_{k,k+1}$$

Esse critério de cálculo tinha o inconveniente de limitar a extensão das linhas, pois, devido à variação da gravidade com a região, a gravidade média deixava de ser representativa do valor para toda a linha. Devido a essa imprecisão, tinha-se obrigatoriamente que inserir nós adicionais para diminuir o tamanho das linhas e inclusive, como essa variação não é modelada matematicamente, tornava imprevisível a extensão máxima a ser considerada.

No modelo atual, a diferença de potencial da linha internodal é calculada pela soma dos produtos dos desníveis pela gravidade média da seção, visto na expressão (5.57):

$$\Delta W_{ij} = \sum_{k=1}^s -\frac{g_{m(k)} + g_{m(k+1)}}{2} \Delta l_{k,k+1}$$



Ao se adotar esse procedimento, a diferença de potencial passa a ser determinada em pequenos incrementos, expressando mais fielmente as suas variações reais, constituindo-se esta solução na principal diferença deste modelo em relação ao utilizado em [8].

Apesar de não serem necessários conforme visto, os nós extras introduzidos para atender ao critério utilizado no modelo de Escobar [8] foram mantidos para o modelo atual, no intuito de se poder utilizar os mesmos critérios de formação das linhas e facilitar a comparação com o cálculo anterior.

Na verdade, a introdução de mais nós causa o aumento do tamanho do sistema, que cresce em complexidade, se traduz em um maior tempo de processamento e passa a exigir maior capacidade computacional. O programa permite o processamento de redes de grande porte, com grande quantidade de estações e desníveis, mas sua principal limitação acaba por recair na capacidade do computador utilizado – quantidade de memória e velocidade do processador – fazendo com que o aumento do sistema seja indesejável em casos de processamento em computadores mais antigos.

Uma vez que atualmente estes fatores limitadores vêm diminuindo consideravelmente de importância pelo lançamento de máquinas cada vez mais potentes, se poderia, sem receio pela complexidade, aumentar ainda mais o número de nós, chegando até mesmo a considerar todas as estações como nós. Essa providência eliminaria a segunda etapa do ajustamento, das seções intercaladas, de forma que todas as altitudes seriam determinadas num único ajustamento geral em que todas as estações estariam contempladas pela rede internodal. Embora isso seja possível com o programa desenvolvido, essa alternativa não foi testada no presente trabalho.

Este modelo, pelas suas características, principalmente a de permitir o ajustamento com a entrada de múltiplas altitudes conhecidas, é indicado para aplicação a redes altimétricas continentais vinculadas a um conjunto de marégrafos.

Utilizar um conjunto de diversos pontos ajustados como referência é uma tendência atual e de melhor representatividade para a rede do que tomar um único ponto como origem. Esta pode ser uma alternativa a ser utilizada no novo sistema de referência geodésico brasileiro, o SIRGAS (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas), em que não se parte de apenas um ponto tomado como *datum*, mas de várias estações ligadas em uma rede que é ajustada em bloco.

Como se pretende que o atual sistema altimétrico sirva como referência para todas as Américas, é aconselhável que se tenha uma rede altimétrica única e homogênea apoiada em vários marégrafos espalhados pelo continente. O fato de se ter redes independentes para cada país ocasiona a existência de degraus nas passagens de uma rede para outra e a única forma de

resolver esse problema é através do ajustamento de todas as redes em conjunto, função essa a que esse modelo se propõe.

Ao final do teste executado com o modelo na rede fornecida, vê-se que os resultados, para as altitudes de Helmert e as normais, apresentam desvios padrão quase iguais e as altitudes com leves diferenças. Essas diferenças no entanto, apesar de aparentemente tênues, comparadas possibilitarão novas análises para se chegar à modelagem das anomalias da gravidade, de forma que reflita a correlação entre as altitudes de Helmert e as normais.

Essas pesquisas, resultantes dos dados gerados pelo atual trabalho, possibilitarão futuros estudos visando principalmente a utilização do GPS na determinação de redes altimétricas e sua vinculação ao sistema de referência altimétrica atual, baseado em altitudes ortométricas.

Além das contribuições expostas anteriormente, a aplicação deste estudo ao cálculo de novas redes altimétricas, vai permitir um melhor ajustamento das mesmas, estabelecendo valores mais precisos para a rede, que sendo mais homogênea e confiável irá proporcionar aos projetos e obras, nas suas diversas áreas, uma representação mais fiel do espaço real, resultando em ações planejadas sobre o território mais próximas da realidade, tornando-as mais eficazes e com menos desperdício econômico, daí advindo um atendimento melhor à sociedade, de forma igualitária, minimizando o custo de vida e seus decorrentes reflexos nos problemas sociais.

Há que também se ressaltar que as informações geradas servirão de base a produtos que serão compartilhados por diversos setores da sociedade, numa uniformização de ações, dando ênfase ao objetivo transdisciplinar da Geomática.

## **APÊNDICES**

## **APÊNDICE A**

### **DADOS INICIAIS**

## **A.1 – Dados dos Desníveis das Seções**

	ORIG	LATIT (°\')	DEST	LATIT (°\')	DESNIV (m)	DIST (km)
	1422Z	-26.58	1423A	-26.59	5.8550	3.01 0.10
	1423A	-26.59	1423B	-27. 1	-40.5550	3.30 -3.90
F	1423B	-27. 1	1423F	-27. 3	-159.4981	5.00 -2.30
	1423F	-27. 3	1423G	-27. 4	-50.4105	2.89 5.40
	1423G	-27. 4	1423H	-27. 5	-85.5489	2.15 0.60
F	1423H	-27. 5	1423L	-27. 7	-117.1822	5.71 -2.00
	1423L	-27. 7	1423N	-27.10	13.8444	5.97 6.10
	1423N	-27.10	1423P	-27.11	151.5326	2.72 2.30
	1423P	-27.11	1423R	-27.11	25.5026	3.07 6.30
F	1423R	-27.11	1423T	-27.13	-139.2090	4.75 -5.40
	1423T	-27.13	1424E	-27.17	-45.5618	6.51 -10.50
F	1424E	-27.17	1424G	-27.18	-86.6014	6.47 0.20
	1424G	-27.18	1424H	-27.19	-68.7702	3.33 2.80
	1424H	-27.19	1424J	-27.19	-76.2338	3.31 -6.20
	1424J	-27.19	1424L	-27.21	-88.8270	3.08 -0.80
	1424L	-27.21	1424M	-27.22	128.6600	2.82 2.40
F	1424M	-27.22	1424P	-27.25	100.5736	5.27 2.70
F	1422Z	-26.58	1427T	-26.55	-51.3477	6.13 -0.40
F	1427T	-26.55	1427V	-26.55	-37.5274	6.67 -4.30
	1427V	-26.55	1427X	-26.55	22.2968	3.09 -4.10
	1427X	-26.55	1427Z	-26.54	45.0211	3.12 -3.80
	1427Z	-26.54	1428A	-26.53	-90.0228	3.00 -4.50
	1428A	-26.53	1428B	-26.52	-14.2811	2.30 3.40
F	1428B	-26.52	1428E	-26.51	52.5489	3.18 -0.10
	1428E	-26.51	1428F	-26.50	20.2159	2.78 1.00
	1428F	-26.50	1428G	-26.48	-145.4316	2.99 -0.50
	1428G	-26.48	1428H	-26.47	-105.9706	2.74 -1.20
	1428H	-26.47	1428J	-26.52	-4.0604	1.47 -1.30
F	1428J	-26.52	1428M	-26.47	18.5850	3.12 -2.90
	1428M	-26.47	1428N	-26.48	-19.4795	2.48 -4.20
	1428N	-26.48	1428P	-26.48	-1.7893	1.30 -1.00
F	1428P	-26.48	1428S	-26.45	51.5621	3.70 -3.00
	1428S	-26.45	1428T	-26.44	-73.8774	2.75 -1.80
	1428T	-26.44	1428U	-26.43	131.9850	2.22 0.60
F	1428U	-26.43	1428X	-26.41	101.5484	4.18 5.60
F	1428X	-26.41	1429A	-26.40	-36.4648	5.47 -1.40
	1429A	-26.40	1429B	-26.39	-43.3099	2.88 -0.80
	1429B	-26.39	1429C	-26.39	-13.8366	3.02 -2.70
	1429C	-26.39	1429D	-26.40	28.2758	2.50 -2.00
F	1429D	-26.40	1429G	-26.41	-183.2863	6.86 -3.60
	1429G	-26.41	1429H	-26.42	-63.8122	2.88 -5.10
	1429H	-26.42	1429J	-26.42	-33.1936	3.12 -1.10
	1429J	-26.42	1429R	-26.41	31.8203	2.87 -1.20
F	1429R	-26.41	1429U	-26.38	80.9642	6.45 -7.90
F	1429U	-26.38	1429X	-26.36	-4.1788	5.41 -9.40
	1750P		1750R		-39.2802	3.43 2.70
	1750R		1750S		-58.3804	3.07 0.70
	1750S		1750T		-40.1290	3.17 2.90
	1750T		1750U		-14.3612	3.09 3.20
	1750U		1750V		48.9599	3.30 -4.60
	1750V		1750X		-7.4250	3.06 5.50
	1750X		1750Z		19.9957	2.90 4.40
	1750Z		1751A		-8.2202	3.10 1.90
	1751A		1751B		0.0796	3.08 -1.30
	1751B		1751C		-7.2225	3.07 0.20
	1751C		1751D		3.2066	3.13 0.50
	1751D		1751E		-37.2936	2.94 -1.30
	1751E		1751F		-130.4612	3.48 4.30
	1751F		1751G		24.6336	2.89 -1.30
F	1751G		1751L		-28.6484	9.20 4.50

	ORIG	LATIT (°\')	DEST	LATIT (°\')	DESNIV (m)	DIST (km)	
F	2053H	-25.30	2053L	-25.32	7.2455	4.78	-0.40
F	2053L	-25.32	2053V	-25.34	-17.6898	5.04	2.40
	2053V	-25.34	2053X	-25.35	0.3044	2.76	-3.60
	2053X	-25.35	2053Z	-25.36	-32.9602	1.90	1.10
	2053Z	-25.36	2054A	-25.38	2.2784	2.90	-1.30
F	2054A	-25.38	2054C	-25.40	23.9520	3.60	-1.20
	2054C	-25.40	2054D	-25.40	-2.0701	2.82	-1.60
	2054D	-25.40	2054E	-25.43	-9.4026	3.02	1.10
	2054E	-25.43	2054F	-25.44	8.3222	2.81	3.30
	2054F	-25.44	2054G	-25.46	-7.4856	2.77	-2.10
	2054G	-25.46	2054H	-25.47	22.6696	2.70	4.80
H	2054H	-25.47	2054J	-25.48	9.8061	2.75	3.20
	2054J	-25.48	2054L	-25.49	9.6508	2.71	2.30
	2054L	-25.49	2054M	-25.51	0.9424	2.92	0.60
	2054M	-25.51	2054N	-25.52	-27.7125	2.92	3.80
F	2054N	-25.52	2055C	-25.52	-28.0367	8.80	0.30
	2055C	-25.52	2055D	-25.52	-45.1168	2.99	-2.30
	2055D	-25.52	2055E	-25.53	-13.6971	2.88	-1.00
	2055E	-25.53	2055G	-25.53	-9.4790	2.82	0.50
	2055G	-25.53	2055H	-25.54	39.9376	3.00	-1.30
F	2055H	-25.54	19J	-26. 6	-72.3162	44.89	-0.70
	13U	-26.54	13V	-26.53	1.3598	2.97	0.70
F	13V	-26.53	14B	-26.46	3.4107	14.91	-3.20
F	14B	-26.46	14D	-26.45	3.5482	6.21	-5.00
F	14D	-26.45	14G	-26.41	1.1765	10.02	-9.00
F	14G	-26.41	14I	-26.39	5.5992	4.72	0.50
F	14I	-26.39	14L	-26.34	-8.7801	9.97	-10.20
F	14L	-26.34	14O	-26.30	2.5904	7.91	1.30
F	14O	-26.30	14R	-26.25	-1.0348	9.39	2.20
	14R	-26.25	14S	-26.23	1.3608	4.15	1.40
F	14S	-26.23	15D	-26.24	-7.8776	3.01	-5.30
	15D	-26.24	15E	-26.25	0.9287	2.98	-7.20
F	15E	-26.25	15I	-26.21	10.5591	12.22	4.10
	15I	-26.21	15J	-26.19	-9.5088	2.91	0.30
	15J	-26.19	15K	-26.19	1.2212	1.75	1.10
	8P	-27.15	13E	-27.13	-0.2604	2.57	6.50
H	13E	-27.13	13F	-27.13	0.5001	2.25	-4.60
F	13F	-27.13	13I	-27.10	0.3768	9.30	-1.40
	13I	-27.10	13J	-27. 7	-0.4644	3.57	-4.10
F	13J	-27.07	13M	-27. 4	118.9907	10.18	-7.50
F	13M	-27. 4	13O	-27.11	-117.1167	6.33	-10.10
F	13O	-27.11	13R	-26.58	5.2450	8.51	9.20
F	13R	-26.58	13T	-26.55	-7.7668	6.24	-0.60
F	13T	-26.55	13U	-26.54	-0.0416	2.58	-0.90
F	6O	-27.35	8C	-27.32	-3.6382	9.09	0.70
F	8C	-27.32	8G	-27.27	2.6024	12.66	-7.60
F	8G	-27.27	8K	-27.22	8.2806	11.71	-4.40
F	8K	-27.22	8P	-27.15	-13.5139	16.38	-13.00
	2045L	-25.18	2047A	-25.19	25.8136	3.06	1.80
	2047A	-25.19	2047B	-25.20	38.2383	2.76	1.80
	2047B	-25.20	2047C	-25.20	-187.1550	2.87	1.50
	2047C	-25.20	2047D	-25.21	-140.3780	2.28	-0.10
	2047D	-25.21	2047E	-25.21	-110.4790	2.20	-1.00
	2047E	-25.21	2047F	-25.21	-116.0395	2.00	5.20
	2047F	-25.21	2047G	-25.22	-149.8312	2.33	-1.90
	2047G	-25.22	2047H	-25.23	-122.9795	3.64	0.20
	2047H	-25.23	2047J	-25.24	-23.6122	2.40	-0.10
	2047J	-25.24	2047L	-25.25	-31.9810	2.72	1.90
	2047L	-25.25	2047M	-25.26	50.0745	2.83	4.00
	2047M	-25.26	2047N	-25.27	-54.1838	3.02	-3.60

	ORIG	LATIT (° `)	DEST	LATIT (° `)	DESNIV (m)	DIST (km)	
	1907V	-29.18	1907X	-29.19	-45.4447	2.87	4.00
	1907X	-29.19	1907Z	-29.20	24.3587	2.80	0.80
	1907Z	-29.20	1908A	-29.22	-27.2146	3.60	4.90
	1908A	-29.22	1908B	-29.23	68.3226	3.23	2.90
	1908B	-29.23	1908C	-29.24	-78.7672	3.16	-1.20
	1908C	-29.24	1908D	-29.26	32.3710	3.30	-3.20
	1908D	-29.26	1908E	-29.26	3.4616	3.11	3.00
	1908E	-29.26	1908F	-29.27	-22.7446	2.82	3.20
	1905E	-28.18	1905F	-28.19	-22.1147	3.32	2.60
	1905F	-28.19	1905G	-28.21	-20.4956	3.57	-0.10
	1905G	-28.21	1905H	-28.23	-17.4934	3.06	1.70
	1905H	-28.23	1905J	-28.24	50.5368	2.69	-1.10
F	1905J	-28.24	1905M	-28.27	-111.2834	6.23	6.30
	1905M	-28.27	1905N	-28.29	57.8648	4.24	1.50
	1905N	-28.29	1905P	-28.30	-28.0282	3.63	0.50
	1905P	-28.30	1905R	-28.32	-57.2597	3.33	3.60
	1905R	-28.32	1905S	-28.33	36.9306	3.33	6.90
	1905S	-28.33	1905T	-28.35	65.6754	3.17	-5.60
	1905T	-28.35	1905U	-28.36	-94.5270	3.11	-2.70
	1905U	-28.36	1905V	-28.37	53.8227	3.00	-5.00
	1905V	-28.37	1905X	-28.39	-18.5778	3.24	-0.30
	1905X	-28.39	1905Z	-28.41	124.9154	3.62	3.20
F	1905Z	-28.41	1906B	-28.43	-90.1074	6.84	11.10
	1906B	-28.43	1906C	-28.45	73.7718	3.35	6.60
F	1906C	-28.45	1906E	-28.47	124.8063	6.20	4.60
	1906E	-28.47	1906F	-28.48	32.5217	2.93	3.40
	1906F	-28.48	1906H	-28.50	-4.6627	3.42	2.20
	1768B	-28.14	1768C	-28.14	-39.5862	3.26	3.10
	1768C	-28.14	1768D	-28.14	-22.0352	2.98	0.50
F	1768D	-28.14	1768F	-28.14	3.2030	6.66	12.40
	1768F	-28.14	1768G	-28.14	-12.2231	3.04	6.60
	1768G	-28.14	1768H	-28.14	-46.2754	3.10	4.90
F	1768H	-28.14	1768L	-28.16	28.0622	6.40	3.10
	1768L	-28.16	1768M	-28.16	-9.9386	2.80	-5.90
	1768M	-28.16	1768N	-28.16	-24.1484	3.23	1.70
	1768N	-28.16	1768P	-28.17	7.3538	3.91	5.30
	1768P	-28.17	1768R	-28.17	-19.0942	3.60	5.20
	1768R	-28.17	1905E	-28.18	3.8589	3.31	-2.60



## **A.2 – Dados das Altitudes e Gravidades das Estações**

;	COD	EST	GRAV (mGal)	DPG	ALTIT (m)	DPAL	LATIT (°)	LONGIT (°)
N	1K		979133.75	0.50	13.2215	0.00	-28.33333	-49.03333
	1M		979112.63	0.50	95.1530	0.00	-28.30000	-49.10000
	1O		979119.38	0.50	58.5557	0.00	-28.28333	-49.16667
N	1Q		979106.56	0.50	120.8015	0.00	-28.33333	-49.20000
	1S		979104.06	0.50	141.9136	0.00	-28.35417	-49.27778
	1U		979095.88	0.50	207.3167	0.00	-28.41389	-49.29417
N	2		979136.75	0.50	62.6800	0.00	-28.57833	-49.47400
	3C		979153.88	0.50	29.3117	0.00	-28.74694	-49.47389
	3F		979168.56	0.50	21.4791	0.00	-28.85000	-49.45000
N	3J		979175.75	0.50	4.9571	0.00	-28.92556	-49.55694
	3L		979176.38	0.50	10.9080	0.00	-28.98333	-49.63333
	4A		979131.06	0.50	15.8564	0.00	-28.30000	-49.01667
N	4D		979121.94	0.50	32.3455	0.00	-28.20000	-49.00000
	4G		979102.25	0.50	121.3483	0.00	-28.18333	-48.91667
	4I		979136.25	0.50	10.3255	0.00	-28.24889	-48.87333
N	4L		979166.13	0.50	6.6276	0.00	-28.34139	-48.82000
	4M		979162.44	0.50	6.2640	0.00	-28.33333	-48.78333
	4O		979155.88	0.50	7.6004	0.00	-28.25000	-48.70000
N	4P		979153.63	0.50	19.7788	0.00	-28.21417	-48.70500
C	4X		979152.63	5.00	8.6362	0.05	-28.23556	-48.65722
	5B		979145.88	0.50	10.0917	0.00	-28.12417	-48.69222
	5K		979110.94	0.50	16.0663	0.00	-27.76667	-48.65000
N	5L		979298.00	5.00	4.1415	0.00	-27.75000	-48.65000
	5M		979098.38	0.50	4.9809	0.00	-27.70000	-48.66667
N	5N		979100.81	5.00	7.6956	0.00	-27.67778	-48.69139
	S5N		979100.88	5.00	7.1300	0.00	-27.68333	-48.69000
C	6O		979105.45	0.50	8.5181	0.15	-27.59000	-48.57528
	8C		979095.45	0.50	4.8188	0.00	-27.53550	-48.62904
N	8G		979081.35	0.50	7.4234	0.00	-27.45000	-48.68333
	8K		979068.15	0.50	15.7063	0.00	-27.36667	-48.70000
N	8P		979064.65	0.50	2.1953	0.00	-27.25000	-48.65000
N	12E		979176.63	0.50	43.9632	0.00	-28.98333	-49.76667
	12H		979163.06	0.50	143.7235	0.00	-29.01667	-49.85000
	12K		979192.25	0.50	18.9685	0.00	-29.08333	-49.88333
N	12P		979198.06	0.50	42.8490	0.00	-29.19750	-49.94972
	12R		979207.94	0.50	13.2669	0.00	-29.23333	-49.86667
	12U		979216.06	0.50	12.5354	0.00	-29.30000	-49.80000
C	12X		979220.94	0.05	18.0145	0.05	-29.33333	-49.73333
	13E		979066.83	0.50	1.9353	0.00	-27.21667	-48.61667
	13F		979065.95	0.50	2.4358	0.00	-27.21667	-48.60000
C	13I		979066.85	0.50	2.5522	0.20	-27.15972	-48.58056
	13J		979063.60	5.00	2.3504	0.00	-27.13524	-48.59872
	13M		979032.95	0.50	121.3430	0.00	-27.06667	-48.63333
N	13O		979053.35	0.50	4.2275	0.00	-27.02722	-48.64778
	13R		979057.95	0.50	9.4740	0.00	-26.97250	-48.63861
	13T		979055.45	0.50	1.7083	0.00	-26.91667	-48.65000
C	13U		979051.80	5.00	1.4999	0.10	-26.90444	-48.65722
	13V		979048.35	0.50	3.0274	0.00	-26.88611	-48.67722
N	14B		979047.75	0.50	6.4408	0.00	-26.76061	-48.64458
	14D		979044.15	0.50	9.9900	0.00	-26.75806	-48.67361
	14G		979038.35	0.50	11.1683	0.00	-26.68333	-48.70000
N	14I		979029.85	0.50	16.7683	0.00	-26.64417	-48.68972
	14L		979030.15	0.50	7.9900	0.00	-26.56667	-48.71667
	14O		979026.55	0.50	10.5818	0.00	-26.50000	-48.71667
N	14R		979017.45	0.50	9.5487	0.00	-26.41667	-48.71667
	14S		979016.75	0.50	10.9102	0.00	-26.38333	-48.71667
C	15D		979021.60	5.00	2.9766	0.05	-26.39583	-48.74167
	15E		979025.55	0.50	3.9624	0.00	-26.41056	-48.76417
	15I		979017.05	0.50	14.5237	0.00	-26.35000	-48.85000
N	15J		979016.60	5.00	5.0154	0.00	-26.31667	-48.85000

;COD	EST	GRAV(mGal)	DPG	ALTIT(m)	DPAL	LATIT (°)	LONGIT (°)
N	1747Z	978764.45	0.50	1163.9764	0.00	-26.76694	-50.35278
N	1750P	978732.19	0.50	1342.7434	0.00	-26.60889	-51.46889
	1750R	978742.23	0.50	1303.4633	0.00	-26.62889	-51.50194
	1750S	978756.43	0.50	1245.0829	0.00	-26.64306	-51.51722
N	1750T	978766.36	0.50	1204.9539	0.00	-26.66417	-51.53778
	1750U	978771.71	0.50	1190.5928	0.00	-26.68361	-51.56000
	1750V	978764.48	0.50	1239.5529	0.00	-26.70306	-51.58417
N	1750X	978767.59	0.50	1232.1279	0.00	-26.72111	-51.60972
	1750Z	978765.20	0.50	1252.1235	0.00	-26.73611	-51.62667
	1751A	978767.39	0.50	1243.9033	0.00	-26.75556	-51.64917
N	1751B	978767.32	0.50	1243.9829	0.00	-26.76472	-51.66139
	1751C	978770.30	0.50	1236.7604	0.00	-26.78278	-51.68361
	1751D	978770.09	0.50	1239.9671	0.00	-26.80083	-51.69139
N	1751E	978778.00	0.50	1202.6734	0.00	-26.82250	-51.71167
	1751F	978805.98	0.50	1072.2111	0.00	-26.84750	-51.73000
	1751G	978803.01	0.50	1096.8448	0.00	-26.86639	-51.74333
N	1751L	978813.72	0.50	1068.1970	0.00	-26.91972	-51.80611
	1751M	978822.08	0.50	1034.1536	0.00	-26.93389	-51.81417
N	1752E	978808.56	0.50	750.8844	0.00	-26.25528	-51.06500
	1752F	978808.21	0.50	750.1964	0.00	-26.28083	-51.04778
	1752G	978807.62	0.50	751.0197	0.00	-26.28611	-51.01972
N	1752L	978806.46	0.50	752.4016	0.00	-26.29583	-50.94167
	1752M	978807.72	0.50	752.3516	0.00	-26.29611	-50.91056
	1752R	978805.63	0.50	758.4265	0.00	-26.29417	-50.81861
N	1752S	978802.94	0.50	767.5042	0.00	-26.29250	-50.79333
	1752T	978794.13	0.50	810.4721	0.00	-26.28611	-50.78056
	1752V	978804.36	0.50	762.1182	0.00	-26.27278	-50.74806
N	1752X	978803.61	0.50	766.3275	0.00	-26.26333	-50.71722
	1752Z	978800.92	0.50	787.2933	0.00	-26.26306	-50.68722
	1753A	978805.22	0.50	771.2554	0.00	-26.26667	-50.66667
	1753B	978806.12	0.50	764.0515	0.00	-26.25000	-50.63333
N	1753C	978795.08	0.50	809.2904	0.00	-26.25000	-50.60000
	1753E	978795.27	0.50	771.5719	0.00	-26.23333	-50.53333
	1753F	978792.61	0.50	778.3253	0.00	-26.23333	-50.51667
N	1753G	978792.81	0.50	781.2638	0.00	-26.23278	-50.48083
	1753H	978783.96	0.50	829.6344	0.00	-26.21778	-50.45528
	1753L	978793.80	0.50	796.8369	0.00	-26.19028	-50.41222
N	1753M	978799.66	0.50	778.3961	0.00	-26.18556	-50.39667
	1753P	978798.74	0.50	784.1736	0.00	-26.17722	-50.38972
	1753T	978794.96	0.50	797.0149	0.00	-26.15972	-50.37806
N	1753U	978789.97	0.50	811.6080	0.00	-26.14944	-50.34417
	1753V	978789.18	0.50	810.6460	0.00	-26.14889	-50.32639
	1753Z	978792.29	0.50	799.4019	0.00	-26.17417	-50.25694
N	1754A	978788.70	0.50	811.5776	0.00	-26.18639	-50.21639
	1754C	978792.98	0.50	796.9654	0.00	-26.16250	-50.13194
	1754E	978786.64	0.50	846.3299	0.00	-26.17639	-50.06222
N	1754F	978784.31	0.50	866.6072	0.00	-26.17806	-50.02806
	1754H	978776.65	0.50	907.1187	0.00	-26.17583	-49.97667
	1754J	978791.71	0.50	829.7342	0.00	-26.16639	-49.95389
N	1754L	978776.96	0.50	909.8355	0.00	-26.14222	-49.91639
	1754M	978796.96	0.50	823.2668	0.00	-26.14194	-49.89389
N	1755A	978929.63	0.50	711.8760	0.00	-27.66333	-51.79750
	1755B	978930.50	0.50	718.2221	0.00	-27.68750	-51.78750
	1755C	978927.44	0.50	741.6842	0.00	-27.70444	-51.76528
N	1755E	978935.69	0.50	724.2631	0.00	-27.75778	-51.79667
	1755F	978933.56	0.50	747.6341	0.00	-27.77833	-51.81417
	1755G	978934.94	0.50	752.4330	0.00	-27.79722	-51.83611
N	1755H	978935.75	0.50	755.6440	0.00	-27.81667	-51.83361
	1755J	978935.31	0.50	755.5882	0.00	-27.82056	-51.82778
	1755L	978940.13	0.50	743.4583	0.00	-27.84278	-51.82361

	;COD EST	GRAV(mGal)	DPG	ALTIT(m)	DPAL	LATIT (°)	LONGIT (°)
	2062S	978872.81	0.50	1051.6810	0.00	-27.66278	-49.15944
N	2062T	978886.13	0.50	982.1780	0.00	-27.66889	-49.14111
	2062U	978924.00	0.50	802.2475	0.00	-27.65972	-49.12722
N	2062V	978943.19	0.50	699.8843	0.00	-27.64056	-49.11333
	2062X	978953.00	0.50	648.0687	0.00	-27.64667	-49.09083
N	2062Z	978955.56	0.50	637.5807	0.00	-27.65667	-49.07556
	2063B	978920.56	0.50	837.9057	0.00	-27.67167	-49.05333
	2063C	978913.38	0.50	875.2704	0.00	-27.67750	-49.03750
N	2063D	978926.25	0.50	811.4897	0.00	-27.67222	-49.02000
	2063E	978929.75	0.50	794.2408	0.00	-27.67222	-49.01444
	2063F	978933.94	0.50	780.9903	0.00	-27.68417	-49.00861
N	2063G	978934.31	0.50	806.4008	0.00	-27.69917	-49.00972
	2063J	979008.31	0.50	450.5391	0.00	-27.72028	-48.98306
	2063L	979041.38	0.50	301.4404	0.00	-27.73333	-48.96667
N	2063M	979049.00	0.50	233.4253	0.00	-27.74389	-48.94806
	2063N	979051.31	0.50	221.1652	0.00	-27.74611	-48.92917
	2063P	979054.06	0.50	199.0397	0.00	-27.73056	-48.91028
N	2063R	979055.44	0.50	191.6856	0.00	-27.72000	-48.89417
	2063T	979062.63	0.50	158.2696	0.00	-27.71028	-48.85361
	2063U	979068.38	0.50	130.8893	0.00	-27.70333	-48.83694
N	2063V	979085.25	0.50	59.9256	0.00	-27.69639	-48.82194
	2063X	979082.44	0.50	69.7650	0.00	-27.70083	-48.79944
	2063Z	979089.19	0.50	35.6003	0.00	-27.68833	-48.77889
N	2064A	979096.19	0.50	12.6356	0.00	-27.68167	-48.75389
	2064B	979095.56	0.50	9.5487	0.00	-27.68833	-48.73361
	2064C	979094.56	0.50	18.3246	0.00	-27.68139	-48.71111
N	2064D	979098.94	0.50	8.0341	0.00	-27.67639	-48.68778

## **APÊNDICE B**

### **RELATÓRIOS DO AJUSTAMENTO PARA ALTITUDES DE HELMERT**

## **B.1 – Elementos das Estações Nodais**

;ESTACOES NODAIS

;-----

; (UTILIZANDO GRAVIDADES OBSERVADAS)

;ESTAC	ALTITUDE	VAR_ALT	GRAVID	IND	COD
1K	13.2215	.0000	979134.31	1	N
1Q	120.8015	.0000	979111.68	4	N
2	62.6800	.0000	979139.41	7	N
3J	4.9571	.0000	979175.96	10	N
4D	32.3455	.0000	979123.31	13	N
4L	6.6276	.0000	979166.41	16	N
4P	19.7788	.0000	979154.47	19	N
4X	8.6362	.0025	979153.00	20	C
5L	4.1415	.0000	979298.18	23	N
5N	7.6956	.0000	979101.14	25	N
6O	8.5181	.0225	979105.81	27	C
8G	7.4234	.0000	979081.66	29	N
8P	2.1953	.0000	979064.74	31	N
12E	43.9632	.0000	979178.49	32	N
12P	42.8490	.0000	979199.88	35	N
12X	18.0145	.0025	979221.70	38	C
13I	2.5522	.0400	979066.96	41	C
13O	4.2275	.0000	979053.53	44	N
13U	1.4999	.0100	979051.86	47	C
14B	6.4408	.0000	979048.02	49	N
14I	16.7683	.0000	979030.56	52	N
14R	9.5487	.0000	979017.85	55	N
15D	2.9766	.0025	979021.73	57	C
15J	5.0154	.0000	979016.81	60	N
21G	906.7604	.0000	978810.45	63	N
21I	916.0502	.0000	978811.40	64	N
21P	963.1260	.0000	978805.40	67	N
21V	926.0099	.0000	978834.39	70	N
22C	770.7119	.0000	978862.12	73	N
22G	256.2095	.0000	978928.74	76	N
22K	50.0624	.0000	978968.87	79	N
22P	7.9558	.0000	978994.47	82	N
24K	8.4517	.0000	978958.34	84	N
25A	3.6333	.0025	978968.06	85	C
1400E	16.7301	.0000	979050.01	86	N
1400L	36.7620	.0000	979042.63	91	N
1401A	68.9338	.0000	979036.05	93	N
1401E	79.9584	.0000	979032.70	96	N
1401J	81.2105	.0000	979025.34	99	N
1401R	93.3066	.0000	979028.49	102	N
1401V	130.2961	.0000	979022.52	105	N
1402D	345.7541	.0000	978990.05	108	N
1403H	342.3319	.0000	979004.06	113	N
1403S	355.5314	.0000	979008.66	116	N
1403X	366.8942	.0000	979008.40	119	N
1404D	354.3528	.0000	979009.79	122	N
1404J	437.9826	.0000	978993.04	125	N
1404T	868.9464	.0000	978915.53	128	N
1404Z	891.2199	.0000	978919.71	131	N
1405R	861.0048	.0000	978922.26	134	N
1405U	883.8554	.0000	978919.29	137	N
1406D	868.2955	.0000	978923.75	140	N
1406J	856.4768	.0000	978924.00	143	N
1408Z	964.8356	.0000	978904.57	145	N
1409E	917.6623	.0000	978896.65	149	N
1409J	770.6463	.0000	978922.74	151	N

;ESTAC	ALTITUDE	VAR_ALT	GRAVID	IND	COD
1772V	58.2425	.0000	979198.35	685	N
1773A	528.8410	.0000	979129.61	687	N
1773E	564.5200	.0000	979126.38	691	N
1773N	742.1255	.0000	979087.72	694	N
1774B	773.2436	.0000	979056.85	698	N
1774D	735.7514	.0000	979065.01	700	N
1774H	671.0988	.0000	979080.14	703	N
1774N	753.3895	.0000	979073.94	706	N
1774R	852.4284	.0000	979061.27	708	N
1774V	464.9893	.0000	979132.03	710	N
1775D	196.2027	.0000	979183.20	713	N
1775M	102.9451	.0000	979214.42	716	N
1775R	279.3755	.0000	979192.91	719	N
1775V	531.0315	.0000	979161.46	722	N
1776A	162.5511	.0000	979224.83	725	N
1776F	36.2099	.0000	979257.73	728	N
1776G	34.9272	.0000	979262.86	729	N
1776M	6.2773	.0000	979278.21	733	N
1776T	20.7850	.0000	979289.63	736	N
1776X	4.5005	.0000	979297.00	739	N
1777C	906.9801	.0000	979014.15	743	N
1777F	222.2437	.0000	979123.42	746	N
1777J	96.2938	.0000	979153.08	749	N
1777N	45.4837	.0000	979165.62	752	N
1777T	18.6833	.0000	979174.54	755	N
1777X	22.4672	.0000	979181.14	757	N
1778B	19.0479	.0000	979175.12	760	N
1778J	16.7861	.0000	979168.27	765	N
1778N	29.8514	.0000	979163.02	768	N
1779C	11.1177	.0000	979196.72	772	N
1779F	18.6232	.0000	979196.10	775	N
1779J	5.8886	.0000	979204.69	778	N
1779P	20.0095	.0000	979220.60	781	N
1779T	7.8444	.0000	979228.21	784	N
1779X	8.4417	.0000	979231.36	787	N
1780B	4.2178	.0000	979232.24	790	N
1780E	3.2321	.0000	979239.27	793	N
1780G	14.2161	.0000	979242.48	795	N
1780L	13.2239	.0000	979250.50	798	N
1780P	10.8707	.0000	979257.27	801	N
1780T	7.5651	.0000	979267.26	804	N
1780X	7.3664	.0000	979266.69	807	N
1781B	6.4802	.0000	979272.27	810	N
1781E	15.9857	.0000	979276.93	813	N
1781H	14.3073	.0000	979281.17	816	N
1781M	13.7989	.0000	979280.84	819	N
1781P	14.9408	.0000	979288.13	821	N
1781S	26.3626	.0000	979285.00	823	N
1781V	21.9617	.0000	979283.12	826	N
1782A	28.2809	.0000	979287.76	829	N
1782D	55.5209	.0000	979284.23	832	N
1782G	84.5291	.0000	979278.83	835	N
1782L	9.5719	.0000	979297.72	838	N
1782P	5.7455	.0000	979297.93	841	N
1782T	5.6068	.0000	979297.93	844	N
1783C	66.3516	.0000	979201.06	847	N
1783F	42.0664	.0000	979212.78	850	N
1783J	64.6140	.0000	979231.55	853	N
1783N	83.5708	.0000	979239.73	856	N
1784B	53.2748	.0000	979246.39	858	N



;ESTAC	ALTITUDE	VAR_ALT	GRAVID	IND	COD
2062Z	637.5807	.0000	978982.59	1226	N
2063D	811.4897	.0000	978960.66	1229	N
2063G	806.4008	.0000	978968.50	1232	N
2063M	233.4253	.0000	979058.90	1235	N
2063R	191.6856	.0000	979063.57	1238	N
2063V	59.9256	.0000	979087.79	1241	N
2064A	12.6356	.0000	979096.73	1244	N
2064D	8.0341	.0000	979099.28	1247	N

;=====

;Estacoes Nodais = 430

## **B.2 – Elementos dos Desníveis Intemodais**

```

;SECOES INTERNODAIS
;-----
;(UTILIZANDO GRAVIDADES OBSERVADAS)

;LINHA  INICIO  FINAL  N_SEC
      1      1K      1Q      3
;  EST1    EST2    POT_GRAV_W    VAR_POT    LIG_C-C
      1K      1M    -79325222.148687    112690939.654239
      1M      1O      34786051.286123    122629044.546912
      1O      1Q    -60629358.337245    126355728.132371
                        -105168529.199809    361675712.333523      0
;-----
;LINHA  INICIO  FINAL  N_SEC
      2      1K      4D      2
;  EST1    EST2    POT_GRAV_W    VAR_POT    LIG_C-C
      1K      4A    -1980786.102396      66472525.380235
      4A      4D    -15870971.740414    187487689.714971
                        -17851757.842810    253960215.095205      0
;-----
;LINHA  INICIO  FINAL  N_SEC
      3      1Q      2      3
;  EST1    EST2    POT_GRAV_W    VAR_POT    LIG_C-C
      1Q      1S    -18989659.686893    123620881.177521
      1S      1U    -58453297.673261    121632136.656392
      1U      2     134925366.857453    312972962.897433
                        57482409.497299    558225980.731346      0
;-----
;LINHA  INICIO  FINAL  N_SEC
      4      2      3J      3
;  EST1    EST2    POT_GRAV_W    VAR_POT    LIG_C-C
      2      3C      31976110.155148    320692672.309586
      3C      3F      7671540.762694    188370793.636875
      3F      3J      16181318.709127    256219553.052093
                        55828969.626969    765283018.998555      0
;-----
;LINHA  INICIO  FINAL  N_SEC
      5      2     1446T      3
;  EST1    EST2    POT_GRAV_W    VAR_POT    LIG_C-C
      2     1446X    -56199806.964196    416727109.857286
     1446X    1446V    -28070203.843740      48455685.445416
     1446V    1446T    -39569623.287406      41000362.405484
                        -123839634.095342    506183157.708186      0
;-----
;LINHA  INICIO  FINAL  N_SEC
      6      3J      12E      2
;  EST1    EST2    POT_GRAV_W    VAR_POT    LIG_C-C
      3J      3L      -5825414.164493    124755755.555093
      3L      12E    -32372201.219589    189867816.515934
                        -38197615.384081    314623572.071028      0
;-----
;LINHA  INICIO  FINAL  N_SEC
      7      4D      4L      3
;  EST1    EST2    POT_GRAV_W    VAR_POT    LIG_C-C
      4D      4G    -87330235.707650    195558839.315247
      4G      4I    108429051.908246    126357088.101444
      4I      4L      3411168.167820    206631763.265997
                        24509984.368415    528547690.682688      0
;-----

```

```

;LINHA INICIO FINAL N_SEC
118 1422B 1422G 3
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
1422B 1422C -37857346.741519 26824670.021488
1422C 1422D -109653480.693972 38124900.158909
1422D 1422G 22472262.273300 100961335.071692
-125038565.162191 165910905.252089 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
119 1422G 1422P 3
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
1422G 1422J -1582461.674882 8692892.203742
1422J 1422M 74838415.518127 76125892.504192
1422M 1422P 18886253.273878 74140142.231479
92142207.117122 158958926.939413 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
120 1422P 1422V 3
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
1422P 1422R -28233909.971421 11425259.315754
1422R 1422U -279619918.772290 102325207.686973
1422U 1422V -16135412.137096 20364722.390683
-323989240.880807 134115189.393410 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
121 1422V 1422Z 2
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
1422V 1422X 30786009.044600 37625300.282109
1422X 1422Z 42382979.448130 25083933.554458
73168988.492729 62709233.836567 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
122 1422Z 1423A 1
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
1422Z 1423A -5731242.383217 37377930.312444
-5731242.383217 37377930.312444 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
123 1422Z 1427X 3
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
1422Z 1427T 50262393.710913 76121935.306269
1427T 1427V 36734405.926405 82828524.373081
1427V 1427X -21825707.039994 38372054.035838
65171092.597323 197322513.715188 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
124 1422Z 1751L 2
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
1422Z 1751M 71925275.572862 71775745.041372
1751M 1751L -33324002.377997 37377896.107688
38601273.194864 109153641.149060 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
125 1423A 1423H 4
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
1423A 1423B 39698004.191250 40979577.493406
1423B 1423F 156130669.381099 62092682.338290
1423F 1423G 49347155.820867 35890961.049566
1423G 1423H 83745528.193155 26701634.950972
328921357.586371 165664855.832234 0
;-----

```

```

;LINHA INICIO FINAL N_SEC
  436  2063D  2063G    3
; EST1  EST2  POT_GRAV W  VAR_POT  LIG_C-C
  2063D  2063E    16885528.876377  10929980.296914
  2063E  2063F    12969331.498186  32665950.017049
  2063F  2063G    -24878508.134470  32293502.047202
                      4976352.240094  75889432.361165  0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
  437  2063G  2063M    3
; EST1  EST2  POT_GRAV W  VAR_POT  LIG_C-C
  2063G  2063J    348384548.726289  57262393.630584
  2063J  2063L    145971652.597865  33913234.933420
  2063L  2063M     66588767.528578  35032380.225243
                      560944968.852732  126208008.789247  0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
  438  2063M  2063R    3
; EST1  EST2  POT_GRAV W  VAR_POT  LIG_C-C
  2063M  2063N    12001902.370117  31429969.073004
  2063N  2063P    21660954.503459  33666217.215630
  2063P  2063R     7199050.484416  28200198.482657
                      40861907.357992  93296384.771291  0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
  439  2063R  2063V    3
; EST1  EST2  POT_GRAV W  VAR_POT  LIG_C-C
  2063R  2063T    32713351.615890  68078487.902028
  2063T  2063U    26806296.020774  26958372.682241
  2063U  2063V     69477731.823069  31182852.796349
                      128997379.459733  126219713.380619  0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
  440  2063V  2064A    3
; EST1  EST2  POT_GRAV W  VAR_POT  LIG_C-C
  2063V  2063X    -9635191.175891  34040644.408998
  2063X  2063Z    33448976.644473  30313656.607653
  2063Z  2064A    22482928.922459  35656229.930054
                      46296714.391041  100010530.946705  0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
  441  2064A  2064D    3
; EST1  EST2  POT_GRAV W  VAR_POT  LIG_C-C
  2064A  2064B     3020903.863811  32426223.203839
  2064B  2064C    -8593816.256767  30438365.579614
  2064C  2064D    10073932.210289  31432377.842296
                      4501019.817332  94296966.625749  0
;-----
; Linhas Internodais = 441

```

### **B.3 – Altitudes Ajustadas das Estações Nodais**

;ALTITUDES AJUSTADAS DAS ESTACOES NODAIS

;-----  
; (UTILIZANDO GRAVIDADES OBSERVADAS)

; Variancia da observacao de peso unitario = .990960

;EST	COD	ALT.PREL	CORRECAO	ALT.CORR	D.P.ALT
1K	N	13.2215	.0079	13.2294	.0406
1Q	N	120.8015	-.1704	120.6311	.0411
2	N	62.6800	-.7761	61.9039	.0406
3J	N	4.9571	-.0743	4.8828	.0421
4D	N	32.3455	-.8759	31.4696	.0397
4L	N	6.6276	-.1751	6.4525	.0367
4P	N	19.7788	-.1231	19.6557	.0343
4X	C	8.6362	-.0025	8.6337	.0345
5L	N	4.1415	-.0062	4.1353	.0361
5N	N	7.6956	-.0557	7.6399	.0363
6O	C	8.5181	-.1230	8.3951	.0364
8G	N	7.4234	-.0583	7.3651	.0365
8P	N	2.1953	-.0561	2.1392	.0358
12E	N	43.9632	-.0716	43.8916	.0421
12P	N	42.8490	-.0624	42.7866	.0415
12X	C	18.0145	.0078	18.0223	.0402
13I	C	2.5522	.2025	2.7547	.0360
13O	N	4.2275	-.0625	4.1650	.0360
13U	C	1.4999	.1016	1.6015	.0357
14B	N	6.4408	-.0664	6.3744	.0358
14I	N	16.7683	-.0670	16.7013	.0355
14R	N	9.5487	-.0682	9.4805	.0344
15D	C	2.9766	-.0120	2.9646	.0339
15J	N	5.0154	-.0705	4.9449	.0357
21G	N	906.7604	.0448	906.8052	.0388
21I	N	916.0502	.0430	916.0932	.0390
21P	N	963.1260	.0458	963.1718	.0393
21V	N	926.0099	.0158	926.0257	.0394
22C	N	770.7119	-.0192	770.6927	.0392
22G	N	256.2095	-.0581	256.1514	.0389
22K	N	50.0624	-.0698	49.9926	.0385
22P	N	7.9558	-.0792	7.8766	.0379
24K	N	8.4517	.0666	8.5183	.0400
25A	C	3.6333	-.0177	3.6156	.0390
1400E	N	16.7301	-.0362	16.6939	.0434
1400L	N	36.7620	-.0347	36.7273	.0436
1401A	N	68.9338	-.0348	68.8990	.0437
1401E	N	79.9584	-.0353	79.9231	.0446
1401J	N	81.2105	-.0359	81.1746	.0455
1401R	N	93.3066	-.0371	93.2695	.0464
1401V	N	130.2961	-.0374	130.2587	.0470
1402D	N	345.7541	-.0298	345.7243	.0478
1403H	N	342.3319	-.0344	342.2975	.0486
1403S	N	355.5314	-.0363	355.4951	.0489
1403X	N	366.8942	-.0380	366.8562	.0491
1404D	N	354.3528	-.0396	354.3132	.0491
1404J	N	437.9826	-.0342	437.9484	.0492
1404T	N	868.9464	.0195	868.9659	.0492
1404Z	N	891.2199	.0211	891.2410	.0491
1405R	N	861.0048	.0170	861.0218	.0485
1405U	N	883.8554	.0200	883.8754	.0483
1406D	N	868.2955	.0153	868.3108	.0480
1406J	N	856.4768	.0154	856.4922	.0478
1408Z	N	964.8356	.0308	964.8664	.0491

;EST	COD	ALT.PREL	CORRECAO	ALT.CORR	D.P.ALT
1772V	N	58.2425	-.0517	58.1908	.0594
1773A	N	528.8410	-.0240	528.8170	.0578
1773E	N	564.5200	-.0196	564.5004	.0578
1773N	N	742.1255	.0101	742.1356	.0575
1774B	N	773.2436	.0133	773.2569	.0566
1774D	N	735.7514	.0088	735.7602	.0567
1774H	N	671.0988	.0032	671.1020	.0568
1774N	N	753.3895	.0140	753.4035	.0569
1774R	N	852.4284	.0273	852.4557	.0568
1774V	N	464.9893	-.0095	464.9798	.0567
1775D	N	196.2027	-.0177	196.1850	.0574
1775M	N	102.9451	-.0165	102.9286	.0580
1775R	N	279.3755	-.0083	279.3672	.0581
1775V	N	531.0315	.0100	531.0415	.0582
1776A	N	162.5511	-.0082	162.5429	.0582
1776F	N	36.2099	-.0067	36.2032	.0581
1776G	N	34.9272	-.0057	34.9215	.0581
1776M	N	6.2773	-.0021	6.2752	.0579
1776T	N	20.7850	.0058	20.7908	.0574
1776X	N	4.5005	.0090	4.5095	.0575
1777C	N	906.9801	.0523	907.0324	.0524
1777F	N	222.2437	-.0097	222.2340	.0519
1777J	N	96.2938	-.0128	96.2810	.0513
1777N	N	45.4837	-.0121	45.4716	.0506
1777T	N	18.6833	-.0110	18.6723	.0499
1777X	N	22.4672	-.0096	22.4576	.0491
1778B	N	19.0479	-.0090	19.0389	.0485
1778J	N	16.7861	-.0081	16.7780	.0474
1778N	N	29.8514	-.0076	29.8438	.0467
1779C	N	11.1177	-.0090	11.1087	.0500
1779F	N	18.6232	-.0083	18.6149	.0508
1779J	N	5.8886	-.0076	5.8810	.0517
1779P	N	20.0095	-.0067	20.0028	.0527
1779T	N	7.8444	-.0060	7.8384	.0533
1779X	N	8.4417	-.0053	8.4364	.0540
1780B	N	4.2178	-.0045	4.2133	.0545
1780E	N	3.2321	-.0039	3.2282	.0550
1780G	N	14.2161	-.0034	14.2127	.0553
1780L	N	13.2239	-.0027	13.2212	.0558
1780P	N	10.8707	-.0021	10.8686	.0562
1780T	N	7.5651	-.0014	7.5637	.0565
1780X	N	7.3664	-.0008	7.3656	.0568
1781B	N	6.4802	.0000	6.4802	.0571
1781E	N	15.9857	.0005	15.9862	.0573
1781H	N	14.3073	.0009	14.3082	.0574
1781M	N	13.7989	.0016	13.8005	.0576
1781P	N	14.9408	.0019	14.9427	.0577
1781S	N	26.3626	.0025	26.3651	.0578
1781V	N	21.9617	.0032	21.9649	.0578
1782A	N	28.2809	.0038	28.2847	.0579
1782D	N	55.5209	.0047	55.5256	.0579
1782G	N	84.5291	.0058	84.5349	.0579
1782L	N	9.5719	.0057	9.5776	.0578
1782P	N	5.7455	.0064	5.7519	.0577
1782T	N	5.6068	.0094	5.6162	.0576
1783C	N	66.3516	-.0531	66.2985	.0593
1783F	N	42.0664	-.0545	42.0119	.0592
1783J	N	64.6140	-.0563	64.5577	.0591
1783N	N	83.5708	-.0575	83.5133	.0588
1784B	N	53.2748	-.0540	53.2208	.0589



```

;EST      COD ALT.PREL      CORRECAO  ALT.CORR  D.P.ALT
2062T N    982.1780        .0553    982.2333    .0444
2062V N    699.8843        .0161    699.9004    .0441
2062Z N    637.5807        .0121    637.5928    .0437
2063D N    811.4897        .0323    811.5220    .0429
2063G N    806.4008        .0299    806.4307    .0423
2063M N    233.4253       -.0147    233.4106    .0413
2063R N    191.6856       -.0137    191.6719    .0406
2063V N     59.9256       -.0136     59.9120    .0395
2064A N     12.6356       -.0113     12.6243    .0385
2064D N      8.0341       -.0088      8.0253    .0375
;=====
;Estacoes Nodais =              430

;EST      COD ALT.PREL      CORRECAO  ALT.AJUST  D.P.ALT
4X C       8.6362        -.0025     8.6337    .0345
60 C       8.5181        -.1230     8.3951    .0364
12X C      18.0145        .0078    18.0223    .0402
13I C       2.5522        .2025     2.7547    .0360
13U C       1.4999        .1016     1.6015    .0357
15D C       2.9766       -.0120     2.9646    .0339
25A C       3.6333       -.0177     3.6156    .0390
;=====
;Estacoes Conhecidas =              7

```

#### **B.4 – Altitudes Ajustadas das Estações Intercaladas**

```

;ALTITUDES E DESNIVEIS AJUSTADOS DAS ESTACOES INTERCALADAS
;-----
;(UTILIZANDO GRAVIDADES OBSERVADAS)

;LINHA INTERNODAL:      1      [      1K -      1Q]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .311020

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
      1M      95.1530      -.9096      94.2434      .0401
      1O      58.5557      .1557      58.7114      .0403
;=====
;INICIO  FINAL  DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
      1K      1M      81.0164  -.0034      81.0130      .0050      9.07      .0017
      1M      1O     -35.5279  -.0037     -35.5316      .0051      9.87      .0016
      1O      1Q      61.9225  -.0038      61.9187      .0052     10.17      .0016
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      3

;LINHA INTERNODAL:      2      [      1K -      4D]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .218391

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
      4A      15.8564      -.6019      15.2545      .0395
;=====
;INICIO  FINAL  DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
      1K      4A      2.0230      .0020      2.0250      .0033      5.35      .0014
      4A      4D      16.2093      .0056      16.2149      .0033     15.09      .0009
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      2

;LINHA INTERNODAL:      3      [      1Q -      2]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .480042

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
      1S      141.9136     -1.8912     140.0224      .0403
      1U      207.3167     -7.5964     199.7203      .0402
;=====
;INICIO  FINAL  DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
      1Q      1S      19.3948  -.0037      19.3911      .0069      9.95      .0022
      1S      1U      59.7006  -.0036      59.6970      .0069      9.79      .0022
      1U      2     -137.8024  -.0094    -137.8118      .0083     25.19      .0017
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      3

;LINHA INTERNODAL:      4      [      2 -      3J]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .007711

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
      3C      29.3117      -.0667      29.2450      .0391
      3F      21.4791      -.0699      21.4092      .0397
;=====
;INICIO  FINAL  DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
      2      3C     -32.6571  -.0010     -32.6581      .0012     25.81      .0002
      3C      3F      -7.8348  -.0006      -7.8354      .0011     15.16      .0003
      3F      3J     -16.5255  -.0008     -16.5263      .0012     20.62      .0003
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      3

```

```

;LINHA INTERNODAL: 118          [ 1422B - 1422G]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .002117

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
1422C      856.4565      .0000      856.4565      .0505
1422D      968.4761      .0148      968.4909      .0503
;=====
;INICIO  FINAL  DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
1422B  1422C      38.6734  -.0001      38.6733  .0002      2.16  .0002
1422C  1422D     112.0185  -.0001     112.0184  .0003      3.07  .0001
1422D  1422G     -22.9571  -.0004     -22.9575  .0003      8.13  .0001
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      3

;LINHA INTERNODAL: 119          [ 1422G - 1422P]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .002029

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
1422J      947.1389      .0073      947.1462      .0505
1422M      870.6875     -.0060      870.6815      .0501
;=====
;INICIO  FINAL  DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
1422G  1422J      1.6166  .0000      1.6166  .0001      .70  .0002
1422J  1422M     -76.4524  -.0003     -76.4527  .0003      6.13  .0001
1422M  1422P     -19.2934  -.0003     -19.2937  .0003      5.97  .0001
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      3

;LINHA INTERNODAL: 120          [ 1422P - 1422V]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .001712

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
1422R      880.2398     -.0077      880.2321      .0500
1422U     1165.8963      .0396     1165.9359      .0498
;=====
;INICIO  FINAL  DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
1422P  1422R      28.8426  .0000      28.8426  .0001      .92  .0001
1422R  1422U     285.6557  -.0004     285.6553  .0002      8.24  .0001
1422U  1422V      16.4841  -.0001      16.4840  .0002      1.64  .0001
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      3

;LINHA INTERNODAL: 121          [ 1422V - 1422Z]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .000800

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
1422X     1150.9306      .0307     1150.9613      .0497
;=====
;INICIO  FINAL  DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
1422V  1422X     -31.4512  -.0001     -31.4513  .0001      3.03  .0001
1422X  1422Z     -43.2984  -.0001     -43.2985  .0001      2.02  .0001
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      2

```

```

;LINHA INTERNODAL: 438          [ 2063M - 2063R]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .036510

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
  2063N    221.1652      -.0142    221.1510      .0408
  2063P    199.0397      -.0140    199.0257      .0406
;=====
;INICIO   FINAL    DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
  2063M   2063N    -12.2586  -.0006   -12.2592   .0009    2.53   .0006
  2063N   2063P    -22.1242  -.0007   -22.1249   .0009    2.71   .0005
  2063P   2063R     -7.3530  -.0006    -7.3536   .0009    2.27   .0006
;=====
;Desniveis que compoem a linha =    3

;LINHA INTERNODAL: 439          [ 2063R - 2063V]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .049394

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
  2063T    158.2696      -.0129    158.2567      .0397
  2063U    130.8893      -.0131    130.8762      .0395
;=====
;INICIO   FINAL    DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
  2063R   2063T    -33.4128  -.0014   -33.4142   .0013    5.48   .0005
  2063T   2063U    -27.3793  -.0005   -27.3798   .0010    2.17   .0007
  2063U   2063V    -70.9622  -.0006   -70.9628   .0011    2.51   .0007
;=====
;Desniveis que compoem a linha =    3

;LINHA INTERNODAL: 440          [ 2063V - 2064A]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .039138

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
  2063X     69.7650      -.0125     69.7525      .0389
  2063Z     35.6003      -.0121     35.5882      .0385
;=====
;INICIO   FINAL    DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
  2063V   2063X     9.8410  -.0007     9.8403   .0010    2.74   .0006
  2063X   2063Z    -34.1634  -.0006   -34.1640   .0009    2.44   .0006
  2063Z   2064A    -22.9630  -.0007   -22.9637   .0010    2.87   .0006
;=====
;Desniveis que compoem a linha =    3

;LINHA INTERNODAL: 441          [ 2064A - 2064D]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .036902

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
  2064B     9.5487      -.0104     9.5383      .0379
  2064C    18.3246      -.0096    18.3150      .0376
;=====
;INICIO   FINAL    DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
  2064A   2064B    -3.0854  -.0007    -3.0861   .0009    2.61   .0006
  2064B   2064C     8.7773  -.0006     8.7767   .0009    2.45   .0006
  2064C   2064D   -10.2890  -.0006   -10.2896   .0009    2.53   .0006
;=====
;Desniveis que compoem a linha =    3

```

## **B.5 – Altitudes Ajustadas de Todas as Estações**

;ALTITUDES AJUSTADAS DAS ESTACOES

;-----  
; (UTILIZANDO GRAVIDADES OBSERVADAS)

;N.ORD	ESTACAO	COD	ALTITUDE	D.P.ALT
1	1K	N	13.2294	.0406
2	1M		94.2434	.0401
3	1O		58.7114	.0403
4	1Q	N	120.6311	.0411
5	1S		140.0224	.0403
6	1U		199.7203	.0402
7	2	N	61.9039	.0406
8	3C		29.2450	.0391
9	3F		21.4092	.0397
10	3J	N	4.8828	.0421
11	3L		10.8317	.0412
12	4A		15.2545	.0395
13	4D	N	31.4696	.0397
14	4G		120.6697	.0380
15	4I		9.9304	.0371
16	4L	N	6.4525	.0367
17	4M		6.2707	.0354
18	4O		7.5424	.0344
19	4P	N	19.6557	.0343
20	4X	C	8.6337	.0345
21	5B		10.0890	.0347
22	5K		16.0635	.0357
23	5L	N	4.1353	.0361
24	5M		4.9237	.0358
25	5N	N	7.6399	.0363
26	S5N		7.1387	.0356
27	6O	C	8.3951	.0364
28	8C		4.7593	.0356
29	8G	N	7.3651	.0365
30	8K		15.6488	.0352
31	8P	N	2.1392	.0358
32	12E	N	43.8916	.0421
33	12H		143.6558	.0409
34	12K		18.9019	.0406
35	12P	N	42.7866	.0415
36	12R		13.2077	.0399
37	12U		12.4810	.0394
38	12X	C	18.0223	.0402
39	13E		1.8786	.0354
40	13F		2.3786	.0353
41	13I	C	2.7547	.0360
42	13J		2.2903	.0353
43	13M		121.2827	.0352
44	13O	N	4.1650	.0360
45	13R		9.4099	.0351
46	13T		1.6431	.0353
47	13U	C	1.6015	.0357
48	13V		2.9617	.0350
49	14B	N	6.3744	.0358
50	14D		9.9234	.0350
51	14G		11.1013	.0349
52	14I	N	16.7013	.0355
53	14L		7.9225	.0341
54	14O		10.5139	.0338
55	14R	N	9.4805	.0344
56	14S		10.8418	.0338

;N.ORD	ESTACAO	COD	ALTITUDE	D.P.ALT
428	1747Z	N	1164.0707	.0491
429	1750P	N	1342.8433	.0518
430	1750R		1303.5523	.0515
431	1750S		1245.1572	.0514
432	1750T	N	1205.0184	.0516
433	1750U		1190.6519	.0513
434	1750V		1239.6187	.0512
435	1750X	N	1232.1907	.0514
436	1750Z		1252.1888	.0511
437	1751A		1243.9668	.0510
438	1751B	N	1244.0469	.0511
439	1751C		1236.8216	.0508
440	1751D		1240.0288	.0507
441	1751E	N	1202.7277	.0508
442	1751F		1072.2410	.0502
443	1751G		1096.8772	.0500
444	1751L	N	1068.2198	.0502
445	1751M		1034.1693	.0497
446	1752E	N	750.9220	.0515
447	1752F		750.2365	.0510
448	1752G		751.0605	.0508
449	1752L	N	752.4452	.0511
450	1752M		752.3946	.0506
451	1752R		758.4721	.0503
452	1752S	N	767.5519	.0506
453	1752T		810.5246	.0503
454	1752V		762.1636	.0501
455	1752X	N	766.3738	.0502
456	1752Z		787.3413	.0497
457	1753A		771.3009	.0495
458	1753B		764.0959	.0494
459	1753C	N	809.3426	.0496
460	1753E		771.6250	.0489
461	1753F		778.3806	.0487
462	1753G	N	781.3192	.0488
463	1753H		829.6948	.0483
464	1753L		796.8889	.0480
465	1753M	N	778.4443	.0481
466	1753P		784.2225	.0477
467	1753T		797.0664	.0471
468	1753U	N	811.6625	.0472
469	1753V		810.7013	.0468
470	1753Z		799.4568	.0463
471	1754A	N	811.6363	.0463
472	1754C		797.0209	.0453
473	1754E		846.3906	.0449
474	1754F	N	866.6696	.0450
475	1754H		907.1872	.0440
476	1754J		829.7916	.0437
477	1754L	N	909.9023	.0437
478	1754M		823.3194	.0432
479	1755A	N	711.8370	.0493
480	1755B		718.1846	.0491
481	1755C		741.6506	.0493
482	1755E	N	724.2294	.0498
483	1755F		747.6047	.0497
484	1755G		752.4047	.0498
485	1755H	N	755.6172	.0502
486	1755J		755.5621	.0501
487	1755L		743.4319	.0501



;N.ORD	ESTACAO	COD	ALTITUDE	D.P.ALT
1221	2062S		1051.7463	.0444
1222	2062T	N	982.2333	.0444
1223	2062U		802.2760	.0441
1224	2062V	N	699.9004	.0441
1225	2062X		648.0813	.0437
1226	2062Z	N	637.5928	.0437
1227	2063B		837.9402	.0430
1228	2063C		875.3117	.0428
1229	2063D	N	811.5220	.0429
1230	2063E		794.2711	.0426
1231	2063F		781.0195	.0423
1232	2063G	N	806.4307	.0423
1233	2063J		450.5334	.0416
1234	2063L		301.4258	.0413
1235	2063M	N	233.4106	.0413
1236	2063N		221.1510	.0408
1237	2063P		199.0257	.0406
1238	2063R	N	191.6719	.0406
1239	2063T		158.2567	.0397
1240	2063U		130.8762	.0395
1241	2063V	N	59.9120	.0395
1242	2063X		69.7525	.0389
1243	2063Z		35.5882	.0385
1244	2064A	N	12.6243	.0385
1245	2064B		9.5383	.0379
1246	2064C		18.3150	.0376
1247	2064D	N	8.0253	.0375

;=====

## **APÊNDICE C**

### **RELATÓRIOS DO AJUSTAMENTO PARA ALTITUDES NORMAIS**

### **C.1 – Elementos das Estações Nodais**

;ESTACOES NODAIS

;-----

; (UTILIZANDO GRAVIDADES NORMAIS)

;ESTAC	ALTITUDE	VAR_ALT	GRAVID	IND	COD
1K	13.2215	.0000	979193.91	1	N
1Q	120.8015	.0000	979177.30	4	N
2	62.6800	.0000	979204.81	7	N
3J	4.9571	.0000	979240.16	10	N
4D	32.3455	.0000	979180.91	13	N
4L	6.6276	.0000	979195.53	16	N
4P	19.7788	.0000	979183.92	19	N
4X	8.6362	.0025	979187.25	20	C
5L	4.1415	.0000	979151.60	23	N
5N	7.6956	.0000	979145.69	25	N
6O	8.5181	.0225	979139.05	27	C
8G	7.4234	.0000	979128.86	29	N
8P	2.1953	.0000	979114.93	31	N
12E	43.9632	.0000	979238.56	32	N
12P	42.8490	.0000	979255.16	35	N
12X	18.0145	.0025	979269.46	38	C
13I	2.5522	.0400	979108.24	41	C
13O	4.2275	.0000	979098.29	44	N
13U	1.4999	.0100	979089.75	47	C
14B	6.4408	.0000	979078.53	49	N
14I	16.7683	.0000	979068.49	52	N
14R	9.5487	.0000	979053.19	55	N
15D	2.9766	.0025	979052.71	57	C
15J	5.0154	.0000	979046.71	60	N
21G	906.7604	.0000	978852.02	63	N
21I	916.0502	.0000	978852.44	64	N
21P	963.1260	.0000	978856.27	67	N
21V	926.0099	.0000	978871.01	70	N
22C	770.7119	.0000	978895.39	73	N
22G	256.2095	.0000	978978.69	76	N
22K	50.0624	.0000	979016.17	79	N
22P	7.9558	.0000	979030.42	82	N
24K	8.4517	.0000	978987.07	84	N
25A	3.6333	.0025	978990.51	85	C
1400E	16.7301	.0000	979085.05	86	N
1400L	36.7620	.0000	979082.12	91	N
1401A	68.9338	.0000	979077.56	93	N
1401E	79.9584	.0000	979081.81	96	N
1401J	81.2105	.0000	979082.61	99	N
1401R	93.3066	.0000	979086.99	102	N
1401V	130.2961	.0000	979082.93	105	N
1402D	345.7541	.0000	979054.12	108	N
1403H	342.3319	.0000	979062.43	113	N
1403S	355.5314	.0000	979063.09	116	N
1403X	366.8942	.0000	979059.72	119	N
1404D	354.3528	.0000	979061.17	122	N
1404J	437.9826	.0000	979048.02	125	N
1404T	868.9464	.0000	978987.49	128	N
1404Z	891.2199	.0000	978990.97	131	N
1405R	861.0048	.0000	978997.05	134	N
1405U	883.8554	.0000	978994.37	137	N
1406D	868.2955	.0000	978997.51	140	N
1406J	856.4768	.0000	979000.36	143	N
1408Z	964.8356	.0000	978993.35	145	N
1409E	917.6623	.0000	979000.69	149	N
1409J	770.6463	.0000	979020.28	151	N

;ESTAC	ALTITUDE	VAR_ALT	GRAVID	IND	COD
1772V	58.2425	.0000	979250.42	685	N
1773A	528.8410	.0000	979180.06	687	N
1773E	564.5200	.0000	979175.26	691	N
1773N	742.1255	.0000	979147.66	694	N
1774B	773.2436	.0000	979123.13	698	N
1774D	735.7514	.0000	979130.87	700	N
1774H	671.0988	.0000	979145.65	703	N
1774N	753.3895	.0000	979138.92	706	N
1774R	852.4284	.0000	979126.56	708	N
1774V	464.9893	.0000	979192.46	710	N
1775D	196.2027	.0000	979243.16	713	N
1775M	102.9451	.0000	979265.30	716	N
1775R	279.3755	.0000	979240.58	719	N
1775V	531.0315	.0000	979204.89	722	N
1776A	162.5511	.0000	979266.10	725	N
1776F	36.2099	.0000	979291.12	728	N
1776G	34.9272	.0000	979293.45	729	N
1776M	6.2773	.0000	979304.31	733	N
1776T	20.7850	.0000	979313.18	736	N
1776X	4.5005	.0000	979318.92	739	N
1777C	906.9801	.0000	979092.02	743	N
1777F	222.2437	.0000	979197.53	746	N
1777J	96.2938	.0000	979219.06	749	N
1777N	45.4837	.0000	979231.70	752	N
1777T	18.6833	.0000	979239.91	755	N
1777X	22.4672	.0000	979245.11	757	N
1778B	19.0479	.0000	979241.47	760	N
1778J	16.7861	.0000	979235.34	765	N
1778N	29.8514	.0000	979231.59	768	N
1779C	11.1177	.0000	979253.13	772	N
1779F	18.6232	.0000	979254.19	775	N
1779J	5.8886	.0000	979262.11	778	N
1779P	20.0095	.0000	979268.08	781	N
1779T	7.8444	.0000	979274.97	784	N
1779X	8.4417	.0000	979278.98	787	N
1780B	4.2178	.0000	979284.14	790	N
1780E	3.2321	.0000	979287.54	793	N
1780G	14.2161	.0000	979289.47	795	N
1780L	13.2239	.0000	979294.27	798	N
1780P	10.8707	.0000	979298.41	801	N
1780T	7.5651	.0000	979303.96	804	N
1780X	7.3664	.0000	979304.33	807	N
1781B	6.4802	.0000	979309.92	810	N
1781E	15.9857	.0000	979312.77	813	N
1781H	14.3073	.0000	979313.63	816	N
1781M	13.7989	.0000	979311.24	819	N
1781P	14.9408	.0000	979313.02	821	N
1781S	26.3626	.0000	979310.60	823	N
1781V	21.9617	.0000	979311.61	826	N
1782A	28.2809	.0000	979311.04	829	N
1782D	55.5209	.0000	979308.64	832	N
1782G	84.5291	.0000	979305.96	835	N
1782L	9.5719	.0000	979318.83	838	N
1782P	5.7455	.0000	979319.51	841	N
1782T	5.6068	.0000	979320.59	844	N
1783C	66.3516	.0000	979255.04	847	N
1783F	42.0664	.0000	979263.61	850	N
1783J	64.6140	.0000	979265.63	853	N
1783N	83.5708	.0000	979265.80	856	N
1784B	53.2748	.0000	979275.67	858	N

;ESTAC	ALTITUDE	VAR_ALT	GRAVID	IND	COD
2062Z	637.5807	.0000	979046.91	1226	N
2063D	811.4897	.0000	979021.23	1229	N
2063G	806.4008	.0000	979024.02	1232	N
2063M	233.4253	.0000	979115.76	1235	N
2063R	191.6856	.0000	979120.43	1238	N
2063V	59.9256	.0000	979139.01	1241	N
2064A	12.6356	.0000	979145.21	1244	N
2064D	8.0341	.0000	979145.53	1247	N

;=====

;Estacoes Nodais = 430

## **C.2 – Elementos dos Desníveis Intemodais**

```

;SECOES INTERNODAIS
;-----
;(UTILIZANDO GRAVIDADES NORMAIS)

;LINHA  INICIO  FINAL  N_SEC
      1      1K      1Q      3
;  EST1    EST2    POT_GRAV_W    VAR_POT    LIG_C-C
      1K      1M    -79325222.148687    112690939.654239
      1M      1O      34786051.286123    122629044.546912
      1O      1Q    -60629358.337245    126355728.132371
                      -105168529.199809    361675712.333523      0
;-----
;LINHA  INICIO  FINAL  N_SEC
      2      1K      4D      2
;  EST1    EST2    POT_GRAV_W    VAR_POT    LIG_C-C
      1K      4A    -1980786.102396      66472525.380235
      4A      4D    -15870971.740414    187487689.714971
                      -17851757.842810    253960215.095205      0
;-----
;LINHA  INICIO  FINAL  N_SEC
      3      1Q      2      3
;  EST1    EST2    POT_GRAV_W    VAR_POT    LIG_C-C
      1Q      1S    -18989659.686893    123620881.177521
      1S      1U    -58453297.673261    121632136.656392
      1U      2     134925366.857453    312972962.897433
                      57482409.497299    558225980.731346      0
;-----
;LINHA  INICIO  FINAL  N_SEC
      4      2      3J      3
;  EST1    EST2    POT_GRAV_W    VAR_POT    LIG_C-C
      2      3C      31976110.155148    320692672.309586
      3C      3F      7671540.762694    188370793.636875
      3F      3J      16181318.709127    256219553.052093
                      55828969.626969    765283018.998555      0
;-----
;LINHA  INICIO  FINAL  N_SEC
      5      2     1446T      3
;  EST1    EST2    POT_GRAV_W    VAR_POT    LIG_C-C
      2     1446X    -56199806.964196    416727109.857286
     1446X    1446V    -28070203.843740      48455685.445416
     1446V    1446T    -39569623.287406    41000362.405484
                      -123839634.095342    506183157.708186      0
;-----
;LINHA  INICIO  FINAL  N_SEC
      6      3J      12E      2
;  EST1    EST2    POT_GRAV_W    VAR_POT    LIG_C-C
      3J      3L      -5825414.164493    124755755.555093
      3L      12E    -32372201.219589    189867816.515934
                      -38197615.384081    314623572.071028      0
;-----
;LINHA  INICIO  FINAL  N_SEC
      7      4D      4L      3
;  EST1    EST2    POT_GRAV_W    VAR_POT    LIG_C-C
      4D      4G    -87330235.707650    195558839.315247
      4G      4I    108429051.908246    126357088.101444
      4I      4L      3411168.167820    206631763.265997
                      24509984.368415    528547690.682688      0
;-----

```



```

;LINHA INICIO FINAL N_SEC
118 1422B 1422G 3
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
1422B 1422C -37857346.741519 26824670.021488
1422C 1422D -109653480.693972 38124900.158909
1422D 1422G 22472262.273300 100961335.071692
-125038565.162191 165910905.252089 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
119 1422G 1422P 3
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
1422G 1422J -1582461.674882 8692892.203742
1422J 1422M 74838415.518127 76125892.504192
1422M 1422P 18886253.273878 74140142.231479
92142207.117122 158958926.939413 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
120 1422P 1422V 3
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
1422P 1422R -28233909.971421 11425259.315754
1422R 1422U -279619918.772290 102325207.686973
1422U 1422V -16135412.137096 20364722.390683
-323989240.880807 134115189.393410 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
121 1422V 1422Z 2
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
1422V 1422X 30786009.044600 37625300.282109
1422X 1422Z 42382979.448130 25083933.554458
73168988.492729 62709233.836567 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
122 1422Z 1423A 1
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
1422Z 1423A -5731242.383217 37377930.312444
-5731242.383217 37377930.312444 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
123 1422Z 1427X 3
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
1422Z 1427T 50262393.710913 76121935.306269
1427T 1427V 36734405.926405 82828524.373081
1427V 1427X -21825707.039994 38372054.035838
65171092.597323 197322513.715188 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
124 1422Z 1751L 2
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
1422Z 1751M 71925275.572862 71775745.041372
1751M 1751L -33324002.377997 37377896.107688
38601273.194864 109153641.149060 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
125 1423A 1423H 4
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
1423A 1423B 39698004.191250 40979577.493406
1423B 1423F 156130669.381099 62092682.338290
1423F 1423G 49347155.820867 35890961.049566
1423G 1423H 83745528.193155 26701634.950972
328921357.586371 165664855.832234 0
;-----

```

```

;LINHA INICIO FINAL N_SEC
436 2063D 2063G 3
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
2063D 2063E 16885528.876377 10929980.296914
2063E 2063F 12969331.498186 32665950.017049
2063F 2063G -24878508.134470 32293502.047202
4976352.240094 75889432.361165 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
437 2063G 2063M 3
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
2063G 2063J 348384548.726289 57262393.630584
2063J 2063L 145971652.597865 33913234.933420
2063L 2063M 66588767.528578 35032380.225243
560944968.852732 126208008.789247 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
438 2063M 2063R 3
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
2063M 2063N 12001902.370117 31429969.073004
2063N 2063P 21660954.503459 33666217.215630
2063P 2063R 7199050.484416 28200198.482657
40861907.357992 93296384.771291 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
439 2063R 2063V 3
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
2063R 2063T 32713351.615890 68078487.902028
2063T 2063U 26806296.020774 26958372.682241
2063U 2063V 69477731.823069 31182852.796349
128997379.459733 126219713.380619 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
440 2063V 2064A 3
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
2063V 2063X -9635191.175891 34040644.408998
2063X 2063Z 33448976.644473 30313656.607653
2063Z 2064A 22482928.922459 35656229.930054
46296714.391041 100010530.946705 0
;-----
;LINHA INICIO FINAL N_SEC
441 2064A 2064D 3
; EST1 EST2 POT_GRAV W VAR_POT LIG_C-C
2064A 2064B 3020903.863811 32426223.203839
2064B 2064C -8593816.256767 30438365.579614
2064C 2064D 10073932.210289 31432377.842296
4501019.817332 94296966.625749 0
;-----
; Linhas Internodais = 441

```

### **C.3 – Altitudes Ajustadas das Estações Nodais**

;ALTITUDES AJUSTADAS DAS ESTACOES NODAIS

;-----

; (UTILIZANDO GRAVIDADES NORMAIS)

; Variancia da observacao de peso unitario = .990847

;EST	COD	ALT.PREL	CORRECAO	ALT.CORR	D.P.ALT
1K	N	13.2215	.0075	13.2290	.0406
1Q	N	120.8015	-.1781	120.6234	.0411
2	N	62.6800	-.7798	61.9002	.0406
3J	N	4.9571	-.0741	4.8830	.0421
4D	N	32.3455	-.8774	31.4681	.0397
4L	N	6.6276	-.1749	6.4527	.0367
4P	N	19.7788	-.1233	19.6555	.0343
4X	C	8.6362	-.0025	8.6337	.0345
5L	N	4.1415	-.0053	4.1362	.0361
5N	N	7.6956	-.0558	7.6398	.0363
6O	C	8.5181	-.1230	8.3951	.0364
8G	N	7.4234	-.0584	7.3650	.0365
8P	N	2.1953	-.0560	2.1393	.0358
12E	N	43.9632	-.0737	43.8895	.0421
12P	N	42.8490	-.0642	42.7848	.0415
12X	C	18.0145	.0075	18.0220	.0402
13I	C	2.5522	.2027	2.7549	.0359
13O	N	4.2275	-.0625	4.1650	.0360
13U	C	1.4999	.1018	1.6017	.0357
14B	N	6.4408	-.0664	6.3744	.0358
14I	N	16.7683	-.0675	16.7008	.0355
14R	N	9.5487	-.0684	9.4803	.0344
15D	C	2.9766	-.0119	2.9647	.0339
15J	N	5.0154	-.0705	4.9449	.0357
21G	N	906.7604	.0065	906.7669	.0388
21I	N	916.0502	.0047	916.0549	.0390
21P	N	963.1260	-.0041	963.1219	.0393
21V	N	926.0099	-.0186	925.9913	.0394
22C	N	770.7119	-.0452	770.6667	.0392
22G	N	256.2095	-.0710	256.1385	.0389
22K	N	50.0624	-.0720	49.9904	.0385
22P	N	7.9558	-.0793	7.8765	.0379
24K	N	8.4517	.0665	8.5182	.0400
25A	C	3.6333	-.0176	3.6157	.0390
1400E	N	16.7301	-.0365	16.6936	.0434
1400L	N	36.7620	-.0359	36.7261	.0436
1401A	N	68.9338	-.0375	68.8963	.0437
1401E	N	79.9584	-.0391	79.9193	.0446
1401J	N	81.2105	-.0404	81.1701	.0455
1401R	N	93.3066	-.0424	93.2642	.0464
1401V	N	130.2961	-.0452	130.2509	.0470
1402D	N	345.7541	-.0522	345.7019	.0478
1403H	N	342.3319	-.0546	342.2773	.0486
1403S	N	355.5314	-.0558	355.4756	.0489
1403X	N	366.8942	-.0570	366.8372	.0491
1404D	N	354.3528	-.0580	354.2948	.0491
1404J	N	437.9826	-.0585	437.9241	.0492
1404T	N	868.9464	-.0441	868.9023	.0492
1404Z	N	891.2199	-.0435	891.1764	.0491
1405R	N	861.0048	-.0485	860.9563	.0485
1405U	N	883.8554	-.0476	883.8078	.0483
1406D	N	868.2955	-.0498	868.2457	.0480
1406J	N	856.4768	-.0511	856.4257	.0478
1408Z	N	964.8356	-.0564	964.7792	.0490

;EST	COD	ALT.PREL	CORRECAO	ALT.CORR	D.P.ALT
1772V	N	58.2425	-.0545	58.1880	.0594
1773A	N	528.8410	-.0509	528.7901	.0578
1773E	N	564.5200	-.0475	564.4725	.0578
1773N	N	742.1255	-.0350	742.0905	.0575
1774B	N	773.2436	-.0387	773.2049	.0566
1774D	N	735.7514	-.0404	735.7110	.0567
1774H	N	671.0988	-.0414	671.0574	.0568
1774N	N	753.3895	-.0357	753.3538	.0569
1774R	N	852.4284	-.0293	852.3991	.0568
1774V	N	464.9893	-.0379	464.9514	.0566
1775D	N	196.2027	-.0294	196.1733	.0574
1775M	N	102.9451	-.0215	102.9236	.0580
1775R	N	279.3755	-.0216	279.3539	.0581
1775V	N	531.0315	-.0132	531.0183	.0582
1776A	N	162.5511	-.0147	162.5364	.0582
1776F	N	36.2099	-.0077	36.2022	.0581
1776G	N	34.9272	-.0064	34.9208	.0581
1776M	N	6.2773	-.0020	6.2753	.0579
1776T	N	20.7850	.0056	20.7906	.0574
1776X	N	4.5005	.0092	4.5097	.0575
1777C	N	906.9801	-.0195	906.9606	.0524
1777F	N	222.2437	-.0261	222.2176	.0519
1777J	N	96.2938	-.0190	96.2748	.0513
1777N	N	45.4837	-.0148	45.4689	.0506
1777T	N	18.6833	-.0119	18.6714	.0499
1777X	N	22.4672	-.0108	22.4564	.0490
1778B	N	19.0479	-.0100	19.0379	.0485
1778J	N	16.7861	-.0090	16.7771	.0474
1778N	N	29.8514	-.0093	29.8421	.0467
1779C	N	11.1177	-.0093	11.1084	.0500
1779F	N	18.6232	-.0091	18.6141	.0508
1779J	N	5.8886	-.0076	5.8810	.0517
1779P	N	20.0095	-.0073	20.0022	.0527
1779T	N	7.8444	-.0061	7.8383	.0533
1779X	N	8.4417	-.0054	8.4363	.0540
1780B	N	4.2178	-.0044	4.2134	.0545
1780E	N	3.2321	-.0037	3.2284	.0550
1780G	N	14.2161	-.0038	14.2123	.0553
1780L	N	13.2239	-.0030	13.2209	.0558
1780P	N	10.8707	-.0023	10.8684	.0562
1780T	N	7.5651	-.0014	7.5637	.0565
1780X	N	7.3664	-.0007	7.3657	.0568
1781B	N	6.4802	.0000	6.4802	.0571
1781E	N	15.9857	.0002	15.9859	.0573
1781H	N	14.3073	.0008	14.3081	.0574
1781M	N	13.7989	.0015	13.8004	.0576
1781P	N	14.9408	.0019	14.9427	.0577
1781S	N	26.3626	.0022	26.3648	.0578
1781V	N	21.9617	.0029	21.9646	.0578
1782A	N	28.2809	.0035	28.2844	.0579
1782D	N	55.5209	.0037	55.5246	.0579
1782G	N	84.5291	.0038	84.5329	.0579
1782L	N	9.5719	.0058	9.5777	.0578
1782P	N	5.7455	.0066	5.7521	.0577
1782T	N	5.6068	.0096	5.6164	.0576
1783C	N	66.3516	-.0564	66.2952	.0593
1783F	N	42.0664	-.0564	42.0100	.0592
1783J	N	64.6140	-.0582	64.5558	.0591
1783N	N	83.5708	-.0594	83.5114	.0588
1784B	N	53.2748	-.0553	53.2195	.0589

```

;EST      COD ALT.PREL      CORRECAO      ALT.CORR      D.P.ALT
2062Z N    637.5807      -.0294      637.5513      .0436
2063D N    811.4897      -.0176      811.4721      .0429
2063G N    806.4008      -.0156      806.3852      .0423
2063M N    233.4253      -.0279      233.3974      .0413
2063R N    191.6856      -.0245      191.6611      .0406
2063V N     59.9256      -.0164      59.9092      .0395
2064A N     12.6356      -.0116      12.6240      .0385
2064D N      8.0341      -.0089      8.0252      .0375
;=====
;Estacoes Nodais =              430

;EST      COD ALT.PREL      CORRECAO      ALT.AJUST      D.P.ALT
4X C       8.6362      -.0025      8.6337      .0345
60 C       8.5181      -.1230      8.3951      .0364
12X C      18.0145      .0075      18.0220      .0402
13I C       2.5522      .2027      2.7549      .0359
13U C       1.4999      .1018      1.6017      .0357
15D C       2.9766      -.0119      2.9647      .0339
25A C       3.6333      -.0176      3.6157      .0390
;=====
;Estacoes Conhecidas =              7

```

#### **C.4 – Altitudes Ajustadas das Estações Intercaladas**

```

;ALTITUDES E DESNIVEIS AJUSTADOS DAS ESTACOES INTERCALADAS
;-----
;(UTILIZANDO GRAVIDADES NORMAIS)

;LINHA INTERNODAL:      1      [      1K -      1Q]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .309812

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
      1M      95.1530      -.9151      94.2379      .0401
      1O      58.5557      .1525      58.7082      .0403
;=====
;INICIO  FINAL  DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
      1K      1M      81.0164  -.0034      81.0130      .0050      9.07      .0017
      1M      1O     -35.5279  -.0037     -35.5316      .0051      9.87      .0016
      1O      1Q      61.9225  -.0038      61.9187      .0052     10.17      .0016
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      3

;LINHA INTERNODAL:      2      [      1K -      4D]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .217543

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
      4A      15.8564      -.6025      15.2539      .0395
;=====
;INICIO  FINAL  DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
      1K      4A      2.0230      .0020      2.0250      .0033      5.35      .0014
      4A      4D      16.2093      .0056      16.2149      .0033     15.09      .0009
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      2

;LINHA INTERNODAL:      3      [      1Q -      2]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .478178

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
      1S      141.9136     -1.9001     140.0135      .0403
      1U      207.3167     -7.6093     199.7074      .0401
;=====
;INICIO  FINAL  DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
      1Q      1S      19.3948  -.0037      19.3911      .0069      9.95      .0022
      1S      1U      59.7006  -.0036      59.6970      .0069      9.79      .0022
      1U      2     -137.8024  -.0094    -137.8118      .0083     25.19      .0017
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      3

;LINHA INTERNODAL:      4      [      2 -      3J]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .007250

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
      3C      29.3117      -.0682      29.2435      .0391
      3F      21.4791      -.0707      21.4084      .0397
;=====
;INICIO  FINAL  DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
      2      3C     -32.6571  -.0010     -32.6581      .0012     25.81      .0002
      3C      3F      -7.8348  -.0006      -7.8354      .0010     15.16      .0003
      3F      3J     -16.5255  -.0008     -16.5263      .0011     20.62      .0002
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      3

```



```

;LINHA INTERNODAL: 118          [ 1422B - 1422G]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .002120

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
1422C      856.4565      -.0689    856.3876      .0505
1422D      968.4761      -.0620    968.4141      .0503
;=====
;INICIO  FINAL  DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
1422B  1422C      38.6734  -.0001    38.6733    .0002      2.16    .0002
1422C  1422D     112.0185  -.0001   112.0184    .0003      3.07    .0001
1422D  1422G     -22.9571  -.0004   -22.9575    .0003      8.13    .0001
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      3

;LINHA INTERNODAL: 119          [ 1422G - 1422P]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .002031

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
1422J      947.1389      -.0635    947.0754      .0505
1422M      870.6875      -.0682    870.6193      .0501
;=====
;INICIO  FINAL  DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
1422G  1422J      1.6166   .0000     1.6166    .0001       .70    .0002
1422J  1422M     -76.4524  -.0003   -76.4527    .0003      6.13    .0001
1422M  1422P     -19.2934  -.0003   -19.2937    .0003      5.97    .0001
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      3

;LINHA INTERNODAL: 120          [ 1422P - 1422V]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .001713

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
1422R      880.2398      -.0686    880.1712      .0500
1422U     1165.8963      -.0418   1165.8545      .0498
;=====
;INICIO  FINAL  DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
1422P  1422R      28.8426   .0000     28.8426    .0001       .92    .0001
1422R  1422U     285.6557  -.0004   285.6553    .0002      8.24    .0001
1422U  1422V      16.4841  -.0001     16.4840    .0002      1.64    .0001
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      3

;LINHA INTERNODAL: 121          [ 1422V - 1422Z]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .000801

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
1422X     1150.9306      -.0440   1150.8866      .0497
;=====
;INICIO  FINAL  DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
1422V  1422X     -31.4512  -.0001   -31.4513    .0001      3.03    .0001
1422X  1422Z     -43.2984  -.0001   -43.2985    .0001      2.02    .0001
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      2

```

```

;LINHA INTERNODAL: 438          [ 2063M - 2063R]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .036575

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
  2063N    221.1652    -.0268    221.1384    .0408
  2063P    199.0397    -.0254    199.0143    .0406
;=====
;INICIO   FINAL    DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
  2063M   2063N    -12.2586  -.0006  -12.2592    .0009    2.53    .0006
  2063N   2063P    -22.1242  -.0007  -22.1249    .0009    2.71    .0006
  2063P   2063R     -7.3530  -.0006   -7.3536    .0009    2.27    .0006
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      3

;LINHA INTERNODAL: 439          [ 2063R - 2063V]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .049481

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
  2063T    158.2696    -.0216    158.2480    .0397
  2063U    130.8893    -.0201    130.8692    .0395
;=====
;INICIO   FINAL    DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
  2063R   2063T    -33.4128  -.0014  -33.4142    .0013    5.48    .0005
  2063T   2063U    -27.3793  -.0005  -27.3798    .0010    2.17    .0007
  2063U   2063V    -70.9622  -.0006  -70.9628    .0011    2.51    .0007
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      3

;LINHA INTERNODAL: 440          [ 2063V - 2064A]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .039207

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
  2063X     69.7650    -.0159     69.7491    .0389
  2063Z     35.6003    -.0137     35.5866    .0385
;=====
;INICIO   FINAL    DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
  2063V   2063X     9.8410  -.0007     9.8403    .0010    2.74    .0006
  2063X   2063Z    -34.1634  -.0006   -34.1640    .0009    2.44    .0006
  2063Z   2064A    -22.9630  -.0007   -22.9637    .0010    2.87    .0006
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      3

;LINHA INTERNODAL: 441          [ 2064A - 2064D]
;Variancia da observacao de peso unitario =      .036967

;EST.INT  ALT.PRELIM CORR.ALTIT  ALT.AJUST  D.P.ALTIT
  2064B     9.5487    -.0106     9.5381    .0379
  2064C    18.3246    -.0102    18.3144    .0376
;=====
;INICIO   FINAL    DESN.OBS  RESID  DESN.AJUST  D.P.DN  DIST(Km)  D.P.UN
  2064A   2064B    -3.0854  -.0007    -3.0861    .0009    2.61    .0006
  2064B   2064C     8.7773  -.0006     8.7767    .0009    2.45    .0006
  2064C   2064D   -10.2890  -.0006   -10.2896    .0009    2.53    .0006
;=====
;Desniveis que compoem a linha =      3

```

### **C.5 – Altitudes Ajustadas de Todas as Estações**

;ALTITUDES AJUSTADAS DAS ESTACOES

;-----  
; (UTILIZANDO GRAVIDADES NORMAIS)

;N.ORD	ESTACAO	COD	ALTITUDE	D.P.ALT
1	1K	N	13.2290	.0406
2	1M		94.2379	.0401
3	1O		58.7082	.0403
4	1Q	N	120.6234	.0411
5	1S		140.0135	.0403
6	1U		199.7074	.0401
7	2	N	61.9002	.0406
8	3C		29.2435	.0391
9	3F		21.4084	.0397
10	3J	N	4.8830	.0421
11	3L		10.8315	.0412
12	4A		15.2539	.0395
13	4D	N	31.4681	.0397
14	4G		120.6628	.0380
15	4I		9.9302	.0371
16	4L	N	6.4527	.0367
17	4M		6.2709	.0354
18	4O		7.5425	.0344
19	4P	N	19.6555	.0343
20	4X	C	8.6337	.0345
21	5B		10.0890	.0347
22	5K		16.0632	.0357
23	5L	N	4.1362	.0361
24	5M		4.9238	.0358
25	5N	N	7.6398	.0363
26	S5N		7.1387	.0356
27	6O	C	8.3951	.0364
28	8C		4.7594	.0356
29	8G	N	7.3650	.0365
30	8K		15.6482	.0352
31	8P	N	2.1393	.0358
32	12E	N	43.8895	.0421
33	12H		143.6480	.0409
34	12K		18.9014	.0406
35	12P	N	42.7848	.0415
36	12R		13.2076	.0399
37	12U		12.4810	.0394
38	12X	C	18.0220	.0402
39	13E		1.8788	.0353
40	13F		2.3787	.0353
41	13I	C	2.7549	.0359
42	13J		2.2905	.0353
43	13M		121.2773	.0352
44	13O	N	4.1650	.0360
45	13R		9.4098	.0351
46	13T		1.6433	.0353
47	13U	C	1.6017	.0357
48	13V		2.9618	.0350
49	14B	N	6.3744	.0358
50	14D		9.9233	.0350
51	14G		11.1011	.0349
52	14I	N	16.7008	.0355
53	14L		7.9224	.0341
54	14O		10.5138	.0338
55	14R	N	9.4803	.0344
56	14S		10.8416	.0338

;N.ORD	ESTACAO	COD	ALTITUDE	D.P.ALT
428	1747Z	N	1163.9680	.0491
429	1750P	N	1342.7445	.0518
430	1750R		1303.4576	.0515
431	1750S		1245.0689	.0514
432	1750T	N	1204.9336	.0516
433	1750U		1190.5694	.0513
434	1750V		1239.5341	.0512
435	1750X	N	1232.1070	.0514
436	1750Z		1252.1044	.0511
437	1751A		1243.8818	.0510
438	1751B	N	1243.9611	.0511
439	1751C		1236.7365	.0508
440	1751D		1239.9423	.0507
441	1751E	N	1202.6427	.0508
442	1751F		1072.1658	.0502
443	1751G		1096.8008	.0500
444	1751L	N	1068.1467	.0502
445	1751M		1034.0992	.0497
446	1752E	N	750.8557	.0515
447	1752F		750.1685	.0510
448	1752G		750.9918	.0508
449	1752L	N	752.3752	.0511
450	1752M		752.3255	.0506
451	1752R		758.4018	.0503
452	1752S	N	767.4801	.0505
453	1752T		810.4489	.0502
454	1752V		762.0938	.0501
455	1752X	N	766.3041	.0502
456	1752Z		787.2709	.0497
457	1753A		771.2327	.0495
458	1753B		764.0289	.0494
459	1753C	N	809.2697	.0495
460	1753E		771.5508	.0489
461	1753F		778.3047	.0487
462	1753G	N	781.2437	.0488
463	1753H		829.6161	.0482
464	1753L		796.8176	.0480
465	1753M	N	778.3767	.0481
466	1753P		784.1550	.0477
467	1753T		796.9979	.0471
468	1753U	N	811.5915	.0472
469	1753V		810.6297	.0467
470	1753Z		799.3854	.0463
471	1754A	N	811.5621	.0463
472	1754C		796.9505	.0453
473	1754E		846.3180	.0449
474	1754F	N	866.5966	.0449
475	1754H		907.1112	.0440
476	1754J		829.7225	.0437
477	1754L	N	909.8290	.0437
478	1754M		823.2557	.0432
479	1755A	N	711.7819	.0493
480	1755B		718.1293	.0491
481	1755C		741.5937	.0493
482	1755E	N	724.1745	.0498
483	1755F		747.5487	.0497
484	1755G		752.3491	.0498
485	1755H	N	755.5613	.0502
486	1755J		755.5057	.0501
487	1755L		743.3770	.0501

;N.ORD	ESTACAO	COD	ALTITUDE	D.P.ALT
1221	2062S		1051.6756	.0444
1222	2062T	N	982.1666	.0444
1223	2062U		802.2241	.0441
1224	2062V	N	699.8555	.0441
1225	2062X		648.0392	.0437
1226	2062Z	N	637.5513	.0436
1227	2063B		837.8883	.0430
1228	2063C		875.2572	.0428
1229	2063D	N	811.4721	.0429
1230	2063E		794.2223	.0426
1231	2063F		780.9721	.0423
1232	2063G	N	806.3852	.0423
1233	2063J		450.5093	.0416
1234	2063L		301.4106	.0413
1235	2063M	N	233.3974	.0413
1236	2063N		221.1384	.0408
1237	2063P		199.0143	.0406
1238	2063R	N	191.6611	.0406
1239	2063T		158.2480	.0397
1240	2063U		130.8692	.0395
1241	2063V	N	59.9092	.0395
1242	2063X		69.7491	.0389
1243	2063Z		35.5866	.0385
1244	2064A	N	12.6240	.0385
1245	2064B		9.5381	.0379
1246	2064C		18.3144	.0376
1247	2064D	N	8.0252	.0375

;=====

## **APÊNDICE D**

### **ESTUDOS COMPARATIVOS**

#### **D.1 – Planilha Comparativa entre Altitudes de Helmert e Normais**



N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
1	1K	N	13,2294	0,0406	13,2290	0,0406	0,0004
2	1M		94,2434	0,0401	94,2379	0,0401	0,0055
3	1O		58,7114	0,0403	58,7082	0,0403	0,0032
4	1Q	N	120,6311	0,0411	120,6234	0,0411	0,0077
5	1S		140,0224	0,0403	140,0135	0,0403	0,0089
6	1U		199,7203	0,0402	199,7074	0,0401	0,0129
7	2	N	61,9039	0,0406	61,9002	0,0406	0,0037
8	3C		29,2450	0,0391	29,2435	0,0391	0,0015
9	3F		21,4092	0,0397	21,4084	0,0397	0,0008
10	3J	N	4,8828	0,0421	4,8830	0,0421	-0,0002
11	3L		10,8317	0,0412	10,8315	0,0412	0,0002
12	4A		15,2545	0,0395	15,2539	0,0395	0,0006
13	4D	N	31,4696	0,0397	31,4681	0,0397	0,0015
14	4G		120,6697	0,0380	120,6628	0,0380	0,0069
15	4I		9,9304	0,0371	9,9302	0,0371	0,0002
16	4L	N	6,4525	0,0367	6,4527	0,0367	-0,0002
17	4M		6,2707	0,0354	6,2709	0,0354	-0,0002
18	4O		7,5424	0,0344	7,5425	0,0344	-0,0001
19	4P	N	19,6557	0,0343	19,6555	0,0343	0,0002
20	4X	C	8,6337	0,0345	8,6337	0,0345	0,0000
21	5B		10,0890	0,0347	10,0890	0,0347	0,0000
22	5K		16,0635	0,0357	16,0632	0,0357	0,0003
23	5L	N	4,1353	0,0361	4,1362	0,0361	-0,0009
24	5M		4,9237	0,0358	4,9238	0,0358	-0,0001
25	5N	N	7,6399	0,0363	7,6398	0,0363	0,0001
26	S5N		7,1387	0,0356	7,1387	0,0356	0,0000
27	6O	C	8,3951	0,0364	8,3951	0,0364	0,0000
28	8C		4,7593	0,0356	4,7594	0,0356	-0,0001
29	8G	N	7,3651	0,0365	7,3650	0,0365	0,0001
30	8K		15,6488	0,0352	15,6482	0,0352	0,0006
31	8P	N	2,1392	0,0358	2,1393	0,0358	-0,0001
32	12E	N	43,8916	0,0421	43,8895	0,0421	0,0021
33	12H		143,6558	0,0409	143,6480	0,0409	0,0078
34	12K		18,9019	0,0406	18,9014	0,0406	0,0005
35	12P	N	42,7866	0,0415	42,7848	0,0415	0,0018
36	12R		13,2077	0,0399	13,2076	0,0399	0,0001
37	12U		12,4810	0,0394	12,4810	0,0394	0,0000
38	12X	C	18,0223	0,0402	18,0220	0,0402	0,0003
39	13E		1,8786	0,0354	1,8788	0,0353	-0,0002
40	13F		2,3786	0,0353	2,3787	0,0353	-0,0001
41	13I	C	2,7547	0,0360	2,7549	0,0359	-0,0002
42	13J		2,2903	0,0353	2,2905	0,0353	-0,0002
43	13M		121,2827	0,0352	121,2773	0,0352	0,0054
44	13O	N	4,1650	0,0360	4,1650	0,0360	0,0000
45	13R		9,4099	0,0351	9,4098	0,0351	0,0001
46	13T		1,6431	0,0353	1,6433	0,0353	-0,0002
47	13U	C	1,6015	0,0357	1,6017	0,0357	-0,0002
48	13V		2,9617	0,0350	2,9618	0,0350	-0,0001
49	14B	N	6,3744	0,0358	6,3744	0,0358	0,0000
50	14D		9,9234	0,0350	9,9233	0,0350	0,0001

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
51	14G		11,1013	0,0349	11,1011	0,0349	0,0002
52	14I	N	16,7013	0,0355	16,7008	0,0355	0,0005
53	14L		7,9225	0,0341	7,9224	0,0341	0,0001
54	14O		10,5139	0,0338	10,5138	0,0338	0,0001
55	14R	N	9,4805	0,0344	9,4803	0,0344	0,0002
56	14S		10,8418	0,0338	10,8416	0,0338	0,0002
57	15D	C	2,9646	0,0339	2,9647	0,0339	-0,0001
58	15E		3,8935	0,0338	3,8935	0,0338	0,0000
59	15I		14,4535	0,0346	14,4532	0,0346	0,0003
60	15J	N	4,9449	0,0357	4,9449	0,0357	0,0000
61	15K		6,1662	0,0355	6,1662	0,0355	0,0000
62	19J		780,9963	0,0409	780,9424	0,0409	0,0539
63	21G	N	906,8052	0,0388	906,7669	0,0388	0,0383
64	21I	N	916,0932	0,0390	916,0549	0,0390	0,0383
65	21L		890,2527	0,0384	890,2041	0,0384	0,0486
66	21N		925,6801	0,0386	925,6287	0,0386	0,0514
67	21P	N	963,1718	0,0393	963,1219	0,0393	0,0499
68	21R		945,7127	0,0388	945,6767	0,0388	0,0360
69	21T		913,2105	0,0388	913,1718	0,0388	0,0387
70	21V	N	926,0257	0,0394	925,9913	0,0394	0,0344
71	21Y		858,0693	0,0387	858,0414	0,0387	0,0279
72	22A		871,2867	0,0386	871,2598	0,0386	0,0269
73	22C	N	770,6927	0,0392	770,6667	0,0392	0,0260
74	22D		707,6067	0,0387	707,5790	0,0387	0,0277
75	22F		401,3694	0,0386	401,3497	0,0386	0,0197
76	22G	N	256,1514	0,0389	256,1385	0,0389	0,0129
77	22I		140,4808	0,0383	140,4737	0,0383	0,0071
78	22J		90,9193	0,0383	90,9149	0,0383	0,0044
79	22K	N	49,9926	0,0385	49,9904	0,0385	0,0022
80	22M		22,6219	0,0377	22,6210	0,0377	0,0009
81	22N		21,5973	0,0376	21,5965	0,0376	0,0008
82	22P	N	7,8766	0,0379	7,8765	0,0379	0,0001
83	22S		23,6493	0,0362	23,6487	0,0362	0,0006
84	24K	N	8,5183	0,0400	8,5182	0,0400	0,0001
85	25A	C	3,6156	0,0390	3,6157	0,0390	-0,0001
86	1400E	N	16,6939	0,0434	16,6936	0,0434	0,0003
87	1400F		32,7759	0,0432	32,7750	0,0432	0,0009
88	1400G		27,4854	0,0432	27,4845	0,0432	0,0009
89	1400H		36,3161	0,0433	36,3149	0,0433	0,0012
90	1400J		64,9110	0,0434	64,9087	0,0434	0,0023
91	1400L	N	36,7273	0,0436	36,7261	0,0436	0,0012
92	1400Z		60,7690	0,0434	60,7667	0,0434	0,0023
93	1401A	N	68,8990	0,0437	68,8963	0,0437	0,0027
94	1401C		75,1374	0,0437	75,1341	0,0437	0,0033
95	1401D		72,4964	0,0440	72,4930	0,0440	0,0034
96	1401E	N	79,9231	0,0446	79,9193	0,0446	0,0038
97	1401F		76,4781	0,0446	76,4745	0,0446	0,0036
98	1401G		78,6122	0,0448	78,6086	0,0448	0,0036
99	1401J	N	81,1746	0,0455	81,1701	0,0455	0,0045
100	1401L		81,2882	0,0454	81,2836	0,0454	0,0046

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
101	1401N	N	87,8301	0,0457	87,8252	0,0457	0,0049
102	1401R		93,2695	0,0464	93,2642	0,0464	0,0053
103	1401S		99,6936	0,0463	99,6878	0,0463	0,0058
104	1401T		111,1904	0,0465	111,1839	0,0465	0,0065
105	1401V		130,2587	0,0470	130,2509	0,0470	0,0078
106	1402B	N	395,7436	0,0469	395,7181	0,0469	0,0255
107	1402C		333,2089	0,0472	333,1874	0,0472	0,0215
108	1402D		345,7243	0,0478	345,7019	0,0478	0,0224
109	1402E		345,3922	0,0475	345,3711	0,0475	0,0211
110	1402F		338,3369	0,0476	338,3161	0,0476	0,0208
111	1402L	N	62,8336	0,0435	62,8312	0,0435	0,0024
112	1402T		67,3248	0,0436	67,3225	0,0436	0,0023
113	1403H		342,2975	0,0486	342,2773	0,0486	0,0202
114	1403J		338,2462	0,0484	338,2268	0,0484	0,0194
115	1403L		341,3309	0,0484	341,3122	0,0484	0,0187
116	1403S	N	355,4951	0,0489	355,4756	0,0489	0,0195
117	1403T		402,7845	0,0487	402,7619	0,0487	0,0226
118	1403U		442,6062	0,0487	442,5819	0,0487	0,0243
119	1403X		366,8562	0,0491	366,8372	0,0491	0,0190
120	1403Z		374,6380	0,0489	374,6190	0,0489	0,0190
121	1404B	N	355,9913	0,0490	355,9728	0,0490	0,0185
122	1404D		354,3132	0,0491	354,2948	0,0491	0,0184
123	1404F		380,1509	0,0489	380,1314	0,0489	0,0195
124	1404G		357,9622	0,0489	357,9440	0,0489	0,0182
125	1404J		437,9484	0,0492	437,9241	0,0492	0,0243
126	1404N	N	751,0316	0,0488	750,9793	0,0488	0,0523
127	1404R		856,1702	0,0488	856,1083	0,0488	0,0619
128	1404T		868,9659	0,0492	868,9023	0,0492	0,0636
129	1404U		847,4450	0,0489	847,3831	0,0489	0,0619
130	1404X		848,0230	0,0489	847,9618	0,0489	0,0612
131	1404Z	N	891,2410	0,0491	891,1764	0,0491	0,0646
132	1405C		884,1650	0,0484	884,1003	0,0484	0,0647
133	1405M		834,2855	0,0481	834,2234	0,0481	0,0621
134	1405R		861,0218	0,0485	860,9563	0,0485	0,0655
135	1405S		836,7327	0,0482	836,6692	0,0482	0,0635
136	1405T	N	878,4810	0,0482	878,4139	0,0482	0,0671
137	1405U		883,8754	0,0483	883,8078	0,0483	0,0676
138	1406B		866,5771	0,0480	866,5111	0,0480	0,0660
139	1406C		861,2660	0,0479	861,2007	0,0479	0,0653
140	1406D		868,3108	0,0480	868,2457	0,0480	0,0651
141	1406E	N	826,8209	0,0478	826,7588	0,0478	0,0621
142	1406F		843,4388	0,0477	843,3745	0,0477	0,0643
143	1406J		856,4922	0,0478	856,4257	0,0478	0,0665
144	1406P		863,1453	0,0466	863,0746	0,0466	0,0707
145	1408Z		964,8664	0,0491	964,7792	0,0490	0,0872
146	1409A	N	1012,5879	0,0488	1012,4963	0,0488	0,0916
147	1409C		995,8445	0,0486	995,7422	0,0486	0,1023
148	1409D		943,1471	0,0487	943,0477	0,0487	0,0994
149	1409E		917,6993	0,0490	917,6020	0,0490	0,0973
150	1409H		786,7280	0,0486	786,6479	0,0486	0,0801

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
151	1409J	N	770,6558	0,0489	770,5793	0,0488	0,0765
152	1409L		737,7441	0,0486	737,6716	0,0486	0,0725
153	1409M		714,1640	0,0485	714,0939	0,0485	0,0701
154	1409N		708,9106	0,0487	708,8416	0,0487	0,0690
155	1409U		887,9550	0,0480	887,8736	0,0480	0,0814
156	1409V	N	860,4064	0,0480	860,3284	0,0480	0,0780
157	1410B		946,0310	0,0482	945,9588	0,0482	0,0722
158	1410C		949,2759	0,0481	949,2028	0,0481	0,0731
159	1410D		933,8428	0,0482	933,7712	0,0482	0,0716
160	1410F		957,2350	0,0485	957,1650	0,0485	0,0700
161	1410G	N	945,9516	0,0484	945,8839	0,0484	0,0677
162	1410H		944,6206	0,0485	944,5543	0,0485	0,0663
163	1410J		923,9230	0,0488	923,8569	0,0487	0,0661
164	1410L		920,2880	0,0486	920,2215	0,0486	0,0665
165	1410N		936,9836	0,0487	936,9147	0,0487	0,0689
166	1410P	N	939,1268	0,0489	939,0548	0,0489	0,0720
167	1410R		899,2891	0,0487	899,2178	0,0487	0,0713
168	1410T		817,2292	0,0488	817,1597	0,0488	0,0695
169	1410V		602,1869	0,0491	602,1334	0,0490	0,0535
170	1410Z		484,8564	0,0489	484,8115	0,0489	0,0449
171	1411B	N	658,4410	0,0489	658,3844	0,0488	0,0566
172	1411D		899,3978	0,0491	899,3220	0,0491	0,0758
173	1411F		945,6039	0,0489	945,5198	0,0489	0,0841
174	1411G		931,2041	0,0489	931,1201	0,0489	0,0840
175	1411H		985,5270	0,0492	985,4371	0,0492	0,0899
176	1411J	N	919,1606	0,0488	919,0765	0,0488	0,0841
177	1411L		885,8841	0,0486	885,8029	0,0486	0,0812
178	1412A		744,4536	0,0484	744,3854	0,0484	0,0682
179	1412M		716,6570	0,0476	716,5900	0,0476	0,0670
180	1413D		934,4600	0,0481	934,3910	0,0481	0,0690
181	1413F	N	951,3585	0,0482	951,2908	0,0481	0,0677
182	1413H		951,5926	0,0484	951,5267	0,0484	0,0659
183	1413J		957,1434	0,0487	957,0766	0,0487	0,0668
184	1413L		914,1236	0,0486	914,0589	0,0486	0,0647
185	1413M		923,1567	0,0487	923,0929	0,0487	0,0638
186	1413N	N	944,4384	0,0490	944,3739	0,0490	0,0645
187	1413P		944,6889	0,0489	944,6221	0,0489	0,0668
188	1413R		921,1525	0,0490	921,0867	0,0490	0,0658
189	1413S		880,4907	0,0493	880,4277	0,0493	0,0630
190	1413T		859,1275	0,0492	859,0659	0,0492	0,0616
191	1413U	N	922,4099	0,0493	922,3420	0,0492	0,0679
192	1413V		961,7200	0,0495	961,6481	0,0495	0,0719
193	1413X		877,7448	0,0494	877,6769	0,0494	0,0679
194	1414A		889,6589	0,0496	889,5913	0,0496	0,0676
195	1414B		843,2360	0,0496	843,1733	0,0495	0,0627
196	1414C	N	837,7977	0,0497	837,7380	0,0497	0,0597
197	1414D		907,8388	0,0498	907,7745	0,0498	0,0643
198	1414E		909,8024	0,0497	909,7378	0,0497	0,0646
199	1414F		945,1474	0,0499	945,0816	0,0499	0,0658
200	1414G		979,7581	0,0497	979,6898	0,0497	0,0683

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
201	1414H	N	964,1614	0,0498	964,0956	0,0498	0,0658
202	1414J		983,3175	0,0500	983,2515	0,0500	0,0660
203	1414L		965,8230	0,0498	965,7596	0,0498	0,0634
204	1414M	N	961,2431	0,0499	961,1790	0,0499	0,0641
205	1414N		962,8528	0,0502	962,7891	0,0502	0,0637
206	1414P		921,7426	0,0500	921,6831	0,0500	0,0595
207	1414R	N	898,5771	0,0503	898,5203	0,0502	0,0568
208	1414S		930,5361	0,0502	930,4768	0,0502	0,0593
209	1414T		941,0127	0,0494	940,9386	0,0494	0,0741
210	1414V	N	935,8990	0,0500	935,8283	0,0500	0,0707
211	1414X		936,9375	0,0501	936,8777	0,0501	0,0598
212	1414Z		974,7100	0,0503	974,6459	0,0503	0,0641
213	1415A	N	982,1270	0,0502	982,0619	0,0502	0,0651
214	1415B		996,0340	0,0502	995,9678	0,0502	0,0662
215	1415C		989,4144	0,0504	989,3474	0,0504	0,0670
216	1415D	N	978,1894	0,0502	978,1219	0,0502	0,0675
217	1415E		1012,5699	0,0502	1012,4987	0,0502	0,0712
218	1415F		989,1610	0,0504	989,0909	0,0504	0,0701
219	1415G	N	980,1755	0,0502	980,1048	0,0502	0,0707
220	1415J		852,1041	0,0503	852,0415	0,0503	0,0626
221	1415L		832,5158	0,0504	832,4538	0,0504	0,0620
222	1415M	N	803,5461	0,0503	803,4860	0,0503	0,0601
223	1415N		701,1681	0,0502	701,1161	0,0502	0,0520
224	1415T		961,7261	0,0482	961,6431	0,0482	0,0830
225	1415U	N	1005,9361	0,0483	1005,8471	0,0483	0,0890
226	1415V		957,9803	0,0485	957,8966	0,0485	0,0837
227	1415Z		1099,0771	0,0482	1098,9817	0,0482	0,0954
228	1416A	N	1063,3931	0,0482	1063,3022	0,0482	0,0909
229	1416B		1101,5060	0,0482	1101,4124	0,0482	0,0936
230	1416G		1124,6785	0,0482	1124,5838	0,0482	0,0947
231	1416H	N	1123,5266	0,0479	1123,4327	0,0479	0,0939
232	1416J		1121,7329	0,0477	1121,6420	0,0477	0,0909
233	1416M		1230,4209	0,0478	1230,3233	0,0478	0,0976
234	1416N	N	1203,9221	0,0474	1203,8301	0,0474	0,0920
235	1416P		1143,0906	0,0471	1143,0049	0,0471	0,0857
236	1417A		1208,3256	0,0456	1208,2415	0,0456	0,0841
237	1417D	N	1240,4892	0,0453	1240,3987	0,0453	0,0905
238	1417L		1359,6161	0,0456	1359,5122	0,0456	0,1039
239	1417N		1354,0492	0,0453	1353,9460	0,0453	0,1032
240	1417P	N	1386,0280	0,0452	1385,8941	0,0452	0,1339
241	1417U		1480,9600	0,0457	1480,8457	0,0457	0,1143
242	1417X		1467,7185	0,0454	1467,6040	0,0454	0,1145
243	1417Z	N	1485,8749	0,0454	1485,7608	0,0454	0,1141
244	1418B		684,3765	0,0504	684,3254	0,0504	0,0511
245	1418D		914,7286	0,0497	914,6608	0,0497	0,0678
246	1418M	N	1009,2880	0,0503	1009,2137	0,0503	0,0743
247	1418N		1042,9224	0,0501	1042,8448	0,0501	0,0776
248	1418P		1055,3348	0,0502	1055,2550	0,0502	0,0798
249	1418R	N	1076,2462	0,0500	1076,1639	0,0500	0,0823
250	1418S		1099,1001	0,0499	1099,0163	0,0499	0,0838

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
251	1418T	N	1066,6753	0,0501	1066,5978	0,0501	0,0775
252	1418U		1015,0407	0,0499	1014,9702	0,0498	0,0705
253	1418V		908,2436	0,0498	908,1817	0,0498	0,0619
254	1418X	N	941,1981	0,0500	941,1343	0,0500	0,0638
255	1418Z		924,9306	0,0497	924,8676	0,0497	0,0630
256	1419A		973,1262	0,0497	973,0596	0,0497	0,0666
257	1419B	N	997,7893	0,0498	997,7223	0,0498	0,0670
258	1419C		1008,2667	0,0495	1008,1981	0,0495	0,0686
259	1419E		953,8106	0,0495	953,7422	0,0495	0,0684
260	1419F	N	1016,6244	0,0496	1016,5500	0,0496	0,0744
261	1419H		1019,6833	0,0494	1019,6075	0,0494	0,0758
262	1419J		1048,3306	0,0493	1048,2511	0,0493	0,0795
263	1419L	N	1094,1323	0,0494	1094,0492	0,0494	0,0831
264	1419M		1069,3813	0,0491	1069,3017	0,0491	0,0796
265	1419N		1107,1297	0,0490	1107,0448	0,0490	0,0849
266	1419P	N	1089,1314	0,0492	1089,0489	0,0492	0,0825
267	1419R		1082,4725	0,0487	1082,3903	0,0487	0,0822
268	1419S		1048,6754	0,0484	1048,5963	0,0484	0,0791
269	1420A	N	769,0083	0,0483	768,9381	0,0483	0,0702
270	1420B		790,2286	0,0482	790,1572	0,0482	0,0714
271	1420C		815,5446	0,0484	815,4704	0,0484	0,0742
272	1420D	N	934,4896	0,0488	934,4043	0,0488	0,0853
273	1420E		893,9344	0,0487	893,8516	0,0487	0,0828
274	1420F		872,6669	0,0489	872,5848	0,0489	0,0821
275	1420G	N	895,8973	0,0493	895,8121	0,0493	0,0852
276	1420H		922,4485	0,0492	922,3606	0,0492	0,0879
277	1420J		929,7888	0,0494	929,7009	0,0493	0,0879
278	1420L	N	898,8602	0,0497	898,7739	0,0497	0,0863
279	1420M		876,3193	0,0495	876,2362	0,0495	0,0831
280	1420N		910,5696	0,0495	910,4828	0,0495	0,0868
281	1420R		934,9510	0,0497	934,8617	0,0497	0,0893
282	1420T		947,1754	0,0499	947,0850	0,0498	0,0904
283	1420U	N	884,7934	0,0502	884,7100	0,0502	0,0834
284	1420V	N	872,9822	0,0503	872,9016	0,0503	0,0806
285	1420X		868,3158	0,0502	868,2359	0,0502	0,0799
286	1420Z		850,8346	0,0503	850,7577	0,0503	0,0769
287	1421A	N	840,7219	0,0505	840,6456	0,0505	0,0763
288	1421B		738,7867	0,0503	738,7183	0,0503	0,0684
289	1421D		835,3250	0,0504	835,2487	0,0504	0,0763
290	1421E	N	690,8436	0,0508	690,7808	0,0507	0,0628
291	1421F		674,3717	0,0506	674,3111	0,0506	0,0606
292	1421G		810,4351	0,0506	810,3638	0,0506	0,0713
293	1421H	N	861,3294	0,0508	861,2542	0,0508	0,0752
294	1421J		738,4252	0,0506	738,3618	0,0506	0,0634
295	1421L		673,1563	0,0504	673,0986	0,0504	0,0577
296	1421M		537,1794	0,0505	537,1328	0,0505	0,0466
297	1421X	N	773,3722	0,0509	773,3071	0,0509	0,0651
298	1421Z		775,0373	0,0507	774,9726	0,0507	0,0647
299	1422A		736,0383	0,0507	735,9770	0,0506	0,0613
300	1422B	N	817,7781	0,0508	817,7117	0,0508	0,0664

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
301	1422C	N	856,4565	0,0505	856,3876	0,0505	0,0689
302	1422D		968,4909	0,0503	968,4141	0,0503	0,0768
303	1422G		945,5294	0,0506	945,4590	0,0506	0,0704
304	1422J		947,1462	0,0505	947,0754	0,0505	0,0708
305	1422M		870,6815	0,0501	870,6193	0,0501	0,0622
306	1422P	N	851,3851	0,0503	851,3264	0,0503	0,0587
307	1422R		880,2321	0,0500	880,1712	0,0500	0,0609
308	1422U		1165,9359	0,0498	1165,8545	0,0498	0,0814
309	1422V		1182,4204	0,0500	1182,3410	0,0500	0,0794
310	1422X		1150,9613	0,0497	1150,8866	0,0497	0,0747
311	1422Z	N	1107,6523	0,0498	1107,5833	0,0498	0,0690
312	1423A	N	1113,5066	0,0499	1113,4378	0,0499	0,0688
313	1423B		1072,9410	0,0497	1072,8763	0,0497	0,0647
314	1423F		913,4148	0,0497	913,3604	0,0497	0,0544
315	1423G		862,9959	0,0500	862,9451	0,0500	0,0508
316	1423H		777,4324	0,0503	777,3892	0,0503	0,0432
317	1423L	N	660,2344	0,0500	660,1993	0,0500	0,0351
318	1423N		674,0790	0,0502	674,0430	0,0502	0,0360
319	1423P		825,6274	0,0506	825,5850	0,0506	0,0424
320	1423R		851,1321	0,0503	851,0891	0,0503	0,0430
321	1423T		711,9024	0,0503	711,8686	0,0503	0,0338
322	1424E	N	666,3361	0,0508	666,3015	0,0508	0,0346
323	1424G		579,7260	0,0504	579,6958	0,0504	0,0302
324	1424H		510,9501	0,0504	510,9227	0,0504	0,0274
325	1424J		434,7096	0,0508	434,6880	0,0508	0,0216
326	1424L		345,8781	0,0505	345,8598	0,0505	0,0183
327	1424M	N	474,5459	0,0504	474,5208	0,0504	0,0251
328	1424P		575,1269	0,0507	575,0959	0,0507	0,0310
329	1424R		552,9328	0,0505	552,9022	0,0505	0,0306
330	1424S		386,1472	0,0506	386,1247	0,0506	0,0225
331	1424T		562,5124	0,0504	562,4784	0,0504	0,0340
332	1424U	N	475,8891	0,0503	475,8594	0,0503	0,0297
333	1424V		395,7043	0,0505	395,6793	0,0505	0,0250
334	1424X		409,1883	0,0501	409,1620	0,0501	0,0263
335	1425C		405,9933	0,0501	405,9695	0,0501	0,0238
336	1425D		396,2888	0,0503	396,2628	0,0502	0,0260
337	1425E	N	385,3398	0,0499	385,3141	0,0499	0,0257
338	1425F		400,2333	0,0499	400,2070	0,0499	0,0263
339	1425G		436,1187	0,0500	436,0893	0,0500	0,0294
340	1425H		497,9673	0,0497	497,9337	0,0497	0,0336
341	1425J		605,1787	0,0495	605,1381	0,0495	0,0406
342	1425M	N	412,6555	0,0497	412,6268	0,0497	0,0287
343	1425P		624,5136	0,0491	624,4688	0,0491	0,0448
344	1425R		589,8241	0,0490	589,7814	0,0490	0,0427
345	1425S		617,8673	0,0491	617,8201	0,0491	0,0472
346	1425V		513,8321	0,0490	513,7916	0,0490	0,0405
347	1425X	N	601,5211	0,0494	601,4733	0,0494	0,0478
348	1425Z		703,0884	0,0492	703,0316	0,0492	0,0568
349	1426A		722,0753	0,0495	722,0167	0,0495	0,0586
350	1426E		795,0862	0,0491	795,0210	0,0491	0,0652

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
351	1426G	N	752,9755	0,0493	752,9118	0,0493	0,0637
352	1426H		757,6526	0,0498	757,5877	0,0497	0,0649
353	1426J		783,6902	0,0495	783,6226	0,0495	0,0676
354	1426L		767,5150	0,0495	767,4489	0,0495	0,0661
355	1426M	N	699,5217	0,0498	699,4616	0,0498	0,0601
356	1426P		743,8831	0,0495	743,8199	0,0494	0,0632
357	1426R		760,0911	0,0495	760,0260	0,0494	0,0651
358	1426S		766,6579	0,0497	766,5937	0,0497	0,0642
359	1427A	N	818,7962	0,0490	818,7269	0,0490	0,0693
360	1427B		771,4675	0,0490	771,4018	0,0490	0,0657
361	1427C		762,0252	0,0494	761,9590	0,0494	0,0662
362	1427D		827,9470	0,0491	827,8728	0,0491	0,0742
363	1427E	N	870,0589	0,0490	869,9804	0,0490	0,0785
364	1427F		875,6997	0,0492	875,6200	0,0492	0,0797
365	1427G		900,8632	0,0488	900,7824	0,0488	0,0808
366	1427H		889,1903	0,0488	889,1100	0,0488	0,0803
367	1427J	N	911,1910	0,0489	911,1105	0,0489	0,0805
368	1427L		908,5212	0,0485	908,4431	0,0485	0,0781
369	1427M		931,1462	0,0484	931,0688	0,0484	0,0774
370	1427N		956,2591	0,0485	956,1822	0,0485	0,0769
371	1427P	N	964,1019	0,0482	964,0256	0,0482	0,0763
372	1427T		1056,3021	0,0501	1056,2339	0,0501	0,0682
373	1427V		1018,7658	0,0509	1018,7030	0,0509	0,0628
374	1427X		1041,0655	0,0518	1041,0024	0,0518	0,0631
375	1427Z	N	1086,0967	0,0519	1086,0297	0,0519	0,0670
376	1428A		996,0621	0,0523	995,9989	0,0523	0,0632
377	1428B		981,7800	0,0528	981,7172	0,0528	0,0628
378	1428E		1034,3396	0,0529	1034,2722	0,0529	0,0674
379	1428F	N	1054,5631	0,0533	1054,4918	0,0533	0,0713
380	1428G		909,1152	0,0539	909,0500	0,0539	0,0652
381	1428H		803,1372	0,0540	803,0744	0,0540	0,0628
382	1428J		799,0786	0,0542	799,0141	0,0542	0,0645
383	1428M	N	817,6669	0,0548	817,5997	0,0548	0,0672
384	1428N		798,1848	0,0549	798,1187	0,0549	0,0661
385	1428P		796,3955	0,0551	796,3295	0,0551	0,0660
386	1428S		847,9685	0,0556	847,8964	0,0556	0,0721
387	1428T	N	774,0818	0,0557	774,0172	0,0557	0,0646
388	1428U		906,0870	0,0560	906,0093	0,0560	0,0777
389	1428X		1007,6557	0,0567	1007,5657	0,0567	0,0900
390	1429A		971,1883	0,0569	971,1000	0,0569	0,0883
391	1429B	N	927,8736	0,0573	927,7886	0,0573	0,0850
392	1429C		914,0353	0,0580	913,9517	0,0579	0,0836
393	1429D		942,3139	0,0581	942,2277	0,0581	0,0862
394	1429G		758,9968	0,0586	758,9318	0,0586	0,0650
395	1429H	N	695,1745	0,0593	695,1172	0,0593	0,0573
396	1429J		661,9751	0,0594	661,9224	0,0594	0,0527
397	1429R		693,8002	0,0596	693,7446	0,0596	0,0556
398	1429U		774,7778	0,0603	774,7143	0,0602	0,0635
399	1429X	N	770,6034	0,0612	770,5372	0,0612	0,0662
400	1444X	N	1320,6840	0,0457	1320,5826	0,0457	0,1014



N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
401	1444Z		1323,4237	0,0455	1323,3233	0,0455	0,1004
402	1445A		1473,7559	0,0455	1473,6433	0,0455	0,1126
403	1445B	N	1415,8308	0,0456	1415,7206	0,0456	0,1102
404	1445D		1202,0573	0,0452	1201,9632	0,0452	0,0941
405	1445E		1312,8053	0,0452	1312,7023	0,0452	0,1030
406	1445G	N	1203,9879	0,0455	1203,8955	0,0455	0,0924
407	1445H	N	1218,9138	0,0455	1218,8194	0,0455	0,0944
408	1445J		1245,4950	0,0451	1245,3983	0,0451	0,0967
409	1445L		1277,4381	0,0449	1277,3388	0,0449	0,0993
410	1445M		1356,7140	0,0449	1356,6070	0,0449	0,1070
411	1445N		1370,9364	0,0450	1370,8262	0,0450	0,1102
412	1445P	N	1419,7085	0,0452	1419,5820	0,0452	0,1265
413	1445R		1346,6900	0,0448	1346,5734	0,0448	0,1166
414	1445V	N	769,1115	0,0450	769,0444	0,0449	0,0671
415	1445X		672,0624	0,0448	672,0074	0,0448	0,0550
416	1445Z	N	582,3002	0,0448	582,2545	0,0448	0,0457
417	1446B		431,9664	0,0444	431,9348	0,0444	0,0316
418	1446D		349,5461	0,0444	349,5212	0,0444	0,0249
419	1446F	N	348,5613	0,0445	348,5367	0,0445	0,0246
420	1446G		290,4009	0,0441	290,3810	0,0441	0,0199
421	1446H		220,2484	0,0439	220,2337	0,0439	0,0147
422	1446N	N	296,3407	0,0441	296,3204	0,0441	0,0203
423	1446R		327,2926	0,0434	327,2703	0,0434	0,0223
424	1446S		245,3484	0,0433	245,3322	0,0433	0,0162
425	1446T	N	188,3735	0,0434	188,3613	0,0434	0,0122
426	1446V		147,9598	0,0419	147,9501	0,0419	0,0097
427	1446X		119,2914	0,0409	119,2838	0,0409	0,0076
428	1747Z	N	1164,0707	0,0491	1163,9680	0,0491	0,1027
429	1750P	N	1342,8433	0,0518	1342,7445	0,0518	0,0988
430	1750R		1303,5523	0,0515	1303,4576	0,0515	0,0947
431	1750S		1245,1572	0,0514	1245,0689	0,0514	0,0883
432	1750T	N	1205,0184	0,0516	1204,9336	0,0516	0,0848
433	1750U		1190,6519	0,0513	1190,5694	0,0513	0,0825
434	1750V		1239,6187	0,0512	1239,5341	0,0512	0,0846
435	1750X	N	1232,1907	0,0514	1232,1070	0,0514	0,0837
436	1750Z		1252,1888	0,0511	1252,1044	0,0511	0,0844
437	1751A		1243,9668	0,0510	1243,8818	0,0510	0,0850
438	1751B	N	1244,0469	0,0511	1243,9611	0,0511	0,0858
439	1751C		1236,8216	0,0508	1236,7365	0,0508	0,0851
440	1751D		1240,0288	0,0507	1239,9423	0,0507	0,0865
441	1751E	N	1202,7277	0,0508	1202,6427	0,0508	0,0850
442	1751F		1072,2410	0,0502	1072,1658	0,0502	0,0752
443	1751G		1096,8772	0,0500	1096,8008	0,0500	0,0764
444	1751L	N	1068,2198	0,0502	1068,1467	0,0502	0,0731
445	1751M		1034,1693	0,0497	1034,0992	0,0497	0,0701
446	1752E	N	750,9220	0,0515	750,8557	0,0515	0,0663
447	1752F		750,2365	0,0510	750,1685	0,0510	0,0680
448	1752G		751,0605	0,0508	750,9918	0,0508	0,0687
449	1752L	N	752,4452	0,0511	752,3752	0,0511	0,0700
450	1752M		752,3946	0,0506	752,3255	0,0506	0,0691

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
451	1752R		758,4721	0,0503	758,4018	0,0503	0,0703
452	1752S	N	767,5519	0,0506	767,4801	0,0505	0,0718
453	1752T		810,5246	0,0503	810,4489	0,0502	0,0757
454	1752V		762,1636	0,0501	762,0938	0,0501	0,0698
455	1752X	N	766,3738	0,0502	766,3041	0,0502	0,0697
456	1752Z		787,3413	0,0497	787,2709	0,0497	0,0704
457	1753A		771,3009	0,0495	771,2327	0,0495	0,0682
458	1753B		764,0959	0,0494	764,0289	0,0494	0,0670
459	1753C	N	809,3426	0,0496	809,2697	0,0495	0,0729
460	1753E		771,6250	0,0489	771,5508	0,0489	0,0742
461	1753F		778,3806	0,0487	778,3047	0,0487	0,0759
462	1753G	N	781,3192	0,0488	781,2437	0,0488	0,0755
463	1753H		829,6948	0,0483	829,6161	0,0482	0,0787
464	1753L		796,8889	0,0480	796,8176	0,0480	0,0713
465	1753M	N	778,4443	0,0481	778,3767	0,0481	0,0676
466	1753P		784,2225	0,0477	784,1550	0,0477	0,0675
467	1753T		797,0664	0,0471	796,9979	0,0471	0,0685
468	1753U	N	811,6625	0,0472	811,5915	0,0472	0,0710
469	1753V		810,7013	0,0468	810,6297	0,0467	0,0716
470	1753Z		799,4568	0,0463	799,3854	0,0463	0,0714
471	1754A	N	811,6363	0,0463	811,5621	0,0463	0,0742
472	1754C		797,0209	0,0453	796,9505	0,0453	0,0704
473	1754E		846,3906	0,0449	846,3180	0,0449	0,0726
474	1754F	N	866,6696	0,0450	866,5966	0,0449	0,0730
475	1754H		907,1872	0,0440	907,1112	0,0440	0,0760
476	1754J		829,7916	0,0437	829,7225	0,0437	0,0691
477	1754L	N	909,9023	0,0437	909,8290	0,0437	0,0733
478	1754M		823,3194	0,0432	823,2557	0,0432	0,0637
479	1755A	N	711,8370	0,0493	711,7819	0,0493	0,0551
480	1755B		718,1846	0,0491	718,1293	0,0491	0,0553
481	1755C		741,6506	0,0493	741,5937	0,0493	0,0569
482	1755E	N	724,2294	0,0498	724,1745	0,0498	0,0549
483	1755F		747,6047	0,0497	747,5487	0,0497	0,0560
484	1755G		752,4047	0,0498	752,3491	0,0498	0,0556
485	1755H	N	755,6172	0,0502	755,5613	0,0502	0,0559
486	1755J		755,5621	0,0501	755,5057	0,0501	0,0564
487	1755L		743,4319	0,0501	743,3770	0,0501	0,0549
488	1755M	N	764,0678	0,0504	764,0105	0,0504	0,0573
489	1755N		774,0914	0,0503	774,0342	0,0503	0,0572
490	1755R	N	615,4580	0,0507	615,4142	0,0507	0,0438
491	1755V		646,7118	0,0508	646,6652	0,0508	0,0466
492	1755X	N	630,0283	0,0509	629,9861	0,0509	0,0422
493	1755Z	N	605,7740	0,0512	605,7336	0,0511	0,0404
494	1756A		514,3698	0,0512	514,3358	0,0512	0,0340
495	1756B		481,9531	0,0513	481,9210	0,0513	0,0321
496	1756C	N	581,7959	0,0518	581,7586	0,0518	0,0373
497	1756D		604,5236	0,0517	604,4861	0,0517	0,0375
498	1756E		634,1589	0,0520	634,1198	0,0520	0,0391
499	1756F	N	645,5561	0,0525	645,5179	0,0525	0,0382
500	1756H		508,7305	0,0525	508,7007	0,0525	0,0298

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
501	1756J		500,0130	0,0528	499,9844	0,0528	0,0286
502	1756L	N	512,4618	0,0534	512,4335	0,0534	0,0283
503	1756M		529,1447	0,0533	529,1160	0,0533	0,0287
504	1756N		569,6515	0,0534	569,6215	0,0534	0,0300
505	1756P	N	654,7742	0,0539	654,7395	0,0539	0,0347
506	1756S		614,8856	0,0538	614,8531	0,0538	0,0325
507	1761A		696,4306	0,0510	696,3783	0,0510	0,0523
508	1761B		676,5957	0,0513	676,5448	0,0513	0,0509
509	1761C	N	662,0979	0,0518	662,0488	0,0518	0,0491
510	1761D		645,7669	0,0515	645,7205	0,0515	0,0464
511	1761P		790,9896	0,0522	790,9270	0,0522	0,0626
512	1761R	N	762,0463	0,0532	761,9857	0,0532	0,0606
513	1761S		726,3042	0,0530	726,2468	0,0530	0,0574
514	1762A		810,4156	0,0532	810,3514	0,0532	0,0642
515	1762B	N	834,5796	0,0536	834,5145	0,0536	0,0651
516	1762C		850,1678	0,0535	850,1035	0,0534	0,0643
517	1762D		845,1722	0,0535	845,1108	0,0535	0,0614
518	1762E	N	834,5797	0,0538	834,5204	0,0538	0,0593
519	1762F		780,5484	0,0536	780,4933	0,0536	0,0551
520	1762G		856,9739	0,0537	856,9151	0,0537	0,0588
521	1762H	N	791,3649	0,0539	791,3120	0,0539	0,0529
522	1762J		754,6258	0,0537	754,5771	0,0537	0,0487
523	1762L		788,6461	0,0538	788,5975	0,0538	0,0486
524	1762M	N	840,6061	0,0540	840,5555	0,0540	0,0506
525	1762N		859,1085	0,0538	859,0577	0,0538	0,0508
526	1762P		895,8618	0,0538	895,8091	0,0538	0,0527
527	1762R	N	955,3302	0,0540	955,2755	0,0540	0,0547
528	1762S		875,0943	0,0538	875,0466	0,0538	0,0477
529	1762T		831,9133	0,0538	831,8682	0,0538	0,0451
530	1762U	N	911,2898	0,0540	911,2396	0,0540	0,0502
531	1762V		858,1957	0,0538	858,1472	0,0537	0,0485
532	1762X		903,1318	0,0537	903,0770	0,0537	0,0548
533	1762Z	N	877,3639	0,0539	877,3073	0,0539	0,0566
534	1763J		674,9157	0,0539	674,8824	0,0539	0,0333
535	1763L		651,3384	0,0542	651,3079	0,0542	0,0305
536	1763M	N	632,8915	0,0547	632,8631	0,0547	0,0284
537	1763N		654,9778	0,0545	654,9477	0,0545	0,0301
538	1763S		667,1034	0,0549	667,0736	0,0548	0,0298
539	1763T	N	679,8290	0,0554	679,7971	0,0554	0,0319
540	1763U		672,3823	0,0554	672,3519	0,0554	0,0304
541	1763V	N	707,5112	0,0557	707,4791	0,0557	0,0321
542	1763Z		691,8097	0,0556	691,7800	0,0556	0,0297
543	1764A		902,4830	0,0536	902,4231	0,0536	0,0599
544	1764B		915,8925	0,0536	915,8318	0,0536	0,0607
545	1764C	N	900,0114	0,0538	899,9531	0,0538	0,0583
546	1764D		932,0009	0,0534	931,9422	0,0534	0,0587
547	1764E		960,7591	0,0533	960,6972	0,0533	0,0619
548	1764G	N	962,4280	0,0535	962,3594	0,0535	0,0686
549	1765B		967,9264	0,0533	967,8540	0,0533	0,0724
550	1765C		968,0751	0,0535	968,0031	0,0534	0,0720

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
551	1765D	N	955,3697	0,0538	955,3009	0,0538	0,0688
552	1765E	N	963,2177	0,0537	963,1516	0,0537	0,0661
553	1765F	N	968,5645	0,0539	968,4990	0,0539	0,0655
554	1765G	N	966,7410	0,0537	966,6764	0,0537	0,0646
555	1765H	N	969,4519	0,0538	969,3867	0,0538	0,0652
556	1765J	N	959,7630	0,0540	959,6978	0,0540	0,0652
557	1765L	N	944,5827	0,0539	944,5172	0,0538	0,0655
558	1765M	N	998,1937	0,0539	998,1210	0,0539	0,0727
559	1765N	N	1017,2017	0,0541	1017,1242	0,0541	0,0775
560	1765P	N	1004,5153	0,0539	1004,4381	0,0539	0,0772
561	1765R	N	1032,0729	0,0539	1031,9916	0,0539	0,0813
562	1765S	N	1030,7808	0,0542	1030,6984	0,0542	0,0824
563	1765T	N	1024,6907	0,0539	1024,6083	0,0539	0,0824
564	1765U	N	1001,4255	0,0539	1001,3450	0,0539	0,0805
565	1765V	N	1036,9772	0,0542	1036,8968	0,0541	0,0804
566	1765X	N	1011,1085	0,0539	1011,0318	0,0539	0,0767
567	1765Z	N	1030,8144	0,0539	1030,7356	0,0539	0,0788
568	1766A	N	1042,0051	0,0541	1041,9238	0,0541	0,0813
569	1766B	N	1054,1092	0,0541	1054,0279	0,0541	0,0813
570	1766D	N	1080,3101	0,0538	1080,2247	0,0538	0,0854
571	1766E	N	1063,5793	0,0538	1063,4957	0,0538	0,0836
572	1766F	N	1055,6736	0,0540	1055,5899	0,0540	0,0837
573	1766G	N	1044,9405	0,0537	1044,8612	0,0537	0,0793
574	1766H	N	1030,7844	0,0537	1030,7068	0,0537	0,0776
575	1766J	N	1071,6959	0,0539	1071,6166	0,0538	0,0793
576	1766L	N	1038,4231	0,0535	1038,3474	0,0535	0,0757
577	1766M	N	1069,7040	0,0533	1069,6279	0,0533	0,0761
578	1766N	N	1070,0676	0,0532	1069,9936	0,0532	0,0740
579	1766P	N	1127,0374	0,0532	1126,9621	0,0532	0,0753
580	1766R	N	1166,4324	0,0535	1166,3563	0,0535	0,0761
581	1766S	N	1191,3860	0,0531	1191,3075	0,0531	0,0785
582	1766T	N	1189,4377	0,0530	1189,3614	0,0530	0,0763
583	1766U	N	1186,8251	0,0532	1186,7501	0,0532	0,0750
584	1766V	N	1230,8355	0,0528	1230,7532	0,0528	0,0823
585	1766X	N	1181,0618	0,0527	1180,9818	0,0527	0,0800
586	1766Z	N	1143,8749	0,0528	1143,7954	0,0528	0,0795
587	1767A	N	915,7292	0,0536	915,6653	0,0536	0,0639
588	1767B	N	904,0991	0,0540	904,0373	0,0540	0,0618
589	1767C	N	888,5257	0,0540	888,4648	0,0540	0,0609
590	1767D	N	853,6920	0,0542	853,6351	0,0541	0,0569
591	1767E	N	838,2968	0,0546	838,2391	0,0546	0,0577
592	1767F	N	804,0099	0,0545	803,9512	0,0545	0,0587
593	1767G	N	816,5367	0,0547	816,4755	0,0547	0,0612
594	1767H	N	723,1768	0,0551	723,1237	0,0551	0,0531
595	1767J	N	827,8250	0,0550	827,7634	0,0550	0,0616
596	1767L	N	873,3317	0,0552	873,2682	0,0552	0,0635
597	1767M	N	851,2883	0,0555	851,2293	0,0555	0,0590
598	1767N	N	835,1445	0,0554	835,0889	0,0554	0,0556
599	1767P	N	819,9191	0,0557	819,8659	0,0557	0,0532
600	1767R	N	770,6276	0,0557	770,5781	0,0557	0,0495

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
601	1767S	N	749,0383	0,0559	748,9892	0,0559	0,0491
602	1767T		739,3049	0,0558	739,2561	0,0558	0,0488
603	1767U		632,2625	0,0558	632,2206	0,0558	0,0419
604	1767X	N	295,7674	0,0563	295,7463	0,0563	0,0211
605	1767Z		399,8675	0,0561	399,8404	0,0561	0,0271
606	1768B	N	694,6647	0,0562	694,6352	0,0562	0,0295
607	1768C		655,0731	0,0562	655,0472	0,0561	0,0259
608	1768D		633,0354	0,0564	633,0108	0,0564	0,0246
609	1768F	N	636,2371	0,0571	636,2153	0,0571	0,0218
610	1768G		624,0116	0,0570	623,9918	0,0570	0,0198
611	1768H		577,7300	0,0571	577,7134	0,0571	0,0166
612	1768L		605,7950	0,0576	605,7774	0,0576	0,0176
613	1768M	N	595,8559	0,0581	595,8381	0,0581	0,0178
614	1768N		571,7062	0,0580	571,6886	0,0580	0,0176
615	1768P		579,0619	0,0582	579,0432	0,0582	0,0187
616	1768R	N	559,9654	0,0586	559,9478	0,0586	0,0176
617	1769A		705,9042	0,0562	705,8735	0,0562	0,0307
618	1769B		732,1571	0,0566	732,1227	0,0566	0,0344
619	1769C	N	644,5903	0,0573	644,5607	0,0573	0,0296
620	1769D		703,2080	0,0572	703,1750	0,0572	0,0330
621	1769E		640,5424	0,0574	640,5129	0,0574	0,0295
622	1769F	N	611,2812	0,0578	611,2530	0,0578	0,0282
623	1769G		645,5702	0,0578	645,5400	0,0578	0,0302
624	1769H	N	643,8398	0,0582	643,8098	0,0582	0,0300
625	1769J		615,2641	0,0581	615,2355	0,0581	0,0286
626	1769L		549,5646	0,0581	549,5386	0,0581	0,0260
627	1769M		515,3748	0,0583	515,3503	0,0583	0,0245
628	1769N	N	525,9469	0,0586	525,9224	0,0586	0,0245
629	1769R		449,7170	0,0585	449,6966	0,0585	0,0204
630	1769S		450,9675	0,0587	450,9483	0,0587	0,0192
631	1769T	N	463,9528	0,0591	463,9338	0,0591	0,0190
632	1769U		482,6802	0,0590	482,6597	0,0589	0,0205
633	1769V		523,5593	0,0590	523,5350	0,0590	0,0243
634	1769X	N	646,1331	0,0594	646,0999	0,0594	0,0332
635	1769Z		607,0060	0,0593	606,9741	0,0592	0,0319
636	1770A		596,8438	0,0593	596,8108	0,0593	0,0330
637	1770B	N	609,2238	0,0595	609,1880	0,0595	0,0358
638	1770D		510,1152	0,0593	510,0816	0,0593	0,0336
639	1770E		490,1099	0,0594	490,0764	0,0594	0,0335
640	1770F	N	481,5030	0,0598	481,4685	0,0597	0,0345
641	1770G		548,8196	0,0596	548,7794	0,0596	0,0402
642	1770H		511,4607	0,0596	511,4240	0,0596	0,0367
643	1770J	N	539,3957	0,0598	539,3586	0,0598	0,0371
644	1770L		582,5705	0,0595	582,5316	0,0595	0,0389
645	1770N		633,3042	0,0593	633,2674	0,0593	0,0368
646	1770P		568,6031	0,0594	568,5726	0,0594	0,0305
647	1770S	N	598,5673	0,0598	598,5364	0,0598	0,0309
648	1770U		651,6409	0,0595	651,6063	0,0595	0,0346
649	1770V		688,3357	0,0595	688,2975	0,0595	0,0382
650	1770X	N	655,2256	0,0597	655,1858	0,0597	0,0398

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
651	1771A	N	720,1886	0,0593	720,1381	0,0593	0,0505
652	1771B		698,8981	0,0593	698,8493	0,0593	0,0488
653	1771C		664,6808	0,0595	664,6334	0,0595	0,0474
654	1771D		678,9236	0,0593	678,8761	0,0593	0,0475
655	1771E	N	654,6233	0,0592	654,5773	0,0592	0,0460
656	1771F		607,3421	0,0593	607,2995	0,0593	0,0426
657	1771G		587,8986	0,0590	587,8586	0,0590	0,0400
658	1771H		521,3333	0,0589	521,2970	0,0589	0,0363
659	1771J	N	347,8693	0,0591	347,8455	0,0590	0,0238
660	1771L		191,7279	0,0587	191,7152	0,0587	0,0127
661	1771M		206,5823	0,0586	206,5703	0,0586	0,0120
662	1771N		363,9144	0,0587	363,8940	0,0587	0,0204
663	1771P	N	486,3052	0,0584	486,2792	0,0584	0,0260
664	1771R		582,1007	0,0582	582,0716	0,0582	0,0291
665	1771S		600,9887	0,0583	600,9600	0,0583	0,0287
666	1771T		556,0504	0,0579	556,0254	0,0579	0,0250
667	1771U	N	614,0407	0,0577	614,0109	0,0577	0,0298
668	1771Z		671,1300	0,0578	671,0967	0,0578	0,0333
669	1772A		494,0061	0,0578	493,9809	0,0578	0,0252
670	1772B		582,1863	0,0581	582,1567	0,0581	0,0296
671	1772C	N	535,0736	0,0580	535,0471	0,0580	0,0265
672	1772D		572,0112	0,0581	571,9821	0,0581	0,0291
673	1772E		473,8549	0,0585	473,8323	0,0585	0,0226
674	1772F		431,1694	0,0584	431,1480	0,0584	0,0214
675	1772G	N	451,0965	0,0585	451,0738	0,0585	0,0227
676	1772H		303,6358	0,0588	303,6198	0,0588	0,0160
677	1772L		83,8412	0,0587	83,8370	0,0587	0,0042
678	1772M		70,3112	0,0588	70,3075	0,0588	0,0037
679	1772N	N	65,0025	0,0591	64,9992	0,0591	0,0033
680	1772P		92,1120	0,0590	92,1073	0,0590	0,0047
681	1772R		122,4922	0,0590	122,4854	0,0590	0,0068
682	1772S		75,4917	0,0593	75,4880	0,0593	0,0037
683	1772T	N	56,8516	0,0591	56,8488	0,0591	0,0028
684	1772U		58,1105	0,0592	58,1077	0,0592	0,0028
685	1772V		58,1908	0,0594	58,1880	0,0594	0,0028
686	1772Z		103,2270	0,0590	103,2215	0,0590	0,0055
687	1773A	N	528,8170	0,0578	528,7901	0,0578	0,0269
688	1773B		584,4258	0,0576	584,3958	0,0576	0,0300
689	1773C		535,2732	0,0575	535,2471	0,0575	0,0261
690	1773D		573,1495	0,0576	573,1216	0,0575	0,0279
691	1773E	N	564,5004	0,0578	564,4725	0,0578	0,0279
692	1773G		625,3626	0,0573	625,3263	0,0573	0,0363
693	1773H		730,8651	0,0572	730,8218	0,0572	0,0433
694	1773N		742,1356	0,0575	742,0905	0,0575	0,0451
695	1773R	N	756,9289	0,0565	756,8820	0,0565	0,0469
696	1773Z		703,7805	0,0561	703,7377	0,0561	0,0428
697	1774A		664,8685	0,0563	664,8255	0,0562	0,0430
698	1774B		773,2569	0,0566	773,2049	0,0566	0,0520
699	1774C	N	683,2954	0,0565	683,2506	0,0565	0,0448
700	1774D		735,7602	0,0567	735,7110	0,0567	0,0492

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
701	1774F	N	660,5988	0,0564	660,5554	0,0564	0,0434
702	1774G		709,2098	0,0565	709,1635	0,0565	0,0463
703	1774H		671,1020	0,0568	671,0574	0,0568	0,0446
704	1774J		514,9647	0,0566	514,9297	0,0566	0,0350
705	1774M		679,0194	0,0566	678,9745	0,0566	0,0449
706	1774N	N	753,4035	0,0569	753,3538	0,0569	0,0497
707	1774P	N	862,3305	0,0567	862,2734	0,0567	0,0571
708	1774R		852,4557	0,0568	852,3991	0,0568	0,0566
709	1774S		821,4803	0,0563	821,4272	0,0563	0,0531
710	1774V		464,9798	0,0567	464,9514	0,0566	0,0284
711	1775B		96,0891	0,0566	96,0835	0,0565	0,0056
712	1775C	N	74,3866	0,0569	74,3825	0,0569	0,0041
713	1775D		196,1850	0,0574	196,1733	0,0574	0,0117
714	1775F		494,3376	0,0572	494,3116	0,0572	0,0260
715	1775G		586,3439	0,0573	586,3127	0,0573	0,0312
716	1775M		102,9286	0,0580	102,9236	0,0580	0,0050
717	1775N	N	87,6857	0,0578	87,6817	0,0578	0,0040
718	1775P		109,9713	0,0579	109,9663	0,0579	0,0050
719	1775R		279,3672	0,0581	279,3539	0,0581	0,0133
720	1775T		429,9736	0,0579	429,9551	0,0579	0,0185
721	1775U		441,4908	0,0579	441,4718	0,0579	0,0190
722	1775V	N	531,0415	0,0582	531,0183	0,0582	0,0232
723	1775X		474,3952	0,0581	474,3749	0,0581	0,0203
724	1775Z		303,0636	0,0581	303,0510	0,0580	0,0126
725	1776A		162,5429	0,0582	162,5364	0,0582	0,0065
726	1776C		147,0633	0,0579	147,0578	0,0579	0,0055
727	1776D	N	135,8762	0,0579	135,8711	0,0579	0,0051
728	1776F		36,2032	0,0581	36,2022	0,0581	0,0010
729	1776G		34,9215	0,0581	34,9208	0,0581	0,0007
730	1776H		19,5050	0,0579	19,5047	0,0579	0,0003
731	1776J		22,1499	0,0577	22,1495	0,0577	0,0004
732	1776L	N	6,8767	0,0577	6,8768	0,0577	-0,0001
733	1776M		6,2752	0,0579	6,2753	0,0579	-0,0001
734	1776N		26,8335	0,0574	26,8332	0,0574	0,0003
735	1776P		15,8108	0,0572	15,8107	0,0572	0,0001
736	1776T		20,7908	0,0574	20,7906	0,0574	0,0002
737	1776U	N	13,9576	0,0574	13,9575	0,0574	0,0001
738	1776V		5,1090	0,0574	5,1092	0,0574	-0,0002
739	1776X		4,5095	0,0575	4,5097	0,0575	-0,0002
740	1776Z		2,6616	0,0574	2,6619	0,0574	-0,0003
741	1777A		1184,6647	0,0524	1184,5809	0,0524	0,0838
742	1777B	N	1157,1211	0,0523	1157,0180	0,0523	0,1031
743	1777C		907,0324	0,0524	906,9606	0,0524	0,0718
744	1777D		693,9144	0,0520	693,8584	0,0520	0,0560
745	1777E		462,5990	0,0518	462,5637	0,0518	0,0353
746	1777F		222,2340	0,0519	222,2176	0,0519	0,0164
747	1777G	N	164,8158	0,0514	164,8045	0,0514	0,0113
748	1777H		124,0029	0,0512	123,9948	0,0512	0,0081
749	1777J		96,2810	0,0513	96,2748	0,0513	0,0062
750	1777L		73,9783	0,0508	73,9738	0,0508	0,0045

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
751	1777M		60,6764	0,0505	60,6727	0,0505	0,0037
752	1777N	N	45,4716	0,0506	45,4689	0,0506	0,0027
753	1777P		34,8765	0,0501	34,8745	0,0501	0,0020
754	1777S		28,1160	0,0499	28,1145	0,0499	0,0015
755	1777T	N	18,6723	0,0499	18,6714	0,0499	0,0009
756	1777U		11,1795	0,0491	11,1791	0,0491	0,0004
757	1777X	N	22,4576	0,0491	22,4564	0,0490	0,0012
758	1777Z		26,5394	0,0486	26,5380	0,0486	0,0014
759	1778A		26,6651	0,0484	26,6636	0,0484	0,0015
760	1778B	N	19,0389	0,0485	19,0379	0,0485	0,0010
761	1778C		13,6520	0,0479	13,6515	0,0479	0,0005
762	1778D		12,2515	0,0477	12,2511	0,0477	0,0004
763	1778F		4,2175	0,0474	4,2175	0,0474	0,0000
764	1778H		13,2693	0,0472	13,2688	0,0472	0,0005
765	1778J	N	16,7780	0,0474	16,7771	0,0474	0,0009
766	1778L		19,6596	0,0469	19,6586	0,0469	0,0010
767	1778M		13,6159	0,0466	13,6153	0,0466	0,0006
768	1778N	N	29,8438	0,0467	29,8421	0,0467	0,0017
769	1778P		21,4737	0,0461	21,4726	0,0461	0,0011
770	1779A		19,9387	0,0491	19,9377	0,0491	0,0010
771	1779B		15,0544	0,0494	15,0538	0,0494	0,0006
772	1779C	N	11,1087	0,0500	11,1084	0,0500	0,0003
773	1779D		8,8243	0,0501	8,8242	0,0501	0,0001
774	1779E		13,4305	0,0504	13,4301	0,0504	0,0004
775	1779F	N	18,6149	0,0508	18,6141	0,0508	0,0008
776	1779G		7,5649	0,0508	7,5648	0,0508	0,0001
777	1779H		8,6874	0,0511	8,6872	0,0511	0,0002
778	1779J	N	5,8810	0,0517	5,8810	0,0517	0,0000
779	1779L		1,8720	0,0517	1,8723	0,0517	-0,0003
780	1779M		2,0793	0,0519	2,0795	0,0519	-0,0002
781	1779P	N	20,0028	0,0527	20,0022	0,0527	0,0006
782	1779R		20,7504	0,0526	20,7497	0,0526	0,0007
783	1779S		15,5459	0,0529	15,5455	0,0529	0,0004
784	1779T	N	7,8384	0,0533	7,8383	0,0533	0,0001
785	1779U		9,4112	0,0533	9,4111	0,0533	0,0001
786	1779V		16,3073	0,0535	16,3068	0,0535	0,0005
787	1779X	N	8,4364	0,0540	8,4363	0,0540	0,0001
788	1779Z		11,6693	0,0539	11,6690	0,0539	0,0003
789	1780A		14,1462	0,0541	14,1457	0,0541	0,0005
790	1780B	N	4,2133	0,0545	4,2134	0,0545	-0,0001
791	1780C		10,0636	0,0544	10,0634	0,0544	0,0002
792	1780D		5,9090	0,0546	5,9090	0,0546	0,0000
793	1780E	N	3,2282	0,0550	3,2284	0,0550	-0,0002
794	1780F		11,0981	0,0550	11,0979	0,0550	0,0002
795	1780G	N	14,2127	0,0553	14,2123	0,0553	0,0004
796	1780H		13,7597	0,0553	13,7594	0,0552	0,0003
797	1780J		6,6947	0,0554	6,6948	0,0554	-0,0001
798	1780L	N	13,2212	0,0558	13,2209	0,0558	0,0003
799	1780M		5,4068	0,0557	5,4069	0,0557	-0,0001
800	1780N		17,3495	0,0558	17,3490	0,0558	0,0005



N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
801	1780P	N	10,8686	0,0562	10,8684	0,0562	0,0002
802	1780R		8,8080	0,0560	8,8080	0,0560	0,0000
803	1780S		8,8580	0,0562	8,8580	0,0562	0,0000
804	1780T	N	7,5637	0,0565	7,5637	0,0565	0,0000
805	1780U		16,3692	0,0564	16,3689	0,0564	0,0003
806	1780V		8,0239	0,0565	8,0239	0,0565	0,0000
807	1780X	N	7,3656	0,0568	7,3657	0,0568	-0,0001
808	1780Z		8,1355	0,0567	8,1355	0,0567	0,0000
809	1781A		10,7743	0,0568	10,7742	0,0568	0,0001
810	1781B	N	6,4802	0,0571	6,4802	0,0571	0,0000
811	1781C		8,7159	0,0570	8,7159	0,0570	0,0000
812	1781D		16,7529	0,0571	16,7526	0,0571	0,0003
813	1781E	N	15,9862	0,0573	15,9859	0,0573	0,0003
814	1781F		16,6104	0,0572	16,6101	0,0572	0,0003
815	1781G		14,2914	0,0572	14,2912	0,0572	0,0002
816	1781H	N	14,3082	0,0574	14,3081	0,0574	0,0001
817	1781J		12,8867	0,0573	12,8866	0,0573	0,0001
818	1781L		13,0639	0,0573	13,0638	0,0573	0,0001
819	1781M	N	13,8005	0,0576	13,8004	0,0576	0,0001
820	1781N		13,5611	0,0575	13,5610	0,0575	0,0001
821	1781P	N	14,9427	0,0577	14,9427	0,0577	0,0000
822	1781R		50,1838	0,0576	50,1828	0,0576	0,0010
823	1781S	N	26,3651	0,0578	26,3648	0,0578	0,0003
824	1781T		26,5311	0,0576	26,5307	0,0576	0,0004
825	1781U		23,3007	0,0576	23,3003	0,0576	0,0004
826	1781V	N	21,9649	0,0578	21,9646	0,0578	0,0003
827	1781X		21,5282	0,0576	21,5279	0,0576	0,0003
828	1781Z		22,9435	0,0577	22,9432	0,0576	0,0003
829	1782A	N	28,2847	0,0579	28,2844	0,0579	0,0003
830	1782B		21,4928	0,0577	21,4925	0,0577	0,0003
831	1782C		41,0407	0,0577	41,0400	0,0577	0,0007
832	1782D	N	55,5256	0,0579	55,5246	0,0579	0,0010
833	1782E		57,2289	0,0577	57,2278	0,0577	0,0011
834	1782F		41,9043	0,0577	41,9035	0,0577	0,0008
835	1782G	N	84,5349	0,0579	84,5329	0,0579	0,0020
836	1782H		68,4538	0,0576	68,4524	0,0576	0,0014
837	1782J		39,5555	0,0576	39,5549	0,0576	0,0006
838	1782L	N	9,5776	0,0578	9,5777	0,0578	-0,0001
839	1782M		8,5956	0,0576	8,5958	0,0576	-0,0002
840	1782N		9,8640	0,0575	9,8641	0,0575	-0,0001
841	1782P	N	5,7519	0,0577	5,7521	0,0577	-0,0002
842	1782R		6,2603	0,0575	6,2605	0,0575	-0,0002
843	1782S		5,2528	0,0574	5,2530	0,0574	-0,0002
844	1782T	N	5,6162	0,0576	5,6164	0,0576	-0,0002
845	1782U		5,0455	0,0574	5,0457	0,0574	-0,0002
846	1783B		69,8584	0,0591	69,8548	0,0591	0,0036
847	1783C	N	66,2985	0,0593	66,2952	0,0593	0,0033
848	1783D		83,2529	0,0591	83,2485	0,0591	0,0044
849	1783E		46,9648	0,0591	46,9626	0,0590	0,0022
850	1783F	N	42,0119	0,0592	42,0100	0,0592	0,0019

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
851	1783G	N	51,0658	0,0590	51,0637	0,0590	0,0021
852	1783H		72,8555	0,0589	72,8530	0,0589	0,0025
853	1783J		64,5577	0,0591	64,5558	0,0591	0,0019
854	1783L		45,5836	0,0588	45,5826	0,0587	0,0010
855	1783M	N	34,2094	0,0587	34,2087	0,0587	0,0007
856	1783N		83,5133	0,0588	83,5114	0,0588	0,0019
857	1784A		33,2840	0,0587	33,2834	0,0587	0,0006
858	1784B		53,2208	0,0589	53,2195	0,0589	0,0013
859	1784C	N	43,8989	0,0587	43,8979	0,0587	0,0010
860	1784D		26,2750	0,0588	26,2744	0,0588	0,0006
861	1784E		55,9433	0,0591	55,9415	0,0591	0,0018
862	1784F		70,0195	0,0589	70,0169	0,0589	0,0026
863	1784G	N	68,2690	0,0589	68,2658	0,0589	0,0032
864	1784H		102,7611	0,0592	102,7561	0,0592	0,0050
865	1784J		134,3648	0,0590	134,3582	0,0590	0,0066
866	1784L		72,1229	0,0590	72,1195	0,0590	0,0034
867	1784M	N	82,6539	0,0592	82,6501	0,0592	0,0038
868	1784N		68,6883	0,0590	68,6855	0,0590	0,0028
869	1784P		84,8307	0,0590	84,8272	0,0590	0,0035
870	1784R		62,9138	0,0592	62,9115	0,0592	0,0023
871	1784S	N	26,8937	0,0590	26,8930	0,0590	0,0007
872	1784T		77,5209	0,0589	77,5183	0,0589	0,0026
873	1784U		82,7962	0,0591	82,7937	0,0591	0,0025
874	1784V		56,1274	0,0588	56,1260	0,0588	0,0014
875	1784X	N	49,3545	0,0588	49,3534	0,0588	0,0011
876	1784Z		95,6161	0,0590	95,6137	0,0590	0,0024
877	1785A		91,4534	0,0587	91,4508	0,0587	0,0026
878	1785B		60,9555	0,0586	60,9537	0,0586	0,0018
879	1785C	N	90,6841	0,0588	90,6812	0,0588	0,0029
880	1785D		71,9926	0,0585	71,9906	0,0585	0,0020
881	1785E		42,8900	0,0584	42,8891	0,0584	0,0009
882	1785F		50,7257	0,0585	50,7247	0,0585	0,0010
883	1785G	N	23,2176	0,0582	23,2173	0,0582	0,0003
884	1785H		4,0587	0,0580	4,0589	0,0580	-0,0002
885	1785J		6,6964	0,0582	6,6966	0,0582	-0,0002
886	1785L		26,4371	0,0578	26,4369	0,0578	0,0002
887	1785M	N	41,5373	0,0577	41,5368	0,0577	0,0005
888	1785N		10,6998	0,0578	10,6999	0,0578	-0,0001
889	1785P		3,3355	0,0574	3,3358	0,0574	-0,0003
890	1785R		3,7083	0,0573	3,7085	0,0573	-0,0002
891	1785S	N	7,6463	0,0574	7,6464	0,0574	-0,0001
892	17I		22,0115	0,0354	22,0110	0,0354	0,0005
893	1905E		563,8244	0,0588	563,8068	0,0588	0,0176
894	1905F		541,7066	0,0587	541,6904	0,0587	0,0162
895	1905G	N	521,2075	0,0589	521,1930	0,0589	0,0145
896	1905H		503,7118	0,0593	503,6981	0,0593	0,0137
897	1905J		554,2531	0,0592	554,2373	0,0592	0,0158
898	1905M		442,9619	0,0593	442,9475	0,0593	0,0144
899	1905N	N	500,8329	0,0598	500,8138	0,0598	0,0191
900	1905P		472,8041	0,0597	472,7843	0,0597	0,0198

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
901	1905R	N	415,5406	0,0598	415,5227	0,0598	0,0179
902	1905S		452,4745	0,0602	452,4538	0,0601	0,0207
903	1905T		518,1562	0,0600	518,1307	0,0600	0,0255
904	1905U	N	423,6214	0,0601	423,6009	0,0601	0,0205
905	1905V		477,4484	0,0604	477,4243	0,0604	0,0241
906	1905X		458,8689	0,0602	458,8455	0,0602	0,0234
907	1905Z	N	583,7950	0,0603	583,7641	0,0603	0,0309
908	1906B		493,6797	0,0607	493,6531	0,0607	0,0266
909	1906C		567,4565	0,0605	567,4265	0,0605	0,0300
910	1906E	N	692,2702	0,0605	692,2377	0,0604	0,0325
911	1906F		724,7927	0,0606	724,7612	0,0606	0,0315
912	1906H		720,1277	0,0609	720,0971	0,0609	0,0306
913	1906L	N	712,4312	0,0610	712,4007	0,0610	0,0305
914	1906M		663,4706	0,0608	663,4433	0,0608	0,0273
915	1906N		675,5343	0,0610	675,5057	0,0610	0,0286
916	1906P	N	657,9801	0,0608	657,9531	0,0608	0,0270
917	1906R		690,5284	0,0608	690,5001	0,0608	0,0283
918	1906S		743,4538	0,0610	743,4231	0,0610	0,0307
919	1906T	N	709,5483	0,0608	709,5183	0,0608	0,0300
920	1906U		763,4971	0,0608	763,4651	0,0608	0,0320
921	1906V		773,8392	0,0610	773,8053	0,0610	0,0339
922	1906Z	N	689,6997	0,0607	689,6693	0,0607	0,0304
923	1907A		589,1058	0,0606	589,0796	0,0606	0,0262
924	1907B		639,1701	0,0607	639,1404	0,0607	0,0297
925	1907C	N	693,3555	0,0609	693,3226	0,0609	0,0329
926	1907D		626,3825	0,0606	626,3552	0,0606	0,0273
927	1907E		647,3173	0,0606	647,2907	0,0606	0,0266
928	1907F	N	649,7026	0,0607	649,6789	0,0607	0,0237
929	1907G		643,8268	0,0605	643,8049	0,0605	0,0219
930	1907H		552,5061	0,0606	552,4888	0,0606	0,0173
931	1907J	N	545,3188	0,0604	545,3005	0,0604	0,0183
932	1907L		499,1005	0,0603	499,0828	0,0603	0,0177
933	1907M		394,7170	0,0604	394,7024	0,0604	0,0146
934	1907P	N	129,9925	0,0601	129,9880	0,0601	0,0045
935	1907R		98,6278	0,0600	98,6243	0,0600	0,0035
936	1907S		73,6185	0,0601	73,6158	0,0601	0,0027
937	1907T	N	75,1269	0,0598	75,1242	0,0598	0,0027
938	1907U		93,6137	0,0597	93,6100	0,0597	0,0037
939	1907V		99,1882	0,0598	99,1844	0,0598	0,0038
940	1907X	N	53,7430	0,0595	53,7412	0,0595	0,0018
941	1907Z		78,1023	0,0594	78,0995	0,0594	0,0028
942	1908A		50,8878	0,0595	50,8861	0,0595	0,0017
943	1908B	N	119,2116	0,0591	119,2073	0,0591	0,0043
944	1908C		40,4434	0,0590	40,4423	0,0589	0,0011
945	1908D		72,8148	0,0590	72,8129	0,0590	0,0019
946	1908E	N	76,2767	0,0587	76,2748	0,0587	0,0019
947	1908F		53,5320	0,0587	53,5309	0,0587	0,0011
948	1908H		31,8458	0,0586	31,8453	0,0586	0,0005
949	2000A	N	16,2506	0,0368	16,2506	0,0368	0,0000
950	2000B		15,0033	0,0368	15,0033	0,0368	0,0000

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
951	2000C	N	8,9391	0,0372	8,9392	0,0372	-0,0001
952	2000D		8,5244	0,0379	8,5246	0,0379	-0,0002
953	2000E		5,9808	0,0379	5,9810	0,0379	-0,0002
954	2000F		8,6882	0,0383	8,6883	0,0383	-0,0001
955	2000G		10,8045	0,0389	10,8045	0,0389	0,0000
956	2000J	N	18,6163	0,0390	18,6160	0,0390	0,0003
957	2000L		5,1641	0,0395	5,1643	0,0395	-0,0002
958	2000M		28,6846	0,0401	28,6841	0,0401	0,0005
959	2000R		16,2755	0,0403	16,2752	0,0403	0,0003
960	2000T		18,3736	0,0407	18,3731	0,0407	0,0005
961	2000V	N	8,3442	0,0416	8,3441	0,0416	0,0001
962	2000Z		8,4852	0,0418	8,4851	0,0418	0,0001
963	2001E		24,6205	0,0425	24,6197	0,0425	0,0008
964	2001G		7,0542	0,0426	7,0543	0,0426	-0,0001
965	2001J		7,4533	0,0434	7,4533	0,0434	0,0000
966	2001L	N	12,1608	0,0434	12,1605	0,0434	0,0003
967	2001M		9,8136	0,0436	9,8135	0,0436	0,0001
968	2001N		28,5326	0,0440	28,5316	0,0440	0,0010
969	2001P		39,2742	0,0440	39,2726	0,0440	0,0016
970	2001R		15,4854	0,0442	15,4849	0,0442	0,0005
971	2001S	N	20,0962	0,0447	20,0955	0,0447	0,0007
972	2001T		46,7641	0,0446	46,7620	0,0446	0,0021
973	2001X		10,1117	0,0450	10,1115	0,0450	0,0002
974	2001Z		9,7027	0,0457	9,7024	0,0457	0,0003
975	2002A		14,3685	0,0456	14,3679	0,0456	0,0006
976	2002B	N	16,3546	0,0457	16,3538	0,0457	0,0008
977	2003P		25,2977	0,0343	25,2974	0,0343	0,0003
978	2003R		22,7754	0,0343	22,7750	0,0343	0,0004
979	2003S		16,8116	0,0348	16,8114	0,0348	0,0002
980	2003T		5,7546	0,0348	5,7548	0,0348	-0,0002
981	2003U	N	9,4764	0,0350	9,4764	0,0350	0,0000
982	2003V		15,6335	0,0355	15,6332	0,0355	0,0003
983	2003Z		61,8315	0,0353	61,8296	0,0353	0,0019
984	2004A		69,5539	0,0354	69,5518	0,0354	0,0021
985	2004C		4,2420	0,0359	4,2421	0,0359	-0,0001
986	2004D	N	8,2502	0,0356	8,2502	0,0356	0,0000
987	2004F		4,9220	0,0357	4,9222	0,0357	-0,0002
988	2004G		5,1045	0,0361	5,1046	0,0361	-0,0001
989	2004H		4,1031	0,0358	4,1032	0,0358	-0,0001
990	2004P		32,8429	0,0358	32,8418	0,0358	0,0011
991	2004R	N	4,6388	0,0367	4,6389	0,0367	-0,0001
992	2004S		5,3623	0,0368	5,3624	0,0368	-0,0001
993	2009M		87,3833	0,0447	87,3799	0,0447	0,0034
994	2009P		139,9456	0,0445	139,9403	0,0445	0,0053
995	2009R		146,0658	0,0447	146,0602	0,0447	0,0056
996	2009S	N	228,1022	0,0451	228,0944	0,0451	0,0078
997	2009T		295,4349	0,0449	295,4245	0,0449	0,0104
998	2009U		407,0695	0,0451	407,0546	0,0450	0,0149
999	2009V		440,7013	0,0454	440,6850	0,0454	0,0163
1000	2009X		486,6464	0,0452	486,6276	0,0452	0,0188

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
1001	2009Z		524,1002	0,0453	524,0794	0,0453	0,0208
1002	2010A	N	519,0400	0,0456	519,0186	0,0456	0,0214
1003	2010B		517,8023	0,0453	517,7808	0,0453	0,0215
1004	2010D		522,0846	0,0454	522,0615	0,0454	0,0231
1005	2010E	N	526,6771	0,0458	526,6511	0,0458	0,0260
1006	2010G		601,7202	0,0455	601,6877	0,0455	0,0325
1007	2010H		654,9141	0,0454	654,8767	0,0454	0,0374
1008	2010J		711,9259	0,0456	711,8824	0,0456	0,0435
1009	2010L	N	821,3216	0,0459	821,2696	0,0459	0,0520
1010	2010P		980,4807	0,0455	980,4117	0,0455	0,0690
1011	2010R	N	969,8673	0,0459	969,8009	0,0459	0,0664
1012	2010S		957,1868	0,0456	957,1220	0,0456	0,0648
1013	2010T		974,2768	0,0456	974,2123	0,0456	0,0645
1014	2010U	N	968,0869	0,0458	968,0223	0,0458	0,0646
1015	2010V		989,6036	0,0455	989,5386	0,0455	0,0650
1016	2010X		965,8335	0,0454	965,7685	0,0454	0,0650
1017	2010Z	N	938,9711	0,0456	938,9065	0,0456	0,0646
1018	2011A		943,7136	0,0453	943,6472	0,0453	0,0664
1019	2011B		939,4267	0,0452	939,3576	0,0452	0,0691
1020	2011C	N	970,6395	0,0454	970,5601	0,0454	0,0794
1021	2011D		938,4199	0,0451	938,3397	0,0450	0,0802
1022	2011E		945,5990	0,0450	945,5170	0,0449	0,0820
1023	2011F	N	936,2200	0,0451	936,1374	0,0451	0,0826
1024	2011G		955,0556	0,0445	954,9710	0,0445	0,0846
1025	2011H		924,3647	0,0443	924,2830	0,0443	0,0817
1026	2011M	N	979,3219	0,0445	979,2341	0,0445	0,0878
1027	2011N		1011,5717	0,0440	1011,4806	0,0440	0,0911
1028	2011P		962,1907	0,0438	962,1063	0,0438	0,0844
1029	2011T	N	934,2821	0,0439	934,2013	0,0439	0,0808
1030	2011U		948,0244	0,0435	947,9421	0,0434	0,0823
1031	2011V		932,7729	0,0433	932,6917	0,0433	0,0812
1032	2011X	N	845,8243	0,0434	845,7517	0,0434	0,0726
1033	2011Z		832,5451	0,0430	832,4763	0,0430	0,0688
1034	2012A		837,5300	0,0428	837,4610	0,0428	0,0690
1035	2012B		830,9408	0,0428	830,8735	0,0428	0,0673
1036	2012C	N	867,2322	0,0431	867,1634	0,0431	0,0688
1037	2012E		802,4479	0,0415	802,3891	0,0415	0,0588
1038	2012F		788,4323	0,0411	788,3758	0,0411	0,0565
1039	2012J		925,0389	0,0435	924,9553	0,0435	0,0836
1040	2012M	N	843,4207	0,0446	843,3466	0,0445	0,0741
1041	2012N		816,1793	0,0445	816,1062	0,0445	0,0731
1042	2012P		809,5461	0,0448	809,4746	0,0448	0,0715
1043	2012S	N	794,9288	0,0456	794,8591	0,0456	0,0697
1044	2012T		801,9106	0,0455	801,8401	0,0455	0,0705
1045	2012U		839,0061	0,0459	838,9303	0,0458	0,0758
1046	2012V	N	816,4861	0,0464	816,4147	0,0463	0,0714
1047	2012X		820,4159	0,0463	820,3446	0,0463	0,0713
1048	2012Z		836,1188	0,0465	836,0437	0,0465	0,0751
1049	2013A	N	842,9320	0,0470	842,8561	0,0470	0,0759
1050	2013B		813,4806	0,0469	813,4070	0,0469	0,0736

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
1051	2013C	N	803,5972	0,0474	803,5246	0,0474	0,0726
1052	2013D	N	797,1665	0,0472	797,0943	0,0472	0,0722
1053	2013F	N	804,0096	0,0475	803,9366	0,0475	0,0730
1054	2013G	N	804,6343	0,0480	804,5609	0,0480	0,0734
1055	2013H	N	798,6695	0,0478	798,5961	0,0478	0,0734
1056	2013L	N	804,3688	0,0479	804,2968	0,0479	0,0720
1057	2013M	N	800,8274	0,0482	800,7567	0,0481	0,0707
1058	2013N	N	816,0193	0,0487	815,9477	0,0487	0,0716
1059	2013P	N	802,0279	0,0484	801,9576	0,0484	0,0703
1060	2013T	N	1109,2268	0,0487	1109,1259	0,0486	0,1009
1061	2013U	N	1155,0122	0,0490	1154,9083	0,0490	0,1039
1062	2013V	N	1247,5937	0,0490	1247,4810	0,0490	0,1127
1063	2013X	N	1241,0404	0,0493	1240,9323	0,0493	0,1081
1064	2014A	N	1135,4006	0,0490	1135,3068	0,0489	0,0938
1065	2014B	N	1130,5278	0,0491	1130,4352	0,0491	0,0926
1066	2014C	N	1129,8339	0,0494	1129,7426	0,0494	0,0913
1067	2014D	N	1093,9379	0,0492	1093,8482	0,0492	0,0897
1068	2014E	N	1065,6337	0,0492	1065,5488	0,0492	0,0849
1069	2014F	N	1136,8128	0,0495	1136,7191	0,0495	0,0937
1070	2014G	N	1128,9084	0,0493	1128,8168	0,0493	0,0916
1071	2014J	N	1146,4630	0,0490	1146,3712	0,0490	0,0918
1072	2014N	N	1084,1058	0,0495	1084,0159	0,0495	0,0899
1073	2014R	N	1057,9808	0,0489	1057,8868	0,0489	0,0940
1074	2014T	N	974,1013	0,0489	974,0109	0,0489	0,0904
1075	2014U	N	960,9449	0,0493	960,8538	0,0492	0,0911
1076	2014V	N	986,6850	0,0488	986,5871	0,0488	0,0979
1077	2014X	N	933,3487	0,0486	933,2602	0,0486	0,0885
1078	2015B	N	1056,3959	0,0489	1056,3042	0,0489	0,0917
1079	2015C	N	1082,7055	0,0484	1082,6151	0,0484	0,0904
1080	2015E	N	961,5562	0,0483	961,4797	0,0483	0,0765
1081	2015F	N	920,6506	0,0485	920,5723	0,0485	0,0783
1082	2015G	N	986,9480	0,0476	986,8677	0,0476	0,0803
1083	2038J	N	912,7825	0,0488	912,7031	0,0488	0,0794
1084	2038L	N	938,1083	0,0486	938,0270	0,0486	0,0813
1085	2038M	N	956,2954	0,0487	956,2135	0,0486	0,0819
1086	2038N	N	878,8452	0,0489	878,7716	0,0489	0,0736
1087	2038P	N	883,8106	0,0487	883,7378	0,0487	0,0728
1088	2038R	N	880,0633	0,0488	879,9909	0,0487	0,0724
1089	2038S	N	917,8816	0,0490	917,8053	0,0490	0,0763
1090	2038T	N	868,5808	0,0488	868,5100	0,0488	0,0708
1091	2038U	N	854,7131	0,0488	854,6449	0,0488	0,0682
1092	2038V	N	854,6056	0,0490	854,5389	0,0490	0,0667
1093	2038X	N	872,6456	0,0488	872,5784	0,0488	0,0672
1094	2038Z	N	878,2009	0,0488	878,1328	0,0488	0,0681
1095	2039A	N	851,0603	0,0490	850,9967	0,0490	0,0636
1096	2039B	N	860,5427	0,0488	860,4754	0,0488	0,0673
1097	2039C	N	867,4723	0,0488	867,4043	0,0488	0,0680
1098	2039D	N	864,5559	0,0490	864,4882	0,0490	0,0677
1099	2039E	N	858,7048	0,0488	858,6369	0,0487	0,0679
1100	2039F	N	868,3303	0,0487	868,2618	0,0487	0,0685

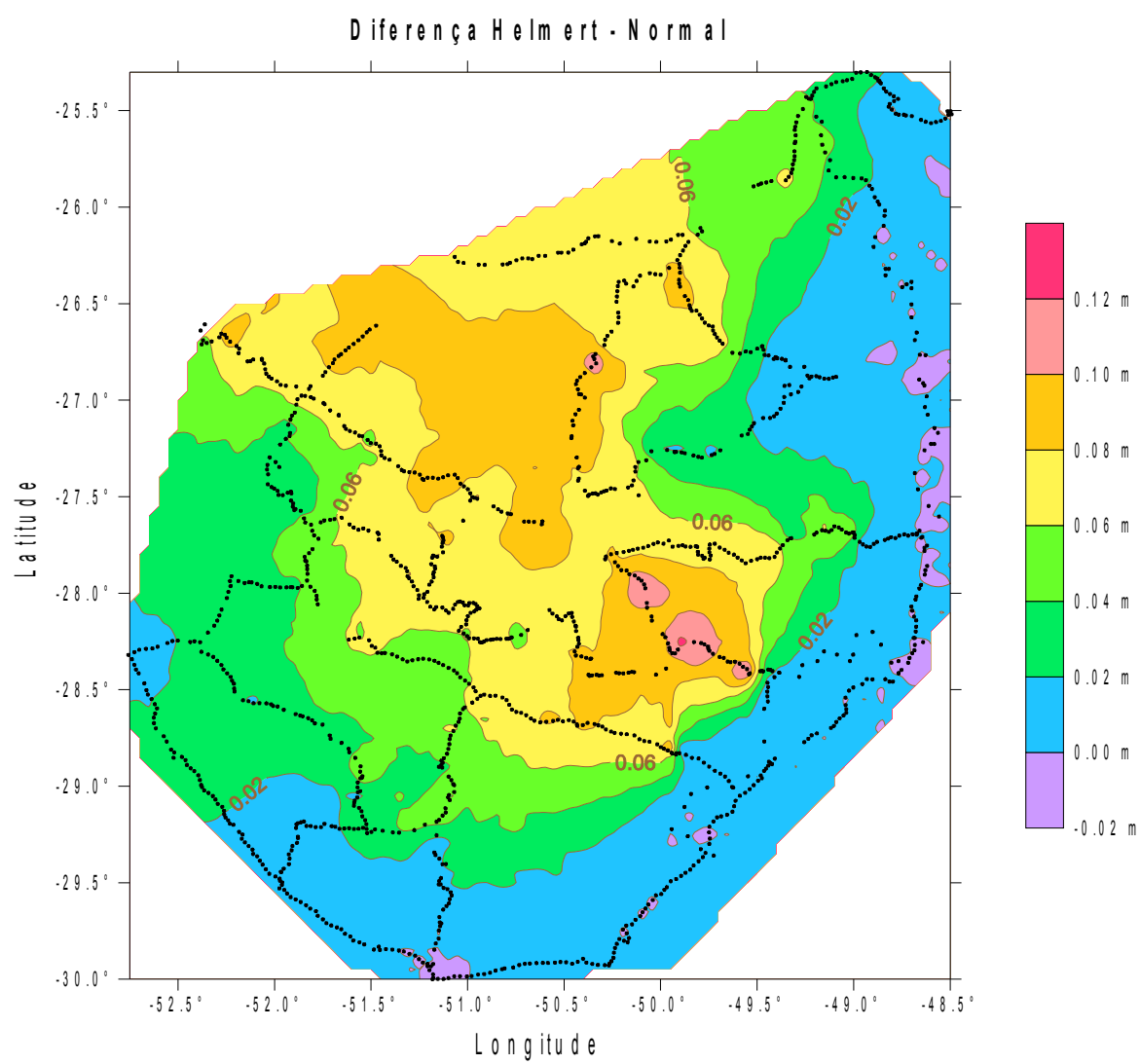
N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
1101	2039G	N	859,0675	0,0489	858,9990	0,0489	0,0685
1102	2039H	N	852,1270	0,0488	852,0592	0,0487	0,0678
1103	2039J	N	888,4707	0,0487	888,3976	0,0487	0,0731
1104	2039L	N	848,3206	0,0488	848,2510	0,0488	0,0696
1105	2039M	N	866,7938	0,0486	866,7225	0,0486	0,0713
1106	2039N	N	887,0132	0,0486	886,9394	0,0486	0,0738
1107	2039P	N	850,2377	0,0487	850,1679	0,0487	0,0698
1108	2039R	N	901,6669	0,0484	901,5916	0,0484	0,0753
1109	2039S	N	879,1167	0,0484	879,0434	0,0484	0,0733
1110	2039T	N	867,7004	0,0486	867,6279	0,0486	0,0725
1111	2039U	N	841,6581	0,0483	841,5891	0,0483	0,0690
1112	2039V	N	898,5986	0,0482	898,5262	0,0482	0,0724
1113	2039X	N	875,8976	0,0484	875,8264	0,0484	0,0712
1114	2039Z	N	855,0878	0,0481	855,0172	0,0481	0,0706
1115	2042G	N	888,5178	0,0385	888,4774	0,0384	0,0404
1116	2042H	N	923,9756	0,0387	923,9325	0,0387	0,0431
1117	2042J	N	926,1474	0,0386	926,1044	0,0386	0,0430
1118	2043A	N	898,1893	0,0385	898,1502	0,0385	0,0391
1119	2043B	N	896,0874	0,0388	896,0505	0,0388	0,0369
1120	2043C	N	921,8723	0,0386	921,8344	0,0386	0,0379
1121	2045B	N	907,5211	0,0391	907,4850	0,0391	0,0361
1122	2045C	N	924,4802	0,0389	924,4444	0,0388	0,0358
1123	2045D	N	918,8792	0,0389	918,8453	0,0389	0,0339
1124	2045E	N	915,1290	0,0394	915,0966	0,0394	0,0324
1125	2045F	N	859,5909	0,0392	859,5604	0,0392	0,0305
1126	2045G	N	834,1870	0,0393	834,1535	0,0392	0,0335
1127	2045H	N	836,8720	0,0396	836,8435	0,0396	0,0285
1128	2045J	N	854,1964	0,0394	854,1688	0,0394	0,0276
1129	2045L	N	843,5772	0,0398	843,5512	0,0398	0,0260
1130	2047A	N	869,3945	0,0395	869,3668	0,0395	0,0277
1131	2047B	N	907,6407	0,0396	907,6087	0,0396	0,0320
1132	2047C	N	720,4646	0,0399	720,4366	0,0399	0,0280
1133	2047D	N	580,0737	0,0397	580,0496	0,0397	0,0241
1134	2047E	N	469,5862	0,0397	469,5663	0,0397	0,0199
1135	2047F	N	353,5391	0,0400	353,5242	0,0400	0,0149
1136	2047G	N	203,7016	0,0397	203,6930	0,0397	0,0086
1137	2047H	N	80,7187	0,0397	80,7158	0,0397	0,0029
1138	2047J	N	57,1061	0,0400	57,1043	0,0400	0,0018
1139	2047L	N	25,1249	0,0397	25,1243	0,0397	0,0006
1140	2047M	N	75,2001	0,0397	75,1979	0,0397	0,0022
1141	2047N	N	21,0161	0,0400	21,0156	0,0400	0,0005
1142	2047V	N	10,4505	0,0397	10,4504	0,0397	0,0001
1143	2047X	N	11,4071	0,0398	11,4070	0,0398	0,0001
1144	2048A	N	7,3332	0,0397	7,3331	0,0397	0,0001
1145	2048B	N	9,8355	0,0397	9,8353	0,0397	0,0002
1146	2048C	N	7,6881	0,0399	7,6880	0,0399	0,0001
1147	2048D	N	21,8665	0,0396	21,8658	0,0396	0,0007
1148	2048E	N	10,1453	0,0396	10,1451	0,0396	0,0002
1149	2048F	N	19,6978	0,0398	19,6973	0,0398	0,0005
1150	2048H	N	17,5408	0,0393	17,5403	0,0393	0,0005

N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
1151	2048J	N	13,8923	0,0393	13,8920	0,0393	0,0003
1152	2048L		10,9720	0,0396	10,9718	0,0396	0,0002
1153	2048M		15,7668	0,0392	15,7665	0,0392	0,0003
1154	2048N		9,6587	0,0390	9,6586	0,0390	0,0001
1155	2048P		9,5407	0,0390	9,5406	0,0390	0,0001
1156	2048R	N	11,6522	0,0393	11,6521	0,0393	0,0001
1157	2048T		4,7970	0,0388	4,7971	0,0388	-0,0001
1158	2048U		4,1365	0,0388	4,1365	0,0388	0,0000
1159	2053H	N	921,8985	0,0384	921,8508	0,0384	0,0477
1160	2053L		929,1456	0,0389	929,0945	0,0389	0,0511
1161	2053V		911,4520	0,0399	911,4008	0,0399	0,0512
1162	2053X		911,7542	0,0398	911,7038	0,0398	0,0504
1163	2053Z		878,7880	0,0399	878,7396	0,0399	0,0484
1164	2054A	N	881,0632	0,0404	881,0164	0,0404	0,0468
1165	2054C		905,0162	0,0402	904,9683	0,0402	0,0479
1166	2054D		902,9462	0,0404	902,8975	0,0404	0,0487
1167	2054E	N	893,5421	0,0409	893,4913	0,0409	0,0508
1168	2054F		901,8663	0,0408	901,8125	0,0408	0,0538
1169	2054G		894,3790	0,0409	894,3249	0,0409	0,0541
1170	2054H	N	917,0522	0,0414	916,9949	0,0414	0,0573
1171	2054J		926,8607	0,0413	926,8000	0,0413	0,0607
1172	2054L		936,5140	0,0416	936,4503	0,0416	0,0637
1173	2054M	N	937,4565	0,0413	937,3913	0,0413	0,0652
1174	2054N		909,7401	0,0413	909,6755	0,0413	0,0646
1175	2055C		881,6916	0,0417	881,6363	0,0417	0,0553
1176	2055D		836,5677	0,0423	836,5156	0,0423	0,0521
1177	2055E		822,8675	0,0421	822,8173	0,0421	0,0502
1178	2055G	N	813,3863	0,0422	813,3372	0,0422	0,0491
1179	2055H		853,3285	0,0426	853,2770	0,0426	0,0515
1180	2059X		888,1438	0,0482	888,0652	0,0482	0,0786
1181	2060A	N	907,5414	0,0482	907,4598	0,0482	0,0816
1182	2060B		890,2349	0,0485	890,1539	0,0485	0,0810
1183	2060C		895,7627	0,0482	895,6811	0,0482	0,0816
1184	2060D	N	969,4133	0,0481	969,3247	0,0481	0,0886
1185	2060E		1059,0643	0,0483	1058,9680	0,0483	0,0963
1186	2060F		1117,9066	0,0480	1117,8043	0,0480	0,1023
1187	2060G	N	1114,3313	0,0479	1114,2283	0,0479	0,1030
1188	2060H		1123,2546	0,0480	1123,1476	0,0480	0,1070
1189	2060J		1177,1689	0,0475	1177,0606	0,0475	0,1083
1190	2060L	N	1270,5848	0,0473	1270,4687	0,0473	0,1161
1191	2060P		1230,2299	0,0475	1230,1175	0,0475	0,1124
1192	2060R		1133,8757	0,0471	1133,7733	0,0471	0,1024
1193	2060T	N	1078,5079	0,0469	1078,4148	0,0469	0,0931
1194	2060U		1119,0512	0,0470	1118,9578	0,0470	0,0934
1195	2061A		1250,6537	0,0461	1250,5552	0,0461	0,0985
1196	2061B	N	1243,1416	0,0459	1243,0439	0,0459	0,0977
1197	2061D		1272,2289	0,0461	1272,1311	0,0461	0,0978
1198	2061E		1168,6018	0,0457	1168,5116	0,0457	0,0902
1199	2061F		1286,4192	0,0455	1286,3198	0,0455	0,0994
1200	2061G		877,1524	0,0480	877,0807	0,0480	0,0717

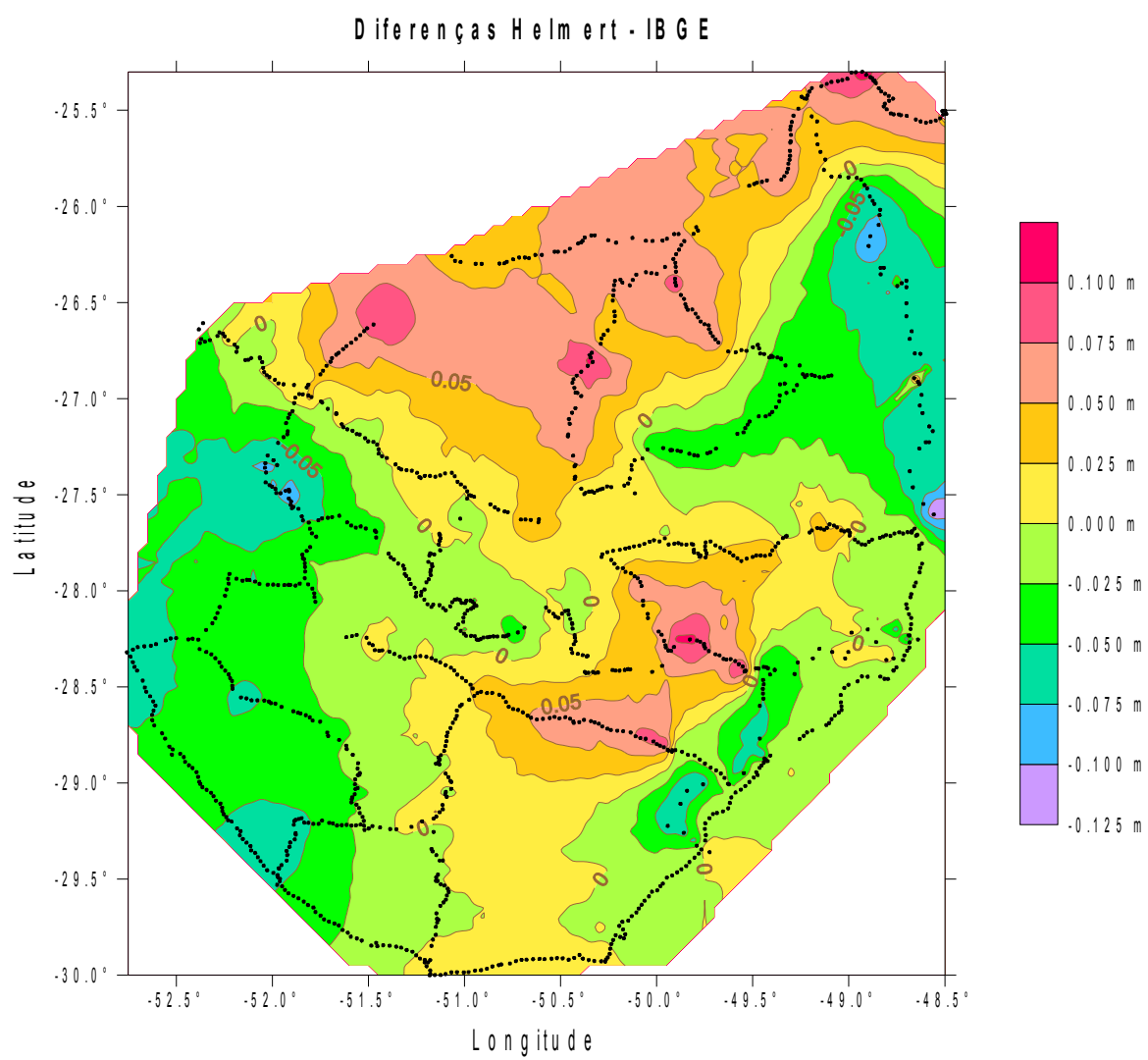


N ORD	ESTAÇÃO	COD	ALTITUDE DE HELMERT		ALTITUDE NORMAL		DIF (m)
			ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	ALTITUDE (m)	DESV PAD (m)	
1201	2061H	N	856,3035	0,0481	856,2329	0,0481	0,0706
1202	2061J	N	865,8178	0,0478	865,7452	0,0478	0,0726
1203	2061L	N	862,1284	0,0477	862,0559	0,0477	0,0725
1204	2061M	N	885,2831	0,0479	885,2082	0,0479	0,0749
1205	2061N	N	868,6490	0,0475	868,5768	0,0475	0,0722
1206	2061P	N	880,0034	0,0474	879,9318	0,0474	0,0716
1207	2061R	N	890,8865	0,0475	890,8157	0,0475	0,0708
1208	2061S	N	889,8274	0,0472	889,7575	0,0472	0,0699
1209	2061T	N	891,5933	0,0471	891,5240	0,0471	0,0693
1210	2061U	N	888,7022	0,0472	888,6338	0,0472	0,0684
1211	2061V	N	899,3759	0,0468	899,3067	0,0468	0,0692
1212	2061X	N	884,0683	0,0467	883,9999	0,0467	0,0684
1213	2061Z	N	833,8289	0,0468	833,7645	0,0468	0,0644
1214	2062A	N	769,8437	0,0464	769,7845	0,0464	0,0592
1215	2062C	N	546,6020	0,0462	546,5598	0,0462	0,0422
1216	2062D	N	470,7497	0,0463	470,7135	0,0463	0,0362
1217	2062E	N	461,6940	0,0457	461,6590	0,0457	0,0350
1218	2062M	N	592,5667	0,0450	592,5248	0,0450	0,0419
1219	2062N	N	645,8836	0,0452	645,8386	0,0452	0,0450
1220	2062R	N	963,4599	0,0445	963,3953	0,0445	0,0646
1221	2062S	N	1051,7463	0,0444	1051,6756	0,0444	0,0707
1222	2062T	N	982,2333	0,0444	982,1666	0,0444	0,0667
1223	2062U	N	802,2760	0,0441	802,2241	0,0441	0,0519
1224	2062V	N	699,9004	0,0441	699,8555	0,0441	0,0449
1225	2062X	N	648,0813	0,0437	648,0392	0,0437	0,0421
1226	2062Z	N	637,5928	0,0437	637,5513	0,0436	0,0415
1227	2063B	N	837,9402	0,0430	837,8883	0,0430	0,0519
1228	2063C	N	875,3117	0,0428	875,2572	0,0428	0,0545
1229	2063D	N	811,5220	0,0429	811,4721	0,0429	0,0499
1230	2063E	N	794,2711	0,0426	794,2223	0,0426	0,0488
1231	2063F	N	781,0195	0,0423	780,9721	0,0423	0,0474
1232	2063G	N	806,4307	0,0423	806,3852	0,0423	0,0455
1233	2063J	N	450,5334	0,0416	450,5093	0,0416	0,0241
1234	2063L	N	301,4258	0,0413	301,4106	0,0413	0,0152
1235	2063M	N	233,4106	0,0413	233,3974	0,0413	0,0132
1236	2063N	N	221,1510	0,0408	221,1384	0,0408	0,0126
1237	2063P	N	199,0257	0,0406	199,0143	0,0406	0,0114
1238	2063R	N	191,6719	0,0406	191,6611	0,0406	0,0108
1239	2063T	N	158,2567	0,0397	158,2480	0,0397	0,0087
1240	2063U	N	130,8762	0,0395	130,8692	0,0395	0,0070
1241	2063V	N	59,9120	0,0395	59,9092	0,0395	0,0028
1242	2063X	N	69,7525	0,0389	69,7491	0,0389	0,0034
1243	2063Z	N	35,5882	0,0385	35,5866	0,0385	0,0016
1244	2064A	N	12,6243	0,0385	12,6240	0,0385	0,0003
1245	2064B	N	9,5383	0,0379	9,5381	0,0379	0,0002
1246	2064C	N	18,3150	0,0376	18,3144	0,0376	0,0006
1247	2064D	N	8,0253	0,0375	8,0252	0,0375	0,0001

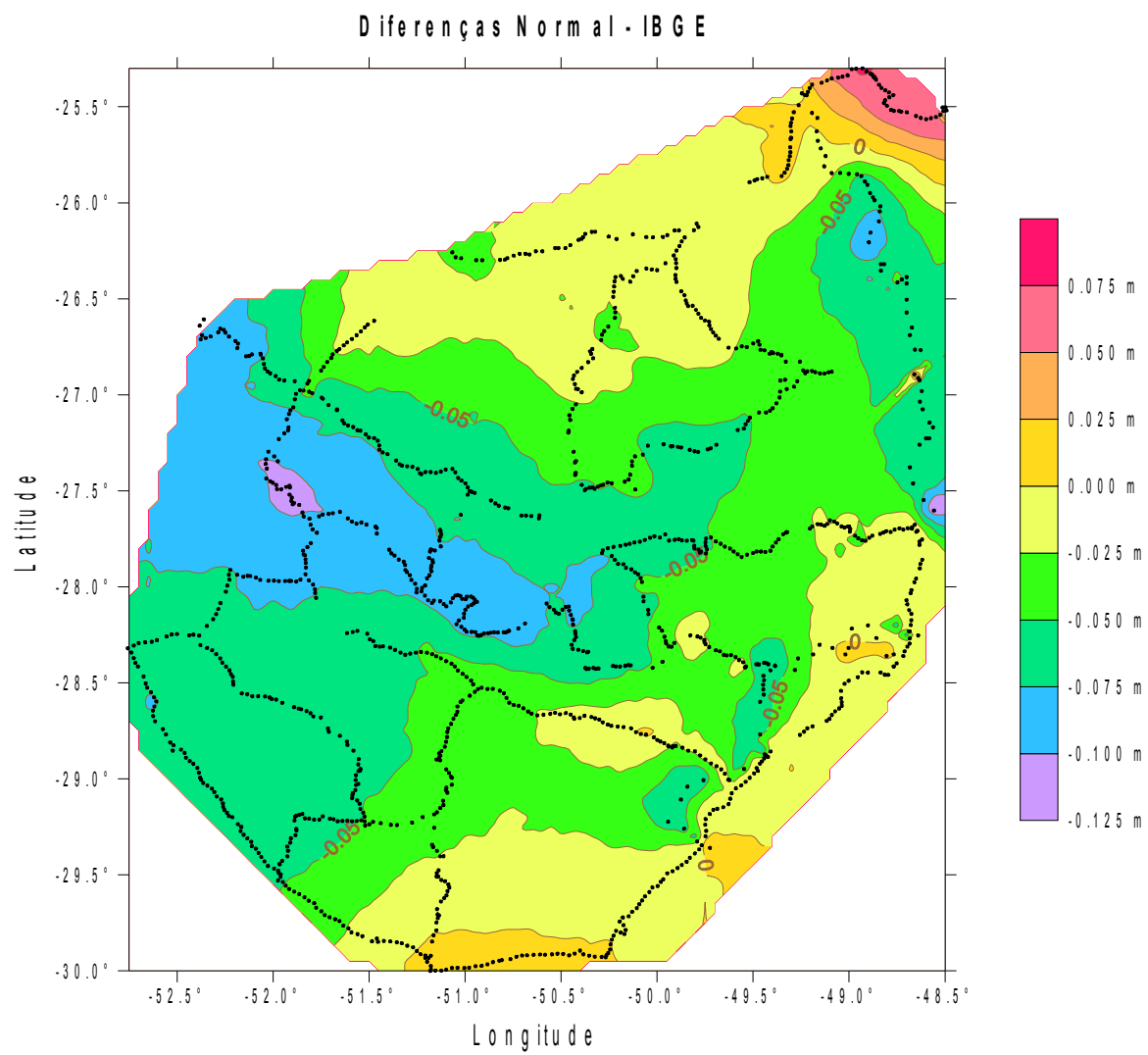
## **D.2 – Cartograma das Diferenças entre Altitudes de Helmert e Normais**



### **D.3 – Cartograma das Diferenças entre Altitudes de Helmert e do IBGE**

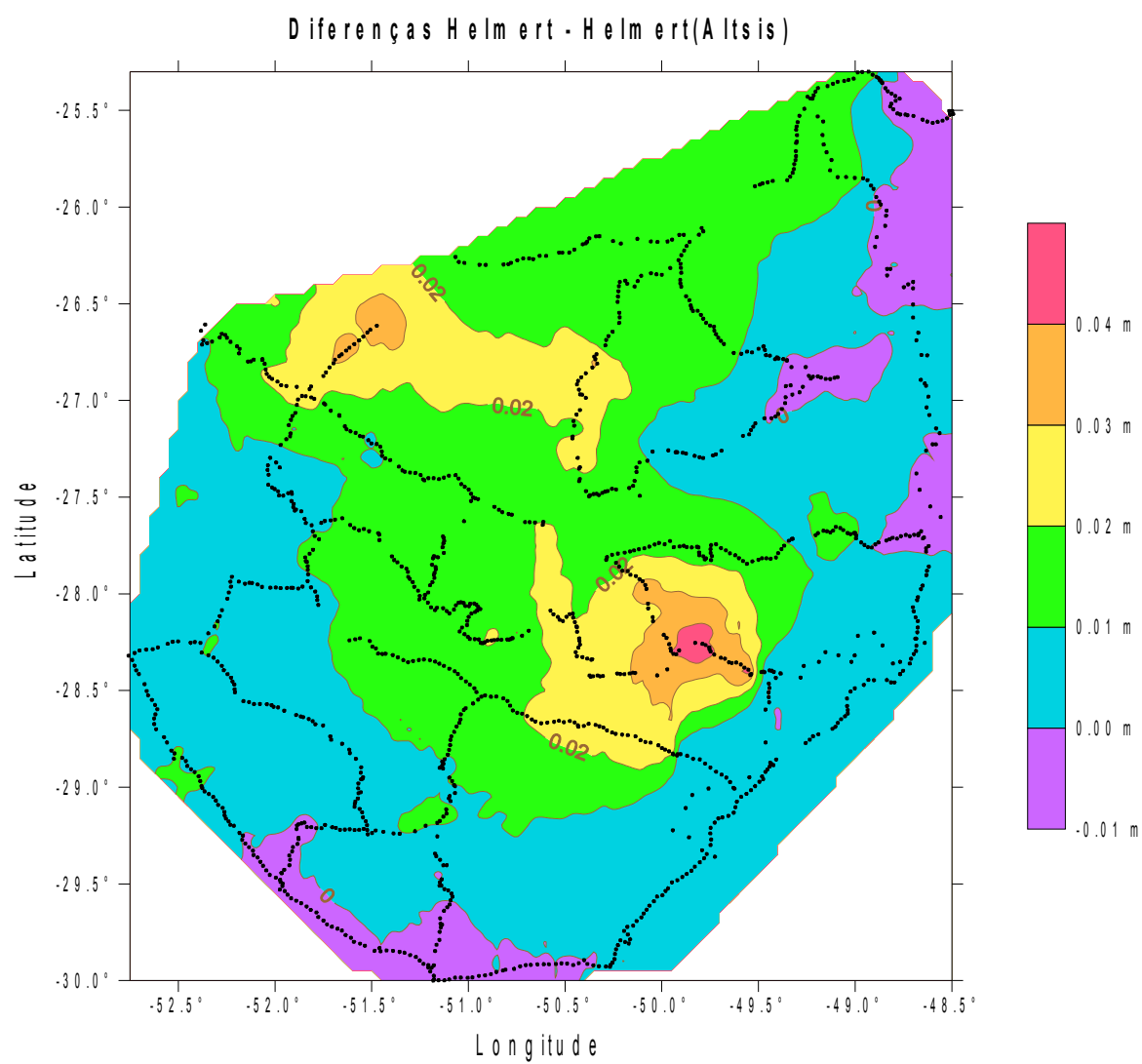


#### **D.4 – Cartograma das Diferenças entre Altitudes Normais e do IBGE**

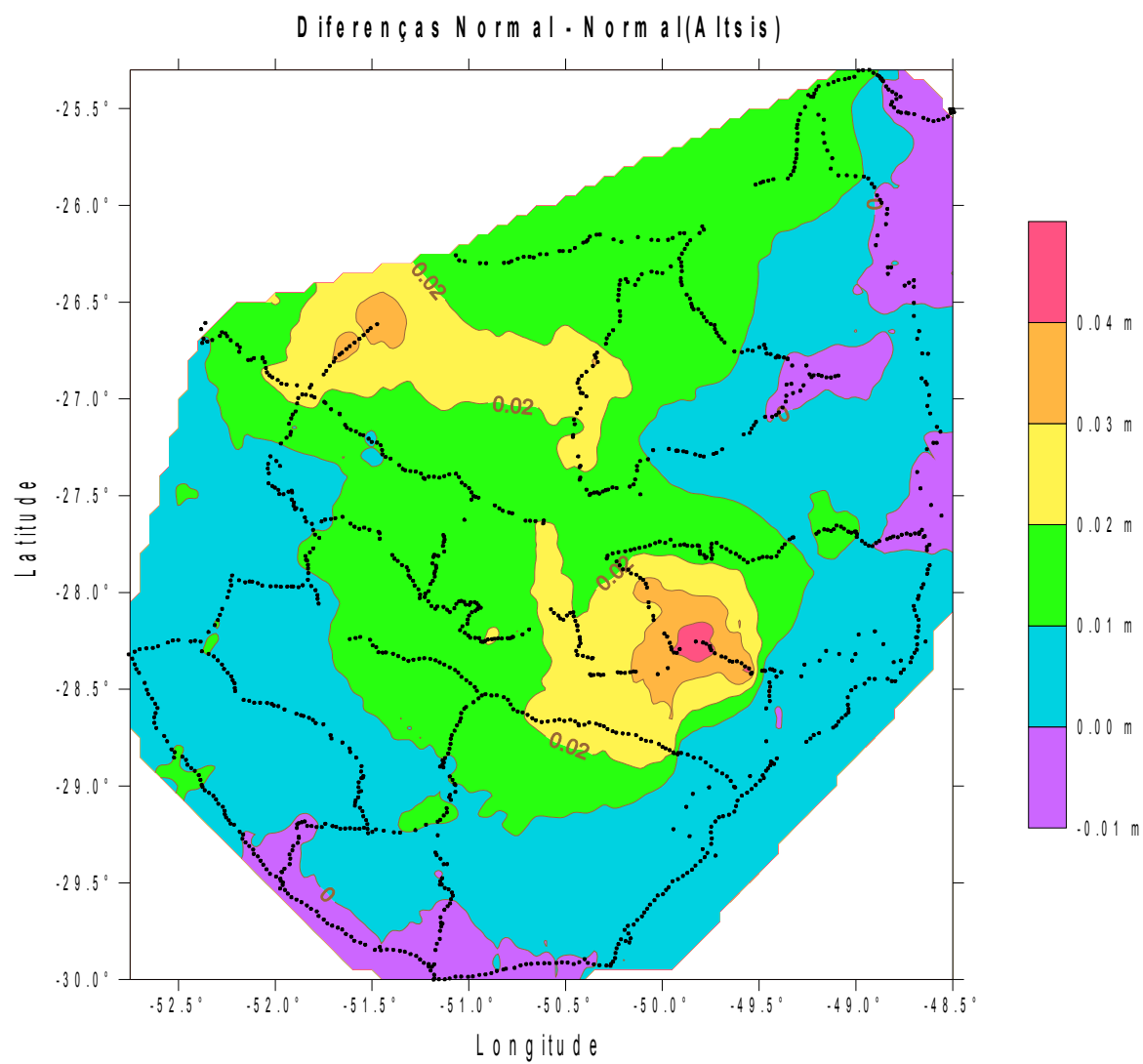


#### **D.5 – Cartograma das Diferenças entre Altitudes de Helmert Novas e Antigas**





#### **D.6 – Cartograma das Diferenças entre Altitudes Normais Novas e Antigas**



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ARANA, José Milton - O uso do GPS nas determinações de altitudes ortométricas, José Milton Arana - *Geodésia On Line* - 02/2005, UNESP, Presidente Prudente, SP.
- [2] AZEVEDO, Luiz Henrique – Notas de aula da Disciplina de Gestão Territorial - Rio de Janeiro: UERJ - Mestrado em Geomática - 2003
- [3] BOMFORD, G. – *Geodesy* – 3ª Ed. - Oxford University Press – 1977.
- [4] CHAPMAN, Stephen J. – *FORTRAN 90/95 for scientists and engineers* – 2<sup>ND</sup> Edition – USA: McGraw-Hill –2004
- [5] CRUZ, Virgílio N. R. da – *O território e o estudo sobre o sistema de referência altimétrica para o Estado do Rio de Janeiro* – Trabalho Prático da Disciplina de Gestão Territorial - Mestrado em Geomática – Rio de Janeiro: UERJ–2003
- [6] DALAZOANA, Regiane e outros - Importância do resgate e análise da série temporal de observações maregráficas no porto de Imbituba: Uma abordagem teórica - *Série em Ciências Geodésicas – Novos Desenvolvimentos em Ciências Geodésicas* - Vol.3 – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2003.
- [7] ESCOBAR, Íris – *Injunções relativas em ajustamento gravimétrico* – 1986 – 122 f. (Tese de mestrado) - Universidade Federal do Paraná – Curitiba. 1985.
- [8] ESCOBAR, Íris P. - *Altitude: Conceituação, realização, modelamento matemático e Ajustamento* – 1991 – 144 f. (Tese de Doutorado) - Universidade de São Paulo - Instituto Astronômico e Astrofísico - São Paulo. 1991.
- [9] ESCOBAR, Íris P. – *Forma e dimensões da Terra* - UERJ - Rio de Janeiro: Departamento de Engenharia Cartográfica - 2003
- [10] GEMAEL, Camil – *Introdução ao ajustamento de observações: Aplcações geodésicas* - Curitiba, PR: Editora UFPR - 1994
- [11] GEMAEL, Camil – *Geodésia física* - Curitiba, PR: Editora UFPR - 1999
- [12] JOLY, Fernand – *A Cartografia* - Campinas, SP: Papirus Editora - 1990
- [13] SERVIÇO GEOGRÁFICO, Ministério do Exército, Estado-Maior do Exército - Manual Técnico T34-409 - NIVELAMENTO GEOMÉTRICO - 1975
- [14] SANTOS, Milton - *A natureza do espaço* - São Paulo: EDUSP - Editora da Universidade de São Paulo - 2002

- [15] VASCONCELOS, Manuela; KOL, Helena - Ajustamento da Rede de Nivelamento Geométrico de Alta precisão de Portugal Continental - *III Conferencia Nacional de Cartografia e Geodesia* - Aveiro, 2002.