

UD V

Orientação Exterior

- Conceitos Básicos
- Matriz de Rotação
- Resseção Espacial
- Condição de Colinearidade
- Modelo Matemático
- Ajustamento pelo MMQ
- Aproximações Iniciais
- Implementação do Algoritmo

Conceitos Básicos

Orientação Interior → reconstituição da posição da fotografia aérea em relação ao feixe perspectivo. Os parâmetros da OI são: a distância principal e a posição do ponto principal.

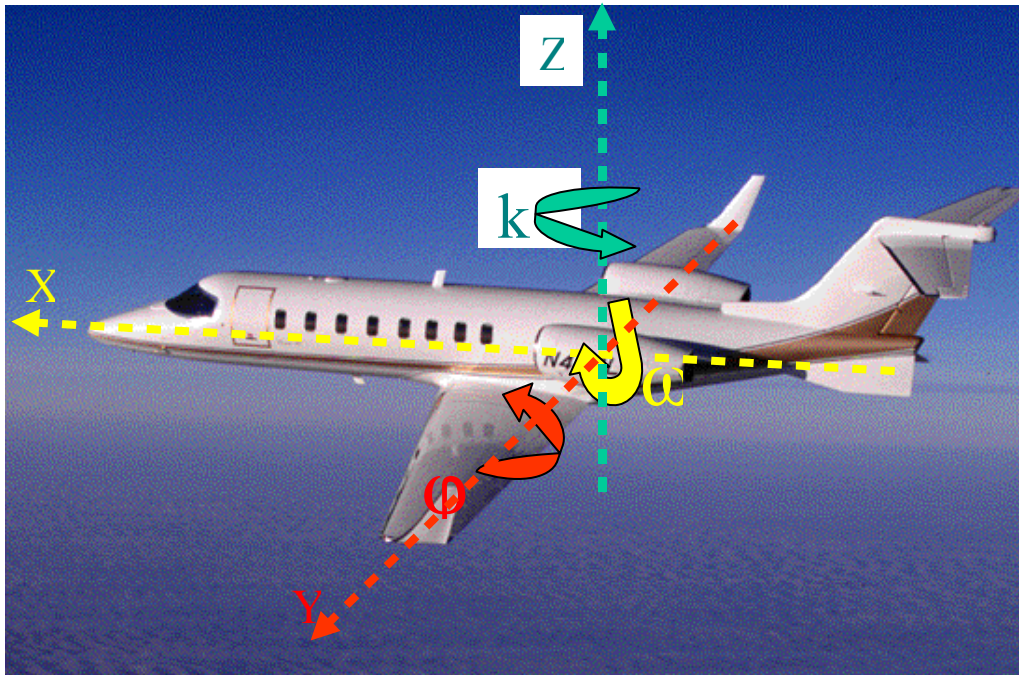
Orientação Relativa → orientação de cada feixe perspectivo em relação ao seu homólogo, de tal maneira que assumam no espaço a mesma posição relativa que tinham durante a tomada das respectivas fotografias.

Orientação Absoluta → orientação dos dois feixes em relação ao terreno. Consiste em nivelar e por em escala o modelo.

Orientação Exterior → Orientação Relativa + Orientação Absoluta

Matriz de Rotação

Ângulos de Rotação ϕ , ω e κ



Seqüência das rotações R-> Rotaciona do EI para o EO:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_\omega \mathbf{R}_\phi \mathbf{R}_\kappa, \text{ onde:}$$

$$R_{1,1} = \cos\phi \cos\kappa \quad R_{2,1} = \cos\omega \sin\kappa + \sin\omega \sin\phi \cos\kappa$$

$$R_{1,2} = -\cos\phi \sin\kappa \quad R_{2,2} = \cos\omega \cos\kappa - \sin\omega \sin\phi \sin\kappa$$

$$R_{1,3} = \sin\phi \quad R_{3,1} = \sin\omega \sin\kappa - \cos\omega \sin\phi \cos\kappa$$

$$R_{2,3} = -\sin\omega \cos\phi \quad R_{3,2} = \sin\omega \cos\kappa + \cos\omega \sin\phi \sin\kappa$$

$$R_{3,3} = \cos\omega \cos\phi$$

Resseção Espacial

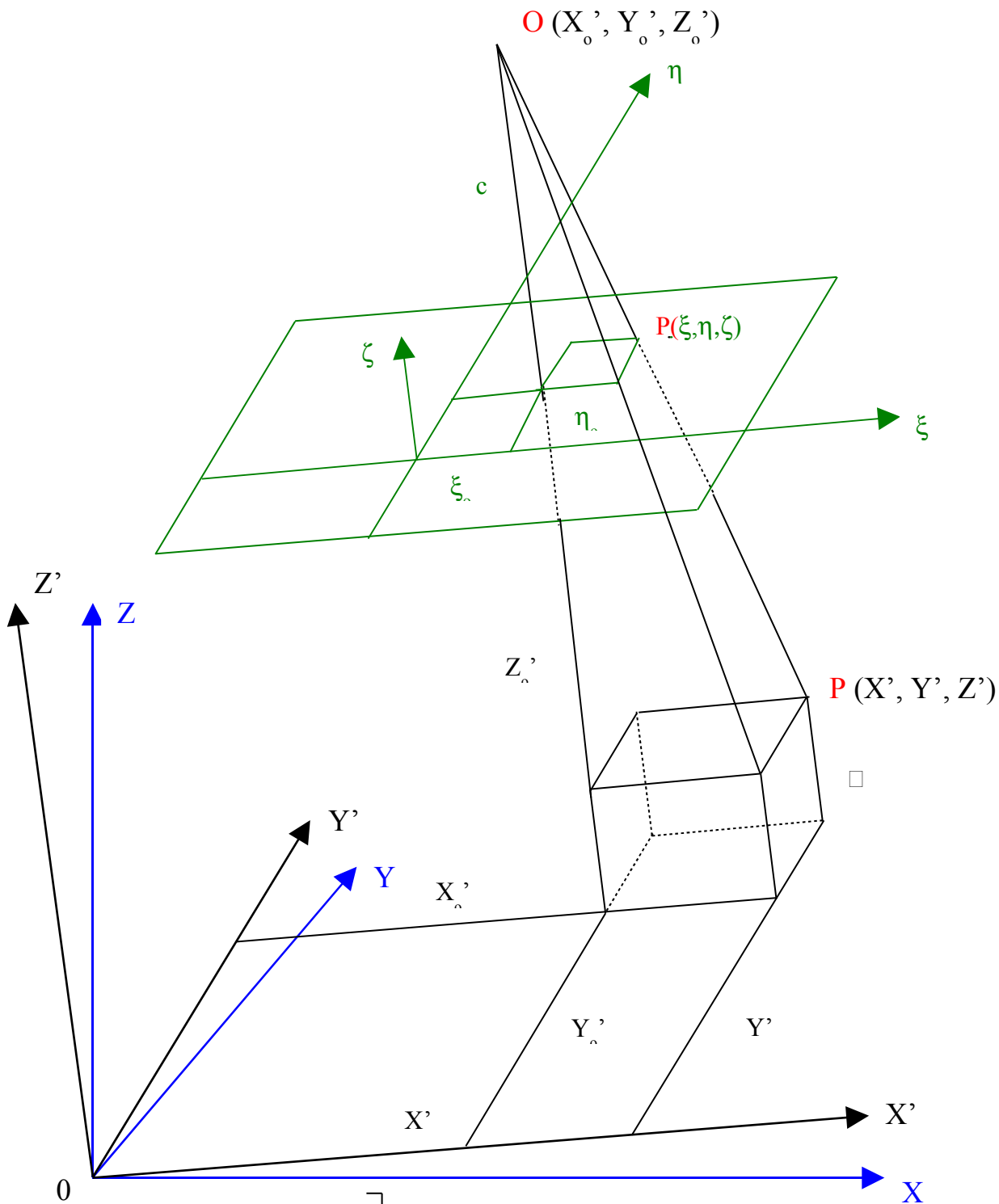
É um caso particular da teoria de ajustamento de blocos por feixes perspectivos, onde são determinados os seis elementos $(X_o, Y_o, Z_o, \phi, \omega, \kappa)$ da orientação exterior de uma fotografia aérea a partir de três pontos de controle (supondo-se que os elementos da orientação interior sejam conhecidos).

Incógnitas:

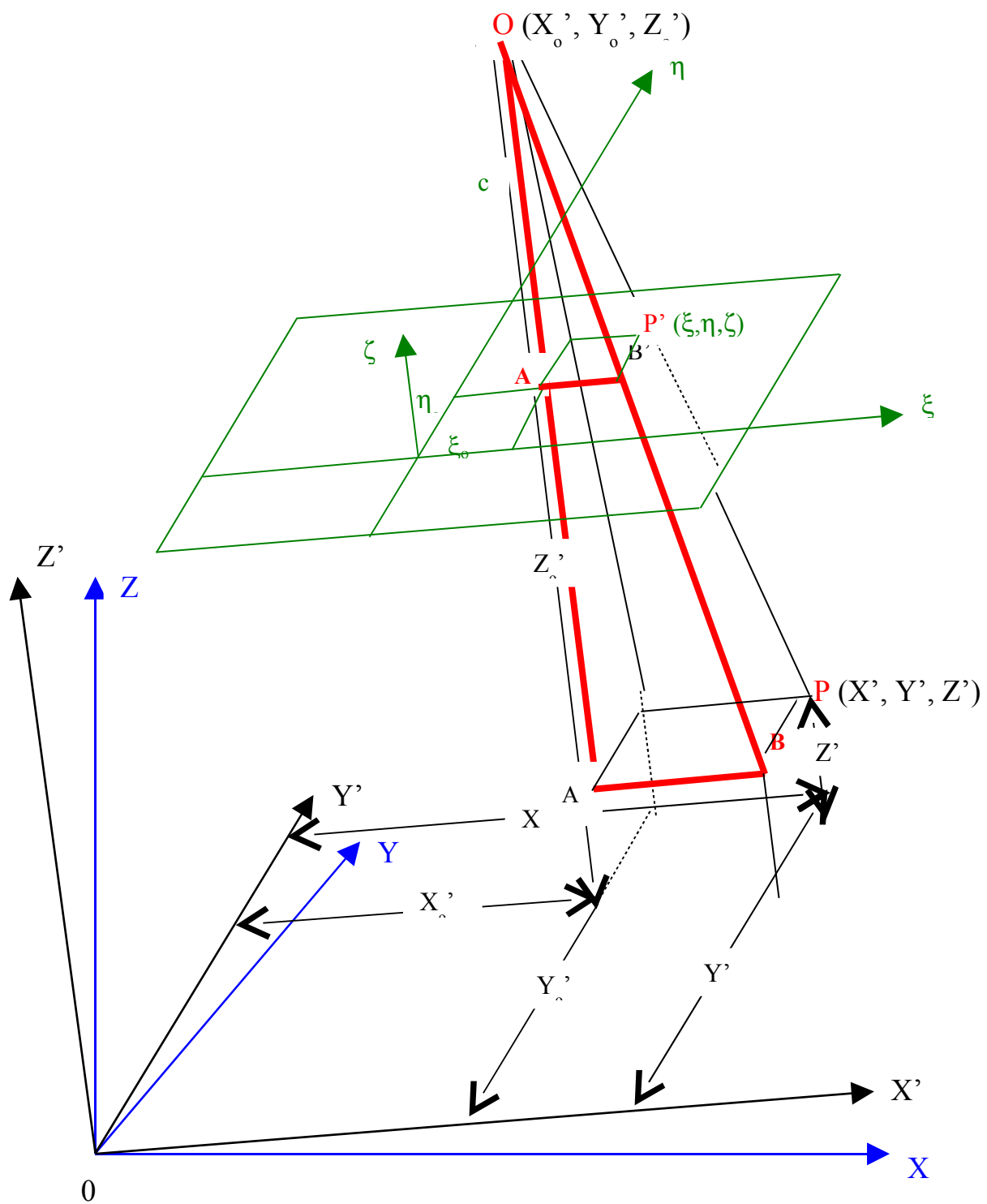
- Parâmetros da Orientação Exterior $(X_o, Y_o, Z_o, \phi, \omega, \kappa)$ de cada Imagem;

Dados:

- Distância principal (c) ;
- Coordenadas do ponto principal (ξ_o, η_o) ;
- Coordenadas de n pontos $(n>3)$ no espaço imagem (ξ_i, η_i) ;
- Coordenadas de n pontos $(n>3)$ no espaço objeto (X_i, Y_i, Z_i) ;
- Valores aproximados dos parâmetros da Orientação Exterior $(X_{o0}, Y_{o0}, Z_{o0}, \phi_o, \omega_o, \kappa_o)$.

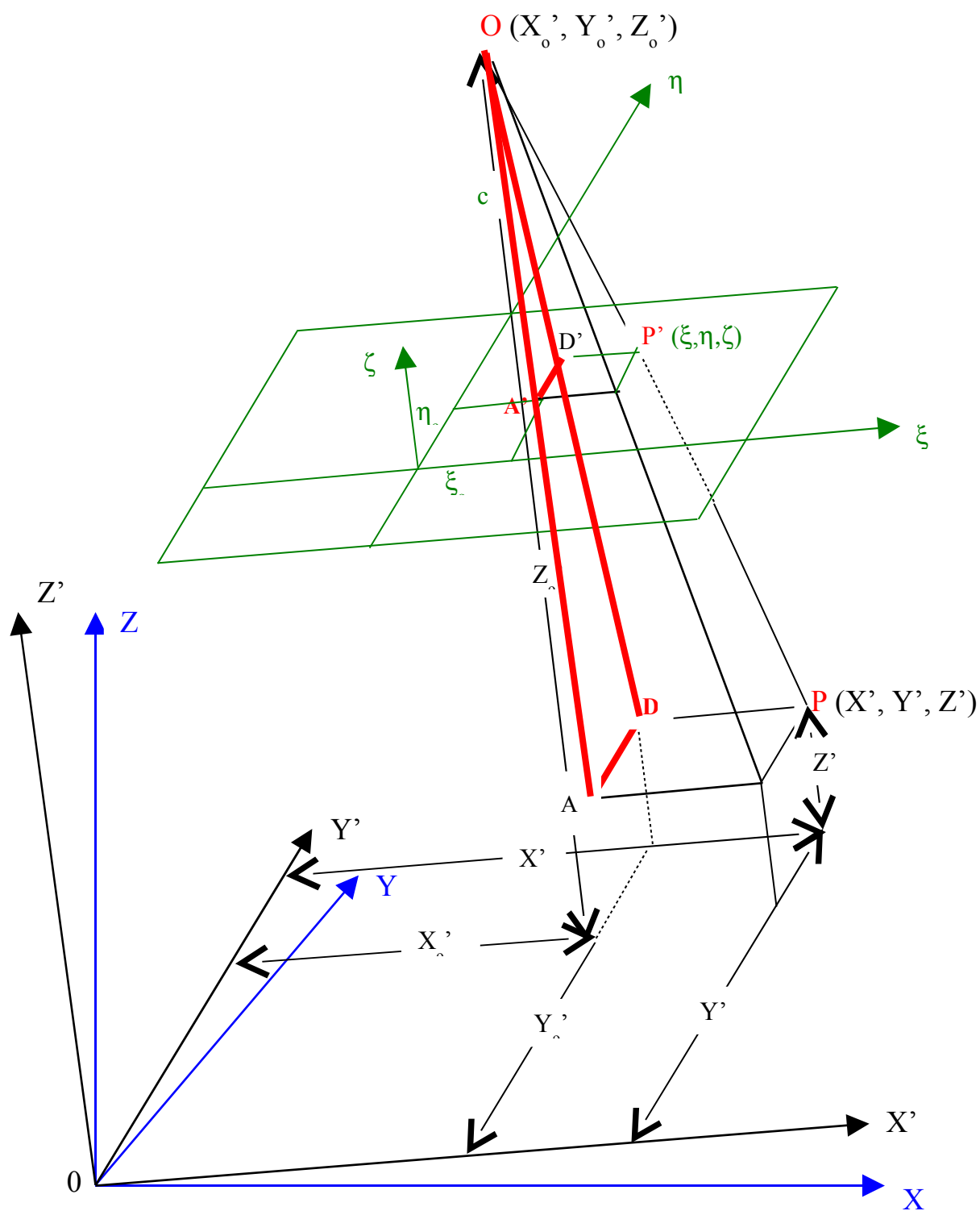


- $O \rightarrow$ Centro de Projeção
 - $P' \rightarrow$ Ponto Imagem
 - $P \rightarrow$ Ponto Objeto
 - $\xi\eta\zeta \rightarrow$ Sistema de Coordenadas do espaço-Imagem
 - $XYZ \rightarrow$ Sistema de Coordenadas do Objeto
 - $X'Y'Z' \rightarrow$ Sistema de Coordenadas Objeto paralelo ao sistema imagem
- Condição de Colinearidade**



$\Delta OA'B' \sim \Delta OAB:$

$$\frac{\xi - \xi_0}{c} = \frac{X' - X'_0}{Z'_0 - Z'}$$



$\Delta OA'D' \sim \Delta OAD:$

$$\frac{\eta - \eta_0}{c} = \frac{Y' - Y_0'}{Z_0' - Z'}$$

Modelo Matemático

Condição de Colinearidade (figura) → no momento da tomada da fotografia, o ponto objeto P, o centro de projeção O e o ponto imagem P' formam uma linha reta.

Na figura, por semelhança de triângulos obtemos as relações:

$$\frac{\xi - \xi_0}{c} = \frac{X' - X_0'}{Z_0' - Z'} \qquad \frac{\eta - \eta_0}{c} = \frac{Y' - Y_0'}{Z_0' - Z'}$$

Considerando as coordenadas de imagem (ξ e η) como incógnitas, temos:

$$\xi = \xi_0 - c \frac{X' - X_0'}{Z' - Z_0'} \qquad \eta = \eta_0 - c \frac{Y' - Y_0'}{Z' - Z_0'}$$

Os sistemas de coordenadas X'Y'Z' e XYZ se relacionam da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' - X_0' \\ Y' - Y_0' \\ Z' - Z_0' \end{bmatrix}$$

Como R é ortogonal, $R^{-1} = R^t$. Logo:

$$\begin{bmatrix} X' - X_0' \\ Y' - Y_0' \\ Z' - Z_0' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix}$$

Substituindo os resultados obtidos na operação acima nas equações (2), obtemos:

$$\xi = \xi_0 - c \frac{r_{11} (X - X_0) + r_{21} (Y - Y_0) + r_{31} (Z - Z_0)}{r_{13} (X - X_0) + r_{23} (Y - Y_0) + r_{33} (Z - Z_0)}$$

$$\eta = \eta_0 - c \frac{r_{12} (X - X_0) + r_{22} (Y - Y_0) + r_{32} (Z - Z_0)}{r_{13} (X - X_0) + r_{23} (Y - Y_0) + r_{33} (Z - Z_0)}$$

onde:

$c \rightarrow$ distância principal

$\xi_0, \eta_0 \rightarrow$ coordenadas do ponto principal no espaço imagem

$\xi, \eta \rightarrow$ coordenadas dos pontos de controle no espaço imagem

$X, Y, Z \rightarrow$ coordenadas dos pontos de controle no espaço objeto

$X_0, Y_0, Z_0 \rightarrow$ coordenadas do centro perspectivo no espaço objeto

$r_{i,j} \rightarrow$ elementos da matriz de rotação dos sistemas no espaço objeto

Ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados

Método Paramétrico $\rightarrow F(X) = L$

Modelo Linear $\rightarrow X_a = (A^t P A)^{-1} A^t P L_b$

Modelo Matemático Não Linear \rightarrow Linearização

$$X_a = X_o + X,$$

sendo: $\left[\begin{array}{l} X_o - \text{Vetor dos parâmetros iniciais e} \\ X - \text{Vetor das correções à } X_o \end{array} \right.$

$$V = A X + L, \text{ onde: } L = L_o - L_b$$

$$V^t P V = \text{Mín} \rightarrow X = - (A^t P A)^{-1} A^t P (L_o - L_b)$$

$$X_a = X_o + X \rightarrow X_a = X_o - (A^t P A)^{-1} A^t P (L_o - L_b), \text{ sendo:}$$

- $$\left[\begin{array}{l} X_a \rightarrow \text{vetor dos parâmetros ajustados} \\ X_o \rightarrow \text{vetor dos parâmetros iniciais (arbitrado)} \\ A \rightarrow \text{matriz das derivadas parciais em relação aos parâmetros} \\ P \rightarrow \text{matriz peso das observações} \\ L_o \rightarrow \text{vetor das observações iniciais (calculado a partir de } X_o) \\ L_b \rightarrow \text{vetor das observações} \end{array} \right.$$

$$\begin{bmatrix}
 \xi_1 = \xi_0 - c \frac{r_{11}(X_1 - X_0) + r_{21}(Y_1 - Y_0) + r_{31}(Z_1 - Z_0)}{r_{13}(X_1 - X_0) + r_{23}(Y_1 - Y_0) + r_{33}(Z_1 - Z_0)} \\
 \eta_1 = \eta_0 - c \frac{r_{12}(X_1 - X_0) + r_{22}(Y_1 - Y_0) + r_{32}(Z_1 - Z_0)}{r_{13}(X_1 - X_0) + r_{23}(Y_1 - Y_0) + r_{33}(Z_1 - Z_0)} \\
 \dots \\
 \eta_4 = \eta_0 - c \frac{r_{12}(X_4 - X_0) + r_{22}(Y_4 - Y_0) + r_{32}(Z_4 - Z_0)}{r_{13}(X_4 - X_0) + r_{23}(Y_4 - Y_0) + r_{33}(Z_4 - Z_0)}
 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix}
 \frac{d\xi_1}{dX_0} & \frac{d\xi_1}{dY_0} & \frac{d\xi_1}{dZ_0} & \frac{d\xi_1}{d\phi} & \frac{d\xi_1}{d\omega} & \frac{d\xi_1}{d\kappa} \\
 \frac{d\eta_1}{dX_0} & \frac{d\eta_1}{dY_0} & \frac{d\eta_1}{dZ_0} & \frac{d\eta_1}{d\phi} & \frac{d\eta_1}{d\omega} & \frac{d\eta_1}{d\kappa} \\
 \dots & & & & & \\
 \frac{d\xi_4}{dX_0} & \frac{d\xi_4}{dY_0} & \frac{d\xi_4}{dZ_0} & \frac{d\xi_4}{d\phi} & \frac{d\xi_4}{d\omega} & \frac{d\xi_4}{d\kappa} \\
 \frac{d\eta_4}{dX_0} & \frac{d\eta_4}{dY_0} & \frac{d\eta_4}{dZ_0} & \frac{d\eta_4}{d\phi} & \frac{d\eta_4}{d\omega} & \frac{d\eta_4}{d\kappa}
 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \\ \phi \\ \omega \\ \kappa \end{bmatrix} \quad \mathbf{X}_0 = \begin{bmatrix} X_{00} \\ Y_{00} \\ Z_{00} \\ \phi_0 \\ \omega_0 \\ \kappa_0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{L}_0 = \begin{bmatrix} \xi_{10} \\ \eta_{10} \\ \xi_{20} \\ \eta_{20} \\ \xi_{30} \\ \eta_{30} \\ \xi_{40} \\ \eta_{40} \end{bmatrix} \quad \mathbf{L}_b = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \eta_1 \\ \xi_2 \\ \eta_2 \\ \xi_3 \\ \eta_3 \\ \xi_4 \\ \eta_4 \end{bmatrix}$$

Aproximações Iniciais

- X_0 , Y_0 e $Z_0 \rightarrow$

-Transformação Afim plana de Pixels para metros;

-Cálculo Aproximado das Coordenadas X_0 , Y_0

- Z_0 é obtido em função da Escala nominal do Vôo;

- $\phi = 0$ e $\omega = 0 \rightarrow$ Fotografias aproximadamente verticais

$\kappa \rightarrow$ Direção de Vôo (É calculado de modo aproximado em função da marca fiducial que indica a direção do vôo. Vide “Fotogrametria Digital, Capítulo 6, pp. 132-133”)